

三次元不連続変形法(3D-DDA)による 落石モデルの検討

佐々木 猛^{1*}・萩原育夫¹・三木 茂²・大西有三³
西山 哲⁴・小山倫史⁴

¹サンコーコンサルタント(株) (〒136-8522 東京都江東区亀戸1-8-9)

²基礎地盤コンサルタント(株) (〒136-8577 東京都江東区亀戸1-5-7)

³京都大学 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

⁴京都大学大学院工学研究科 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

*E-mail: sasakit@suncoh.co.jp

著者らはこれまで二次元不連続変形法(2D-DDA, Shi, 1985)による岩盤ブロックの安定性や落石解析の実用化を進めて来た。本研究ではShi(2001)が開発した三次元不連続変形法(3D-DDA)を用いて落石モデルの基本的な検討を行った。

三次元解析では二次元解析で無視されている沢の三次元的な地形が考慮できる。本検討では、沢に直交する斜面の角度、沢の流下方向の曲がりなどが落石の到達距離にどのような影響を及ぼすかを、二次元モデル、単純な三次元モデル、実際に落石が発生したサイトの三次元的な落石現象を模擬したモデルを用いてこれらと比較し、三次元的な落石形状や地形の影響を評価した。

Key Words : two dimensional DDA, three dimensional DDA, rock fall analysis

1. はじめに

著者らはこれまで二次元不連続変形法(2D-DDA)¹⁾を用いて落石問題の実用化を進めてきた^{3),4),5),6),7)}。

二次元解析では三次元的な沢の流下方向の形状を落石経路を想定して二次元断面で検討を行っている。沢の形状が比較的単調な場合、落石経路の沢の三次元形状に起因する落石の三次元的な挙動を二次元解析でのエネルギーロスとしてパラメータに取り入れて評価している。しかし、沢の形状が複雑な場合にはこれらの影響を何らかの方法、例えば、実験や実際の現象を照査するなど確認しておく必要がある。しかし、これらも、費用の点から困難な場合が多い。

本検討では、G. H. Shi²⁾が開発した三次元不連続変形法(3D-DDA)により、落石形状や落石経路の三次元的な影響の基本的な検討を行った。DDAの三次元解析理論と基本プログラムは今から約10年前に発表されていたが、当時はブロックの自動生成プログラムが未開発であったこと、凸多面体形状のブロックのみ対応していたこと、パソコンの性能が低かったことなどによりあまり実用的ではなかった。昨年末頃から凹形状の多面体ブロックの解析やブロックの自動生成プログラムが完成し、また、パソコンの性能も向上し、現在では64bitのOSが普及しつつあるなど、利用環境も良くなって来たため、著者らは落石の三次元問題の実用化に取り組むこととした。

2. 三次元不連続変形法の概要

(1) 全体運動方程式

動的大変形解析の弾性体ブロックの接触を含む運動方程式を統一的に表現すると二次元の場合と同様に、系全体のポテンシャルエネルギー Π^{sys} は式(1)で表わされる³⁾。

$$\Pi^{sys} = \sum_{i=1}^n \Pi^{(block)i} = \sum_{i=1}^n \left(\Pi^i + \sum_{j=1}^m \Pi_{PL}^{i,j} \right) \quad (1)$$

式(1)の右辺第1項は各ブロックの連続体としてのポテンシャルエネルギーであり、第2項はブロック i のブロック j に対する接触のポテンシャルエネルギーである。第1項は式(2)で表される。

$$\Pi^i = \int_V \frac{\rho^c}{\rho^0} \left[\tau_{ij}^* \delta D_{ij} - \frac{1}{2} \sigma_{ij} \delta (2 D_{ik} D_{kj} - v_{k,i} v_{k,j}) \right] dV - \int_{\Gamma} \bar{t} \cdot u d\Gamma - \int_V [\rho(\dot{b} - \ddot{u}) - c\dot{u}] \cdot dV \quad (2)$$

式(2)の第1項は速度場のひずみエネルギー、第2項は表面摩擦エネルギーであり、第3項は慣性力及び減衰力によるエネルギーである。ここに、 \ddot{u} :加速度、 \dot{u} :速度、 ρ^0 :変形前の体積、 ρ^c :変形後の

体積, ρ :質量, b :物体力, c :減衰定数, \bar{t} :表面摩擦係数, V :ブロックの体積, Γ :ブロックの表面積である。

式(1)の右辺第2項は不連続面の接触のポテンシャルエネルギーを表し, DDA の場合はペナルティを用い, 二次形式で以下のように評価される。

$$\Pi_{PL}^{ij} = \frac{1}{2} k_N [(u^j - u^i) \cdot n]^2 - \frac{1}{2} k_T [u_T^j - u_T^i]^2 \quad (3)$$

ここに, k_N :法線方向のペナルティ係数, k_T :接線方向のペナルティ係数, $(u^j - u^i) \cdot n$:法線方向の貫入量, u_T :せん断方向のスベリ量, n :接触面の方向余弦である。三次元解析の場合の接触は, ブロックの頂点と多角形の面が基本となり, 任意の多角形を三角面に分割し, 面に直交する貫入量を4面体の体積計算を用いて求めている。

(2) 座標系と未知数

三次元不連続変形法はブロックの変位を座標の1次関数を用いて, 図-1 に示すように未知数をブロックの重心で式(4)で定義する。

$$[D_i] = (u_c, v_c, w_c, r_x, r_y, r_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy})^T \quad (4)$$

ここに, $\{D_i\}$:ブロックの未知数, u_c, v_c, w_c :剛体変位, r_x, r_y, r_z :剛体回転, $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}$:ブロック i のひずみである。

ブロック i の任意点の変位は式(5)は以下で表わされる。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = [T_i(x, y, z)] [D_i] \quad (5)$$

ここに, 変形に関する形状関数は次式で表わされる。

$$[T(x, y, z)] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z & -Y & X & 0 & 0 & 0 & \frac{Z}{2} & \frac{Y}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -Z & 0 & X & 0 & Y & 0 & \frac{Z}{2} & 0 & \frac{X}{2} \\ 0 & 0 & 1 & Y & -X & 0 & 0 & 0 & Z & \frac{Y}{2} & \frac{X}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

これは, 三次元の有限要素法の4面体の形状関数を用いたものと同様である。

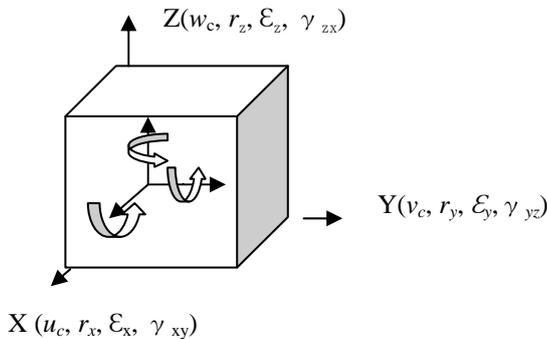


図-1 座標系と未知数(Shi, 2001)

(3) 数値積分

式(1)の運動方程式は, Newmark の β, γ 法で, $\beta=0.5, \gamma=1.0$ とし, これを増分変位に対する連立方程式の式(7)を各時間刻みで解くことにより得られる。

$$\tilde{K} \cdot \Delta u = \tilde{F} \quad (7)$$

$$\tilde{K} = \frac{2}{\Delta t^2} M + \frac{1}{\Delta t} C + \frac{\rho^c}{\rho^0} [K_e + K_s] \quad (8)$$

$$\tilde{F} = \frac{2}{\Delta t} M \cdot \dot{u} + (\Delta F - \sum \int \sigma dv) - M \alpha(t) \quad (9)$$

ここに, Δu :増分変位, M :質量マトリックス, C :減衰マトリックス, \dot{u} :ブロック重心速度, u :ブロック重心の剛体変位, 剛体回転, ひずみ, ρ^0 :変形前の体積, ρ^c :変形後の体積, K_e :線形項の剛性マトリックス, K_s :剛体回転に伴う初期応力マトリックス, $\alpha(t)$:地震加速度の時刻歴である。

また, 時刻 t, i ステップでのブロックの変位, 速度, 加速度の関係は式(10)-(12)で表わされる。

$$u_i = [D_i] = \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 [D(t)]}{\partial t^2} + \Delta t \frac{\partial [D(t)]}{\partial t} \quad (10)$$

$$\dot{u}_i = \frac{\partial [D(t)]}{\partial t} = \frac{2}{\Delta t} [D_i] - \frac{\partial [D(t-\Delta t)]}{\partial t} = \frac{2}{\Delta t} [D_i] - \dot{u}_{i-1} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \ddot{u}_i &= \frac{\partial^2 [D(t)]}{\partial t^2} = \frac{2}{\Delta t^2} [D_i] + \frac{2}{\Delta t} \frac{\partial [D(t-\Delta t)]}{\partial t} \\ &= \frac{2}{\Delta t^2} [D_i] - \frac{2}{\Delta t} \ddot{u}_{i-1} \end{aligned} \quad (12)$$

(4) 構造および接触減衰

式(8)のブロックの構造減衰マトリックス C は粘性係数と質量マトリックス M を用いて式(13)で表わされる。

$$C = \eta M \quad (13)$$

粘性係数 η の物理的意味はブロックが空中にある場合の空気抵抗や植生との接触によるエネルギー消失である³⁾。また, 著者らはブロック同士の接触によるエネルギー消失として図-2 に示す Voigt 型の減衰を提案したものを同様に導入した⁷⁾。

$$\Pi_{p\eta} = f_t d = \frac{1}{2} \left(p + \frac{\eta_p}{\Delta t} \right) d^2 \quad (14)$$

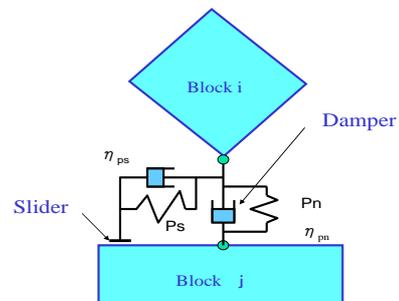


図-2 接触時の減衰

3. 数値解析例

解析に用いたモデルは、直線状の地形を模擬し、斜面に直交方向の傾斜の影響を見るための簡便モデルと実際の崩落を模擬したAサイトモデルを用いた。

(1) 簡便モデル

図-3に簡便モデル-1を示す。これは平坦部の幅50m、長さ100m、斜面部の角度30°、水平面への投影長さ100m、斜面に沿った長さ115m、斜面の高さ50mである。落石形状は5m×5m×5mの立方体状と5m×5m×7mの長方体状の2種類を斜面上部から落下させた。表-1に解析に用いた物性と計算条件を示す。以降の解析は全てこの条件で計算している。図-3に比較のため、二次元モデルとその結果を示す。図-4に簡便モデル-1とその結果を示す。これは2次元解析と同等で斜面直交方向が水平なモデルである。このモデルは近似的な二次元モデルである。落石は斜面の中央部から落下させた。最終的な到達距離は斜面下端から約60mで二次元解析結果より短くなっている。図-5に簡便モデル-2を示す。このモデルは斜面直交方向に10°の傾斜を持っている。落石の中心は斜面中央から7.5 m右側にしている。落石は斜面の右側から左側に移動し、最終的に斜面のほぼ中央付近で停止している。到達距離はモデル-1とほぼ同じ斜面下端から約60mである。

表-1 解析パラメータ

項目	
弾性係数	2 GPa
ポアソン比	0.3
単位体積重量	22.0 kN/m ³
摩擦角	30°
粘着力	0
ペナルティ係数 k_n	2 GPa/m
ペナルティ係数 k_s	0.2 GPa/m
時間刻み	0.0005 sec
粘性減衰係数 c	0.02
接触減衰係数 η_p	0.1
落石寸法(1)	5m×5m×5m
落石寸法(2)	5m×5m×7m

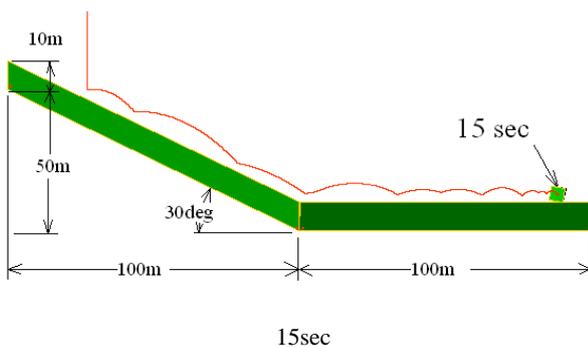


図-3 簡便二次元断面モデルおよび結果

図-6は簡便モデル-3を示す。このモデルは斜面直交方向に30°の傾斜を持っている。落石はほぼ斜面の中央の谷地形に沿って落下し、到達距離は、斜面下端から約22mとなっている。

簡便モデル結果の比較から、二次元モデルは側方がローラー条件と同等であり、側方の運動エネルギーの消失が理論上ゼロであるため、到達距離が三次元解析結果より大きくなる。これと近似的なモデル-1では、本来、斜面に直交方向の運動がゼロの筈であるが、接触解析の計算過程で三次元的な振る舞いが計算に含まれ、そのエネルギーロスが最終的に二次元解析より短くなったものと考えられる。

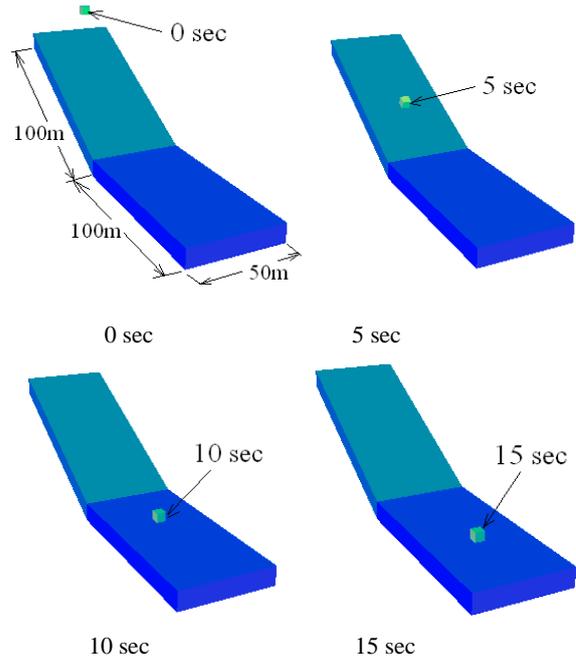


図-4 簡便モデル-1の結果

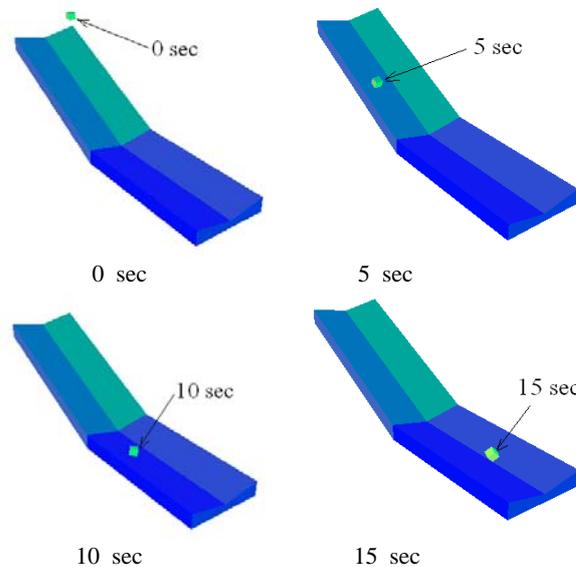
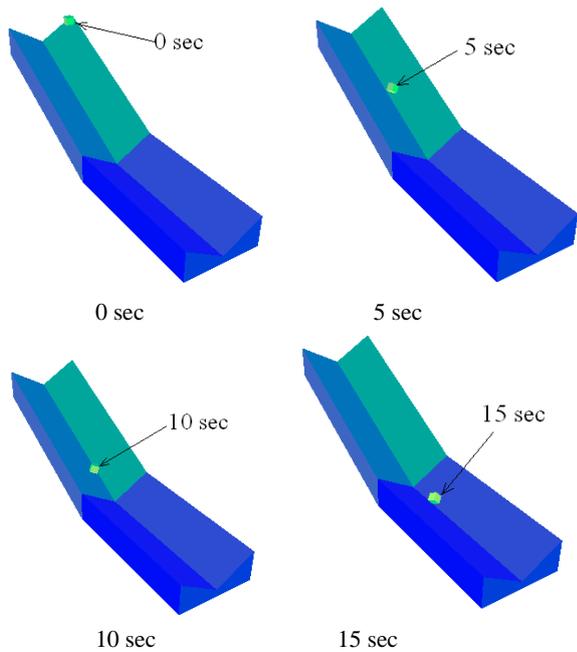


図-5 簡便モデル-2および結果

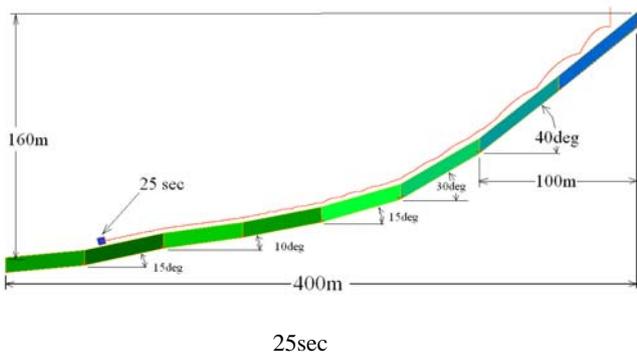


図—6 簡便モデル-3および結果

斜面に直交する傾斜の影響は、その傾斜が小さな場合は、到達距離が傾斜が無い場合と比較して若干大きくなった。これは斜面直交方向の傾斜が斜面の水平部分で落石に多少の増加方向のエネルギーを与えたものと思われる。しかし、その傾斜が大きなモデル-3では落石がほぼ斜面中央部を通過し、斜面直交方向の傾斜により、落石と斜面の摩擦力が直交方向にも発生して到達距離が小さくなったものと考えられる。

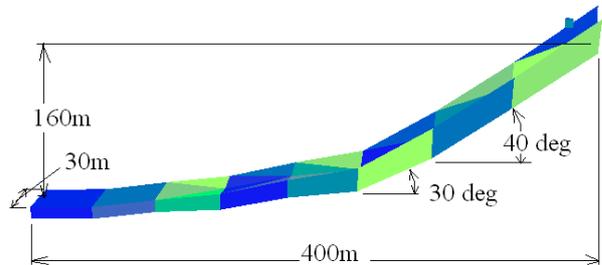
(2) 実サイトモデル

図—7にAサイト二次元断面モデルを示す。これは、図—10に示すAサイト屈曲モデルを二次元化したものである。Aサイトは比高約160mで沢の流下方向に斜面の中央部で約120°屈曲している。斜面上部は溶結凝灰岩の台地で縦系の亀裂が約5m間隔に存在し、降雨により約10,000m³程崩落した。落石の大きさは約3mから最大10mで、5m程度の大きさのものが沢の中央部から下部に数10個程土砂と共に堆積している。

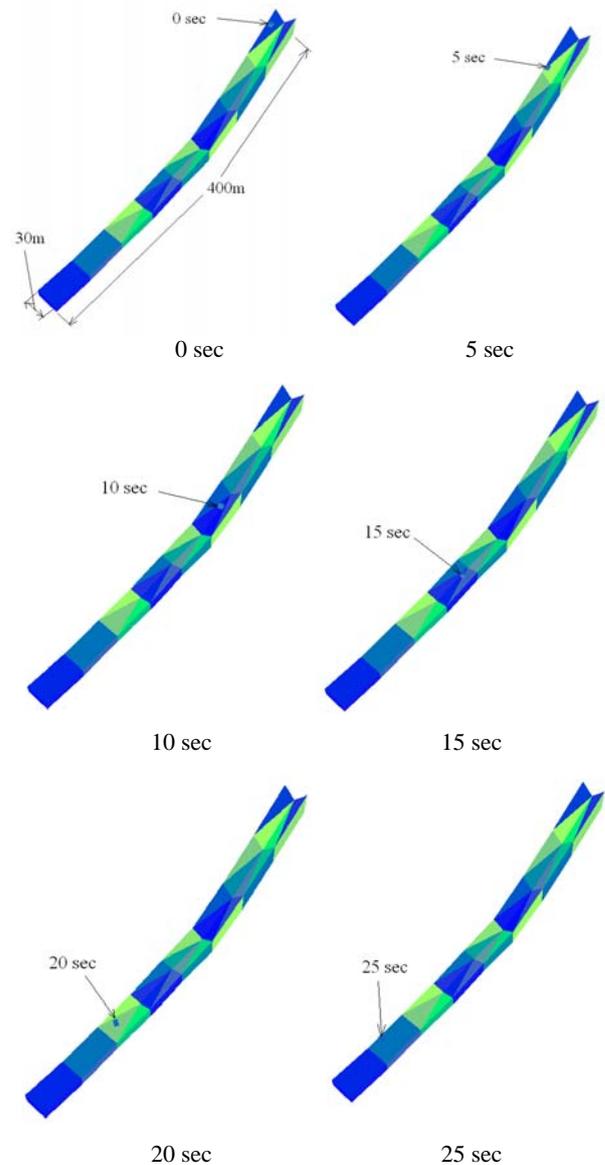


図—7 Aサイト二次元断面モデルおよび結果

沢の上部は約30°から40°の傾斜となっており、ほぼその流下方向の傾斜と同程度の直交方向の傾斜を有している。図—8はAサイトの三次元直線モデルを示す。これは、沢の屈曲を省略し、斜面に直交方向の傾斜の影響を見るためのモデルである。直線モデルでは、落石の到達距離は二次元モデルより若干短くなっているが大きな違いは見られない。



図—8 Aサイト三次元直線モデル



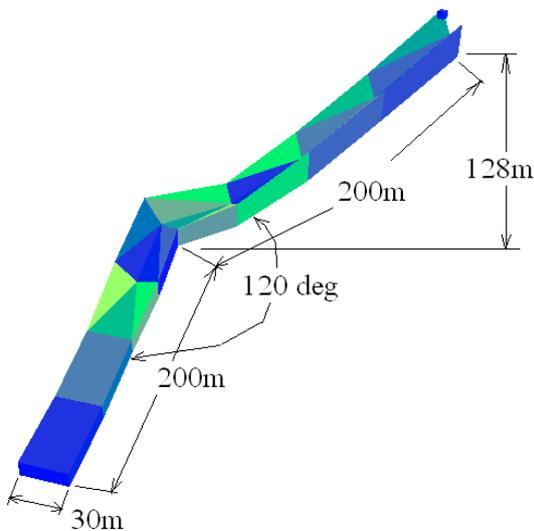
図—9 Aサイト三次元直線モデル結果

図—10にAサイト三次元屈曲モデルを示す。斜面の急傾斜部の比高は斜面中央部から上部間で約128mで、傾斜は約40°である。落石は斜面急傾斜部下端から斜面下部に亘って堆積している。実際のサイトの沢や屈曲の形状はもっと複雑であるがここでは簡略化している。

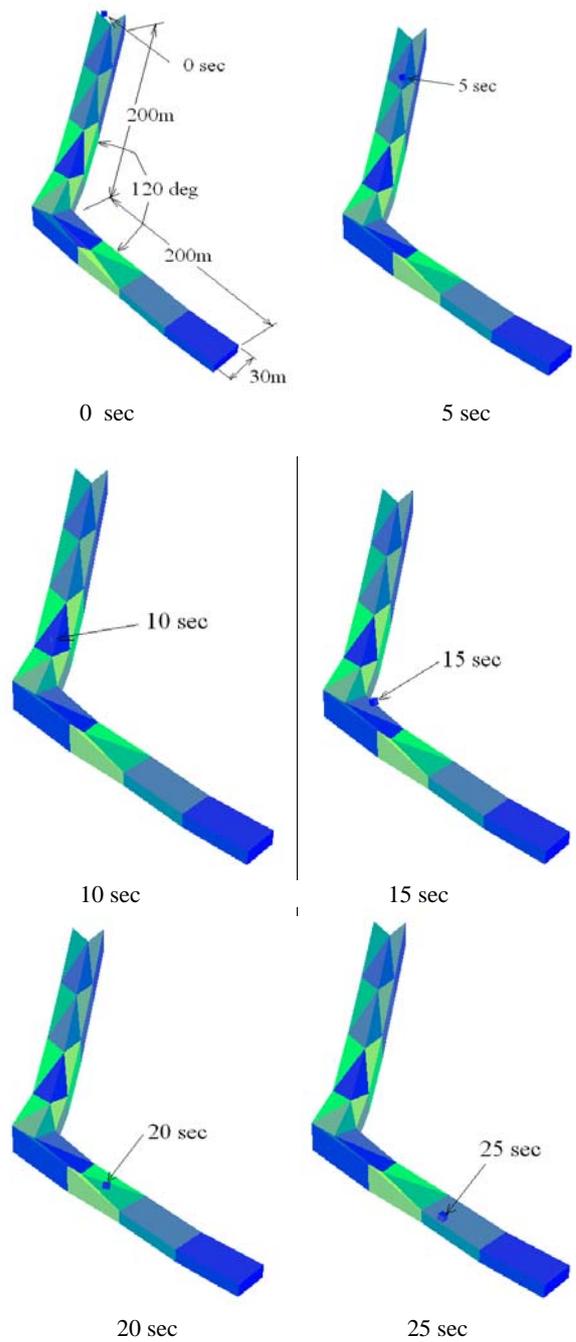
図—11はこれらの結果を示す。落石の軌跡は直線モデルと10秒までは同じである。15秒の手前で斜面が屈曲する部分では、落石は流下方向の左側斜面に乗り上げ、その後跳躍を伴いながら左側の斜面に移動し、20秒でほぼ斜面の中央部に戻り、最終的に斜面下部の平坦部で停止している。落石の到達距離は二次元モデル、三次元直線モデルと比較し、短くなっている。これは屈曲部を落石が通過する際に、方向を変えるためにエネルギーを消費したためである。

図—12は落石の寸法が5m×5m×7mの直方体の場合の最終停止位置の結果である。最終停止位置は立方体の場合より若干短くなっている。これは平坦部で立方体より重量が大きいため、斜面との摩擦抵抗が大きくその到達距離が立方体と比較してやや短くなったと思われるが大きな違いはなかった。また、運動の特徴として、直方体の長軸方向の回転が短軸方向より比較的多いことが認められた。

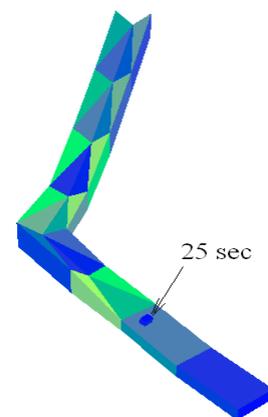
図—13は寸法の異なる2個の落石を斜面上部から同時に落下させた場合の結果である。落石の寸法はそれぞれ、5m×5m×5mの立方体と5m×5m×7mの直方体である。落石の運動形態は、当初、2個の落石が斜面と接触する際に衝突し、立方体の方が直方体より先に落下を始めた。直方体の方は当初の立方体との衝突の反動で落下の開始がやや遅れている。その後、直方体は立方体を追いかける様に落下し、斜面の屈曲部付近で立方体に追いつき、追突している。その結果、最終的な落石の停止距離は単独の場合より立方体が長く、直方体が短くなっている。



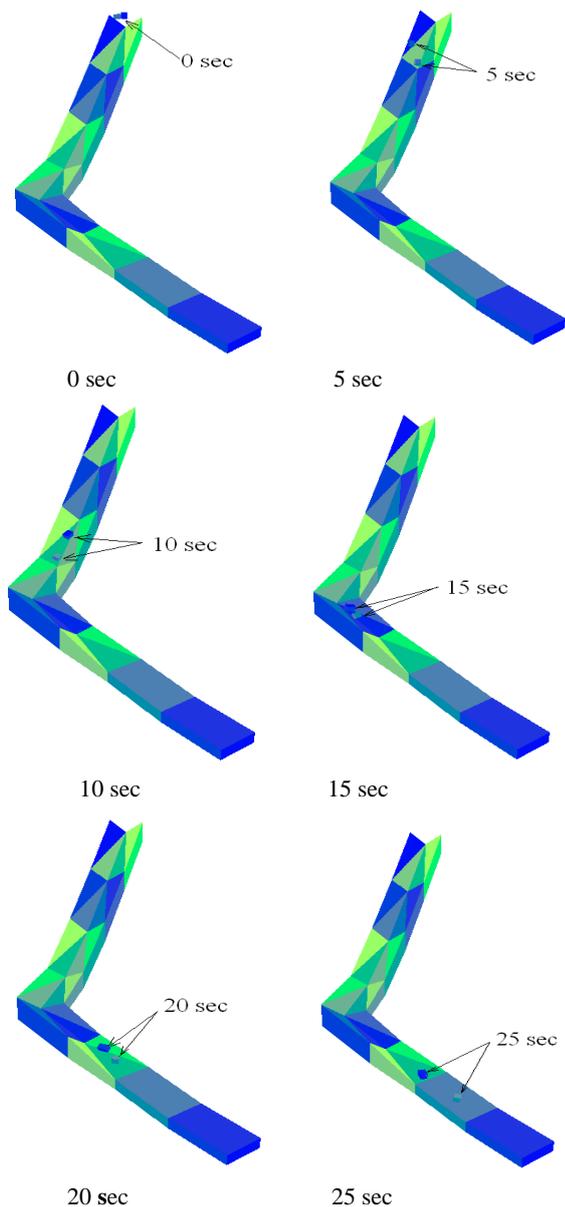
図—10 Aサイト三次元屈曲モデル



図—11 Aサイト三次元屈曲モデル結果(立方体)



図—12 Aサイト三次元屈曲モデル結果(直方体)



図—13 Aサイト三次元屈曲モデル結果(落石2個)

4. 結論と今後の課題

著者らはShiが開発した三次元不連続変形法を用いて落石モデルにおける三次元的な形状の影響を二次元モデル、実際のサイトの現象と比較することにより評価した。その結果、同一の解析条件では二次元モデルでの落石の到達距離がやや長くなることが分かった。また、三次元モデルでは二次元モデルでは考慮できない沢の屈曲や、沢に直交する斜面の形状などのモデル化が可能で、実サイトの落石到達距離や分布が概ね一致しており、より正確に現象の説明が可能となった。今後はもう少し複雑な斜面の崩落現象への適用性の検討を進める予定である。

参考文献

- 1) Shi, G. H. and Goodman, R. E. :Two dimensional discontinuous deformation analysis. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 9, pp. 541-556, 1985.
- 2) Shi, G. H. :Three dimensional discontinuous deformation analyses. *Proceedings of Fourth International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation*, pp. 1-21, 2001.
- 3) 佐々木猛, 佐々木勝司, 吉中龍之進 :不連続変形法(DDA)による落石問題の検討, 第7回計算工学講演会論文集, pp.423-426, 2002.
- 4) 佐々木勝司, 佐々木猛, 萩原育夫, 吉中龍之進 :不連続変形法を用いた落石シミュレーションの基礎的研究, 応用地質学会講演論文集, pp.371-374, 2002.
- 5) 佐々木猛, 佐々木勝司, 吉中龍之進, 大西有三 :不連続変形法(DDA)による斜面落石解析のパラメータ検討, 第38回地盤工学研究発表会講演論文集, pp.2155-2156, 2003.
- 6) 佐々木猛, 佐々木勝司, 片田良之, 鈴木哲也, 大西有三, 吉中龍之進 :不連続変形法(DDA)による斜面崩落と落石パターンの検討, 第8回計算工学講演会論文集, pp.167-170, 2003.
- 7) Takeshi Sasaki, Ikuo hagiwara, Katsuji Sasaki, Sigeo Horikawa, Yuzo Ohnishi, Satoshi Nishiyama, Ryunoshin Yoshinaka : Earthquake response analysis of a rock falling by Discontinuous Deformation Analysis, *ICADD7*, pp.137-146, 2005.

STUDY OF STONE FALL MODELS BY THREE DIMENSIONAL DISCONTINUOUS DEFORMATION ANALYSIS

Takeshi SASAKI, Ikuo HAGIWARA, Sigeru MIKI, Yuzo OHNISHI, Satoshi NISHIYAMA and Tomofumi KOYAMA

The authors analyzed rock fall models by using three dimensional discontinuous deformation analysis (3D-DDA, Shi, 2001). The results are evaluated comparison with two dimensional discontinuous deformation analysis and an actual site phenomenon of the measurements based on site investigation. The three dimensional discontinuous deformation analyses can be introduced of three dimensional shape of a site which is a swamp of flexure and the shape of falling rocks disregarded by two dimensional analyses. The results of three dimensional discontinuous deformation analysis has well explained for the physical phenomena of a rock fall behavior.