

# 単一亀裂を対象とした一次元トレーサー試験による亀裂内移流・分散およびマトリクス拡散パラメータの評価方法

熊本 創<sup>1\*</sup>・下茂 道人<sup>1</sup>

<sup>1</sup>大成建設株式会社 技術センター (〒245-0051 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)

\*E-mail: sou@ce.taisei.co.jp

堆積岩などの比較的多孔質な岩盤を対象としたトレーサー試験を行う際は、トレーサーの主要な移行経路となる亀裂内の移流・分散パラメータ（実流速、分散係数）に加え、亀裂から岩石基質部への拡散現象を支配するパラメータ（マトリクス拡散係数）の評価が求められる。しかし、一度のトレーサー試験結果から、これらのパラメータを同時に、かつ一意に評価することは困難である。本報告では、これらの各パラメータをトレーサー試験結果から同時に評価する際の解の一意性について、一次元の移流・分散およびマトリクス拡散を考慮した支配方程式の理論解を用いて説明するとともに、各パラメータを一意に決定するための新しい試験方法を提案した。

**Key Words :** tracer test, double porosity media, matrix diffusion, uniqueness of parameter estimation

## 1. はじめに

高レベル放射性廃棄物地層処分の性能評価においては、岩盤中の物質移行特性の評価が重要である。一般に、亀裂の発達した岩盤中の物質移行現象は、亀裂内の移流・分散が支配的となるが、亀裂内の流速が遅い場合や、空隙率の大きい岩盤を対象とした場合は、マトリクス拡散による遅延効果の影響を受けやすくなる<sup>1), 2)</sup>。

亀裂内の移流・分散やマトリクス拡散現象は、それぞれ亀裂内の実流速や分散係数、マトリクス部の空隙率や拡散係数などのパラメータによって決定付けられ、これらは、通常、トレーサー試験によって求められる。しかし、亀裂内の分散とマトリクス拡散は、破過曲線の形状に対して似通った影響を与えるため、一つの破過曲線から各パラメータを一意に決定することは困難である。

最近では、トレーサー試験結果から上記の各パラメータを同時に、かつ一意に決定する方法として、同一の試料を対象にトレーサーの注入流量の異なる試験を複数回実施する方法（Multiple Flow Rate Test, 以後、MFTと呼ぶ）や、分子拡散係数の異なる数種類のトレーサーを同時に注入する方法（Multiple Tracer Test, 以後、MITTと呼ぶ）などが提案されている<sup>3), 4), 5)</sup>。しかし、既往の研究では、これらの方法を適用した場合の解の一意性に関して理論的な説明がなされておらず、試験の適用範囲や適

切な試験条件の設定方法なども示されていない。

そこで、本報告では、一次元の亀裂内移流分散とマトリクス拡散を考慮した支配方程式の理論解<sup>2)</sup>を用いて、トレーサー試験結果から移流・分散、マトリクス拡散に関わる3パラメータを同時に評価する際の解の一意性について理論的な説明を行うとともに、各パラメータを同時に、かつ一意に決定することが可能な新しい試験条件の設定方法について提案する。

## 2. トレーサー試験結果の評価方法

マトリクス拡散を考慮した単一亀裂中の一次元の物質移行現象は、図-1に示すような概念モデルによって近似され、以下の支配方程式で表現することができる<sup>2)</sup>。

$$\frac{\partial c_f}{\partial t} + v_f \frac{\partial c_f}{\partial x} - D_f \frac{\partial^2 c_f}{\partial x^2} - \frac{n_m D_m}{b} \frac{\partial c_m}{\partial y} \Big|_{y=b} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_m}{\partial t} - D_m \frac{\partial^2 c_m}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $x$ ,  $y$  は 2 次元座標、 $c_f$  は亀裂内の濃度、 $c_m$  はマトリクス内の濃度、 $t$  は時間、 $v_f$  は亀裂内の実流速、 $n_m$  はマトリクス部の空隙率、 $b$  は亀裂開口幅の 1/2 ( $2b$ : 亀裂開口幅) を示す。 $D_f$  および  $D_m$  は、それぞれ亀裂内の

分散係数とマトリクス部の拡散係数であり、 $D_f = \alpha_L v_f$ 、 $D_m = \tau D_d$ で表される。 $\alpha_L$ は亀裂内の縦方向分散長、 $D_d$ は溶質の分子拡散係数、 $\tau$ はマトリクス部の屈曲度を示す。Tang等<sup>2)</sup>は、式(1)および(2)について、式(3)に示す理論解を導出している。

$$\frac{c_f}{c_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{P_e}{2}\right) \int_0^{\infty} \exp\left[-\xi^2 - \frac{P_e^2}{16\xi^2}\right] \cdot 2\text{erfc}\left[\frac{Y}{2T}\right] d\xi \quad (3)$$

ここに、 $c_0$ はソース濃度、 $\xi$ は積分変数を示す。また、 $Y$ 、 $T$ および $l$ は、以下の式で表される。

$$Y = \frac{T_0 P_e A}{4\xi^2} \quad (4)$$

$$T = \sqrt{t - \frac{T_0 P_e}{4\xi^2}} \quad (5)$$

$$l = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_0 P_e}{t}} \quad (6)$$

ここに、 $T_0$ は平均滞留時間、 $P_e$ はペクレ数、 $A$ はマトリクス拡散による移行パラメータであり、それぞれ以下のように表される。

$$T_0 = \frac{x}{v_f} = \frac{2bWx}{Q_f} \quad (7)$$

$$P_e = \frac{x}{\alpha_L} \quad (8)$$

$$A = \frac{n_m}{b} \sqrt{D_m} \quad (9)$$

ここに、 $W$ は亀裂の幅、 $Q_f$ は、一定流量条件でトレーサー試験を実施した場合の注入流量を示す(図-2参照)。

式(3)~(6)に示すように、単一亀裂内のトレーサー濃度の変化は、 $T_0$ 、 $P_e$ 、 $A$ の3パラメータによって決定付けられる。トレーサー試験結果の評価では、破過曲線のマッチングにより、まずこれらの3パラメータが求められ、得られた $T_0$ 、 $P_e$ 、 $A$ から、式(7)~(9)の関係により、 $2b$ 、 $\alpha_L$ 、および $D_m$ を求める。なお、本報告では、空隙率 $n_m$ は既知パラメータとして取り扱った。

### 3. パラメータ評価結果の一貫性

トレーサー試験結果から、 $2b$ 、 $\alpha_L$ 、 $D_m$ を同時に評価する際の解の一貫性について検討を行った。検討には、式(3)の理論解を用い、任意の条件を設定した順解析結果を仮想的なトレーサー試験結果に見立て、これに対して逆解析的にパラメータの評価を行った。なお、解析には、逆解析コードであるiTOUGH2-TRAT<sup>9)</sup>を用いた。

トレーサー試験を模擬した順解析のケースと設定パラメータを表-1、表-2に示す。本検討では、順解析ケースとして、注入流量 $Q_f$ の多いケース(case1シリーズ)と、少ないケース(case2シリーズ)の2種類を設定し

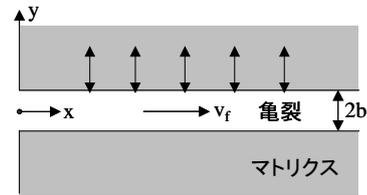


図-1 亀裂内移流・分散およびマトリクス拡散の概念モデル

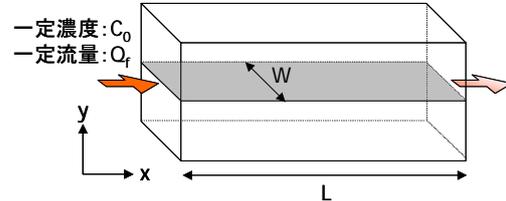


図-2 一次元トレーサー試験の概念

表-1 順解析ケース

解析ケース	$Q_f$ (cc/min)	$L$ (m)	$W$ (m)
case1-1	0.1	0.05	0.05
case1-2	0.5		
case2-1	0.001	0.05	0.05
case2-2	0.005		

表-2 順解析の設定パラメータ

$2b$ (mm)	$\alpha_L$ (m)	$D_m$ (m <sup>2</sup> /s)	$n_m$ (-)
0.1	0.05	3.0E-10	0.3

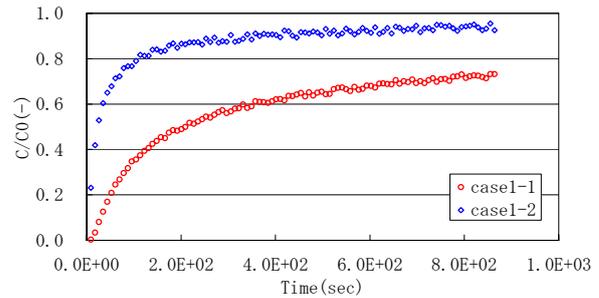


図-3 順解析結果 (case1シリーズ)

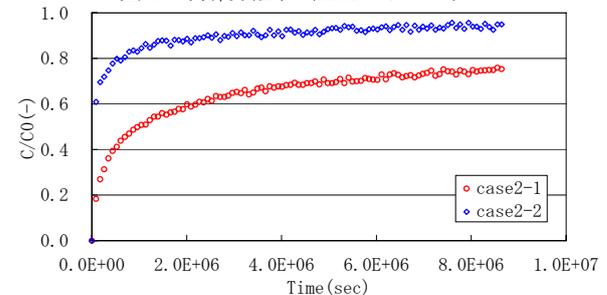


図-4 順解析結果 (case2シリーズ)

た。また、各シリーズにおいて、MFTを想定して、さらに $Q_f$ の異なるケースを設定した(case1-2, case2-2)。

図-3および図-4に、各ケースの解析結果を示す。同図は、実際のトレーサー試験を想定して、式(3)で求めた濃度データに、 $\pm 2\%$ の測定誤差を付加したものである。

一貫性確認では、複数組の任意のパラメータについて、式(10)に示す、観測データ(順解析結果)と解析結果との誤差の二乗平均 $S$ を求めて評価した。

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (C_i^* - C_i)^2} \quad (10)$$

ここに、 $C_i^*$ は*i*番目のマッチングポイントにおける濃度の観測値、 $C_i$ は*i*番目のマッチングポイントにおける濃度の計算値、 $M$ はマッチングポイントの総数を示す。

表-3 に、評価ケースを示す。一意性評価は、注入流量の多いケース (case1) と少ないケース (case2) のそれぞれについて、一回のトレーサー試験結果からパラメータを評価する場合 (Single Tracer Test : 以後、STT と呼ぶ) と、MFT を想定した場合について実施した。MFT を想定した場合は、2 つの破過曲線を同時にフィット可能なパラメータの組み合わせを求める。

図-5、図-6に、注入流量の多いケース (STT①, MFT

①) の結果を示す。同図は、 $2b$ ,  $\alpha_L$ ,  $D_m$ の3パラメータを変化させた際の誤差の二乗平均  $S$  の分布をコンターにしたものである。コンターの青系統は、観測値と解析結果とが良く一致していることを示しており、同コンターにおいて、一点に集中する青系統の明瞭なピークが見られれば、逆解析の解はそのピークに収束し、パラメータが一意に決定できることを示す。図-5より、SST①では、

表-3 一意性確認ケース

検討ケース	パラメータ評価に使用するデータセット	
STT①	case1-1	Single Tracer Test
MFT①	case1-1, case1-2	Multiple Flow Rate Test
STT②	case2-1	Single Tracer Test
MFT②	case2-1, case2-2	Multiple Flow Rate Test

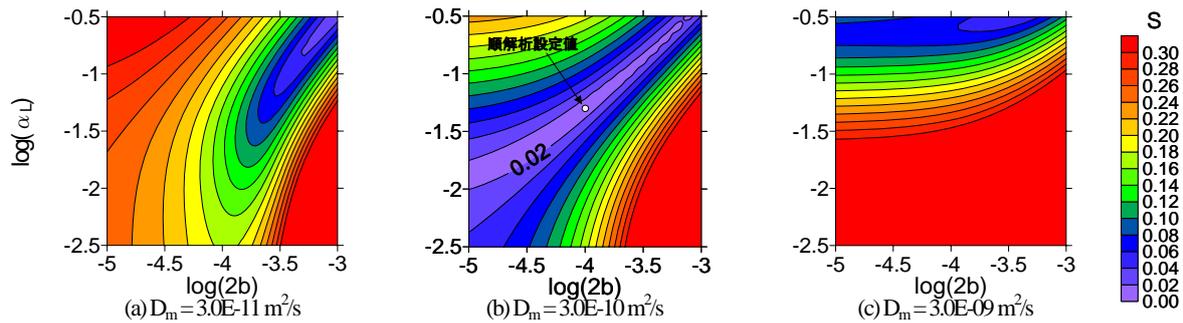


図-5 誤差の二乗平均  $S$  のコンター (Single Tracer Test : SST①)

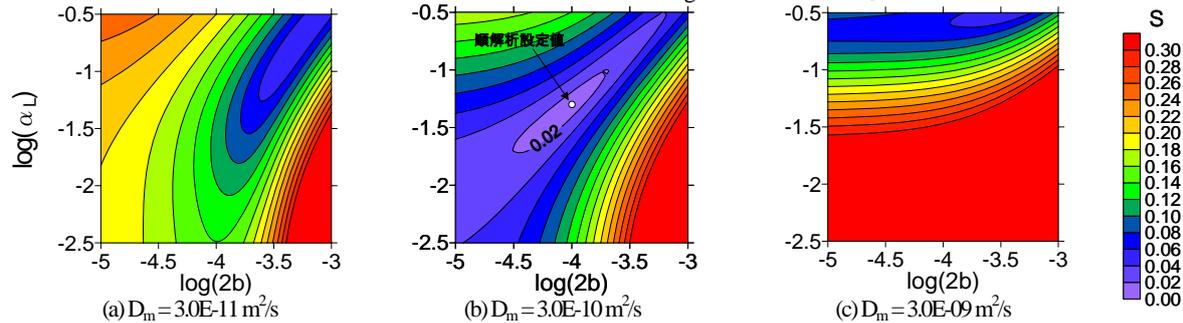


図-6 誤差の二乗平均  $S$  のコンター (Multiple Flow Rate Test : MFT①)

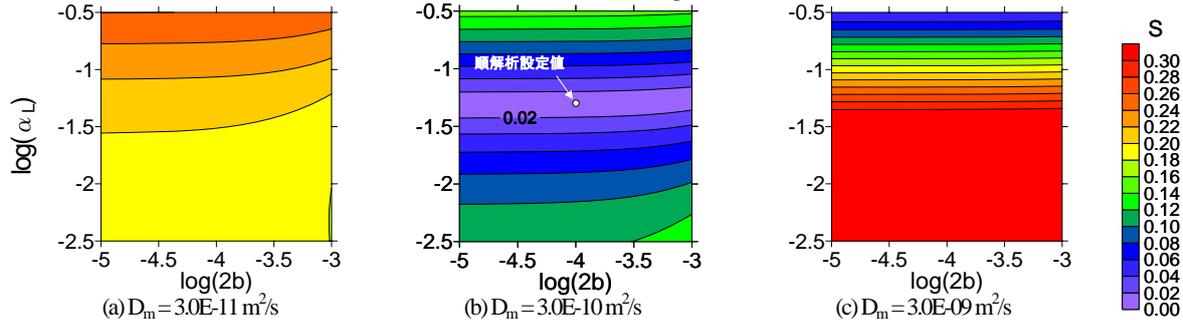


図-7 誤差の二乗平均  $S$  のコンター (Single Tracer Test : SST②)

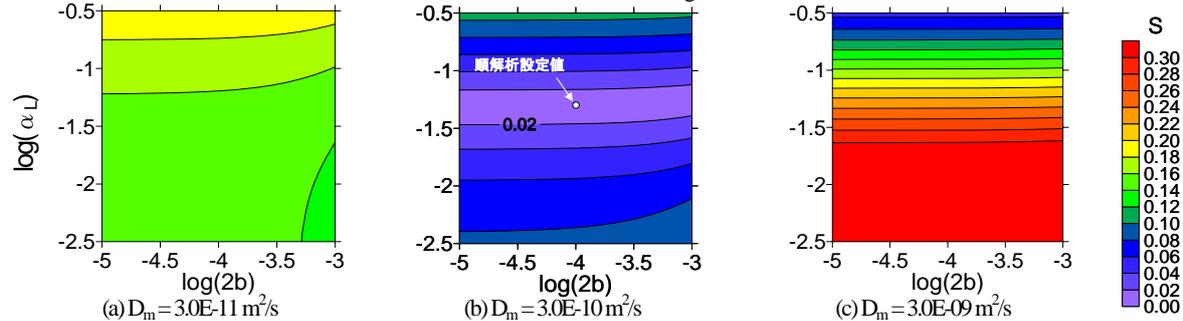


図-8 誤差の二乗平均  $S$  のコンター (Multiple Flow Rate Test : MFT②)

各コンターにおいて一点に集中する明瞭なピークは見られず、3パラメータを一意に決定することができないことが分かる。一方、図-6のMFT①では、順解析の設定パラメータ付近において、 $S$ の分布に明瞭なピークが見られ、STT①の場合と比べて、パラメータ評価結果の一意性が向上している。図-7、図-8に、注入流量の少ないケース（SST②、MFT②）の結果を示す。これより、流量の少ないケースでは、いずれの場合も、 $\alpha_L$ や $D_m$ はある程度一意に評価できるが、開口幅 $2b$ については、破過曲線の形状に対する感度が非常に小さく、一意性が低い。

以上より、一次元トレーサ試験結果から、3パラメータを同時に、かつ一意に評価するためには、 $2b$ の感度が十分に確保されるような流量条件において、MFTを実施する必要があると考えられる。

#### 4. 試験条件と開口幅の感度の関係

図-9 および図-10 に、前章の流量の多いケース（case1-1）と少ないケース（case2-1）について、 $2b$ を変化させた場合の破過曲線を示す。これより、case1-1では、試験を模擬した順解析のプロットは開口幅の感度が大きい範囲にあるが、低流量条件の case2-1 のプロットは、開口幅の感度が非常に低い範囲にあることが分かる。ただし、この流量条件と開口幅の感度の関係は、着目する時間や空間のスケールに依存するため、この関係をより一般的に表すために理論解の無次元化を行う。

式(3)～式(6)の理論解で、時間  $t$  を  $T_0$  で正規化すると、式(3)中の  $Y$ ,  $T$ ,  $l$  を以下のように表すことができる。

$$Y = \frac{P_e \sqrt{T_0 A^2}}{4\xi^2} \quad (11)$$

$$T = \sqrt{\frac{t}{T_0} - \frac{P_e}{4\xi^2}} \quad (12)$$

$$l = \frac{1}{2} \left( P_e \frac{1}{t/T_0} \right) \quad (13)$$

式(3)および式(11)～式(13)より、時間  $t$  を  $T_0$  で正規化した場合、破過曲線の形状は、 $P_e$  と  $T_0 A^2$  の2つの無次元パラメータによって決定付けられることが分かる。

図-11 に、図-9 と図-10 の破過曲線の時間軸を平均滞留時間  $T_0$  で正規化したものを示す。また、表-4 には、各ケースの無次元パラメータ  $T_0 A^2$  を示す。図-11 より、case1-1, case2-1 とも同様に  $P_e=1$  であるため、 $T_0 A^2$  が同じ値であれば、正規化プロット上において同一の破過曲線を示す。また、破過曲線の形状（傾き）は、 $T_0 A^2=1.6$  を境に変化しており、 $T_0 A^2$  が 1.6 以下のケースにおいて、傾きが大きくなる。この  $T_0 A^2=1.6$  となるケースは、図-9 および図-10 において、 $2b$  の変化に対して破過曲線の形状に変化が見られたケースである。これは、 $2b$  の感度

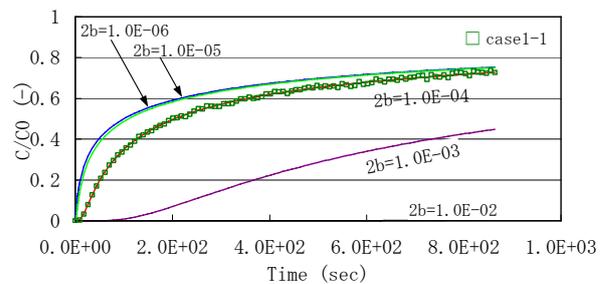


図-9 開口幅を変化させた場合の破過曲線 (case1-1)

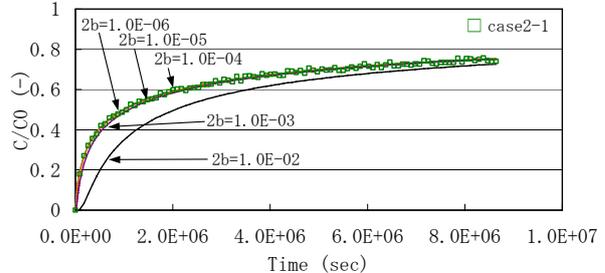


図-10 開口幅を変化させた場合の破過曲線 (case2-1)

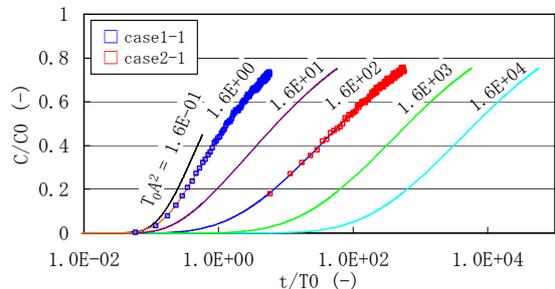


図-11 時間軸を正規化した破過曲線 (case1-1, case2-1)

表-4 各ケースと無次元パラメータ

case	$Q_r$ (cc/min)	$2b$ (m)	$Pe$ (-)	$T_0 A^2$ (-)
case1-1	0.1	1.0E-06	1.0	1.6E+02
		1.0E-05		1.6E+01
		1.0E-04		1.6E+00
		1.0E-03		1.6E-01
		1.0E-02		1.6E-02
case2-1	0.001	1.0E-06	1.0	1.6E+04
		1.0E-05		1.6E+03
		1.0E-04		1.6E+02
		1.0E-03		1.6E+01
		1.0E-02		1.6E+00

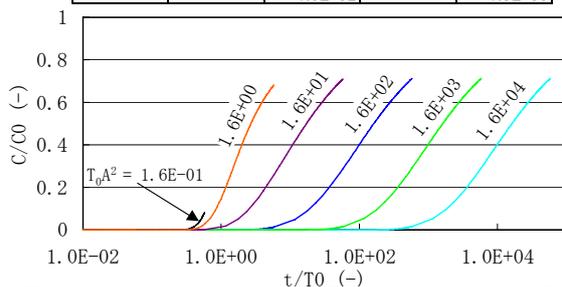


図-12 時間軸を正規化した破過曲線 ( $Pe=10$  とした場合)

は  $T_0 A^2$  によって決定付けられることを示唆している。

図-12 に、図-11 の各ケースについて、 $Pe=10$  とした場合 ( $\alpha_L=0.005$  とした場合) の破過曲線を示す。これより、 $Pe=10$  とした場合、 $Pe=1$  の場合と比べて、全体的に破過曲線の傾きが大きくなるが、曲線の傾きが変化する条件は、 $Pe=1$  の場合と同様に  $T_0 A^2$  が 1.6 以下となるケースである。すなわち、開口幅の感度は、 $Pe$  の値によらず、 $T_0 A^2$  のみによって決まるものと考えられる。

## 5. 新しい試験方法の提案

### (1) 試験条件の設定方法の提案

上記の知見を踏まえ、一次元トレーサー試験結果から、3パラメータを同時に、かつ一意に評価可能な試験条件の設定方法を提案する。4章より、3パラメータを一意に決定するためには、①着目する時間スケール、②開口幅の感度を有する流量条件、の2つの条件を決定する必要がある。①の時間スケールは、試験の実施期間であり、試験計画において決定すべき項目である。また、②の開口幅の感度を有する流量条件は、前述の無次元パラメータ ( $T_0A^2$ ) によって決定できる。以下に、具体的な試験条件の設定方法について理論解を用いて説明する。

4章より、 $2b$ の感度は  $P_e$ の値によらず、 $T_0A^2$ のみによって決定付けられることが分かった。そこで、ここでは亀裂内の分散を無視した場合 ( $D_f=0$ の場合)の理論解を用いて検討を行う。式(1)の支配方程式において、 $D_f=0$ とした場合の理論解は、Tang等<sup>2)</sup>によって以下のように示されている。

$$\frac{c_f}{c_0} = \text{erfc}\left(\frac{T_0A}{2\sqrt{t-T_0}}\right) \quad (14)$$

ここで、式(14)において、ある任意の開口幅  $2b=2b^*$ を与えた場合の破過曲線 (BTC1) と、BTC1の開口幅を  $\gamma$ 倍した場合 ( $2b=2b^*\times\gamma$ ,  $\gamma>1$ )の破過曲線 (BTC2) を考える (図-13)。また、BTC1とBTC2のそれぞれについて、時間  $t^*$ における亀裂内の濃度  $c/c_0$ を以下の式(15)、式(16)で表した場合、式(17)と式(18)の関係式が成り立つ。

$$\frac{c_f}{c_0} = \text{erfc}(\alpha) \quad (15)$$

$$\frac{c_f}{c_0} = \text{erfc}(\beta) \quad (16)$$

$$\frac{T_0A}{2\sqrt{t^*-T_0}} = \alpha \quad (17)$$

$$\frac{T_0A}{2\sqrt{t^*-\gamma T_0}} > \beta \quad (18)$$

ここに、 $\alpha$ ,  $\beta$ はそれぞれ BTC1 および BTC2 における、式(14)の相補誤差関数の変数を示しており、 $\alpha<1$ ,  $\beta>\alpha$ の関係にある。式(17)と式(18)の連立不等式を解くと以下の式を得る。

$$t^* = \frac{T_0^2A^2}{4\alpha^2} + T_0 \quad (19)$$

$$T_0A^2 < \frac{4\alpha^2\beta^2(1-\gamma)}{(\alpha^2-\beta^2)} \quad (20)$$

式(19)は、BTC1の  $c/c_0$ が  $\text{erfc}(\alpha)$ となる時間  $t^*$ を示しており、これにより、破過曲線がある濃度に達するまでの時間を求めることができる。式(20)は、開口幅の  $\gamma$ 倍の変化に対して、時間  $t^*$ における濃度  $c/c_0$ が  $\text{erfc}(\alpha)$ から

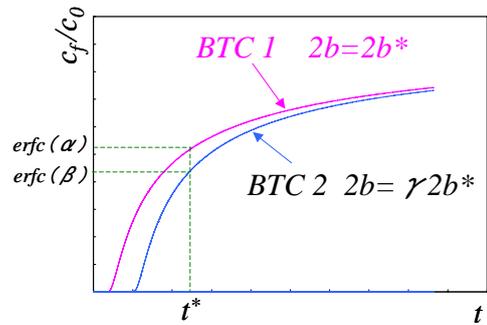


図-13 開口幅を変化させた場合の破過曲線の模式図

$\text{erfc}(\beta)$ 以下に変化するような  $T_0A^2$ の条件を示している。すなわち、式(20)と式(21)によって、着目する時間スケールにおいて必要な開口幅の感度を有する試験条件を決定することが可能となる。実用的な例として、開口幅の2倍の変化に対して、亀裂内の濃度  $c/c_0$ が約0.5となる時間  $t^*$ において、濃度  $c/c_0$ が5%程度以上変化するような条件を設定する場合、 $\alpha=0.5$ ,  $\beta=0.55$ ,  $\gamma=2.0$ となり、式(20)は  $T_0A^2 < 5.76(=6)$ となる。3章で3パラメータを一意に決定することができた MFT①は、いずれもこの条件を満たした試験条件が設定されている。

本来、 $T_0$ や  $A$ は未知パラメータであるが、通常、これらのパラメータは別途実施される透水試験や拡散試験、基本物性試験結果などによって、ある程度の範囲で想定することができる。また、試験時間や注入流量などの条件は、注入ポンプの種類や濃度の測定方法などの条件によっても制約される。したがって、試験条件の設定は、これらのパラメータの想定範囲や制約条件を踏まえ、上述の式(19)および式(20)によって決定する必要がある。

### (2) 新しい試験方法の提案

前節では、試験時間と流量を  $t^*$ と  $T_0A^2 < 6$ に基づいて決定すれば、3パラメータを一意に決定できることを示した。ただし、3章で実施した MFT① (図-6)は、流量の異なる2回のトレーサー試験が、いずれも  $T_0A^2 < 6$ の条件を満たしているが、誤差の二乗平均  $S$ のピークは1オーダー程度の範囲に分布しており不確実性が大きい。一方、 $T_0A^2 > 6$ となる MFT②の結果 (図-8)を見ると、 $2b$ を一意に決定できない代わりに  $\alpha_L$ や  $D_m$ の一意性が高い。そこで、本報告では、新たな方法として、 $T_0A^2 < 6$ となる流量の多いケースと、 $T_0A^2 < 6$ とならない流量の少ないケースとを組み合わせた MFT を提案する。この方法について、3章と同様の一意性確認を行った。表-5に順解析の条件を示す。MFTを想定した2ケースの流量は、それぞれ  $T_0A^2 < 6$ と  $T_0A^2 > 6$ を満たす条件となっている。また、2ケースの流量比は3章の case2-1, case2-2と同様に5倍とした。図-14に誤差の二乗平均  $S$ のコンターを示す。これより、図-6と比べて、 $S$ のピークが鋭敏になり、より不確実性が低減されたことが分かる。特に、不確実

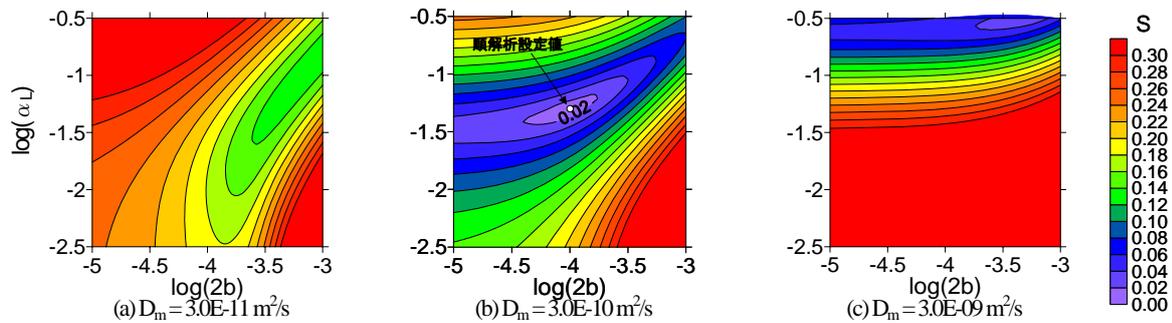


図-14 誤差の二乗平均Sのコンター (新たに提案したMFT)

表-5 提案方法の試験条件

解析ケース	Q <sub>f</sub> (cc/min)	t* (s)	T <sub>0</sub> A <sup>2</sup> (-)
case3-1	0.01	25800	16.2
case3-2	0.05	1272	3.24

性の低減は  $\alpha_L$  の評価で大きく、これは、 $T_0A^2 > 6$  となる低流量のケースを加えたことの効果であると考えられる。

## 6. まとめ

本報告では、一次元の室内トレーサー試験を想定し、試験結果から亀裂内の移流・分散、およびマトリクス拡散に関わる3パラメータを同時に、かつ一意に評価した場合の解の一意性について理論的な説明を行った。その結果、試験条件によっては従来から提案されているMFTを適用してもパラメータを一意に決定できないことが明らかとなった。また、3パラメータを一意に評価可能な試験条件を無次元パラメータに基づいて設定できることを示した。今後は、複数の亀裂を対象とした場合や、異なる次元や境界条件を想定した場合など、より複雑な条件において同様の検討を行う予定である。

謝辞：本研究を進めるにあたり、米国ローレンスバークレー国立研究所開発のiTOUGH2-TRATを使用させて頂いた。ここに謝意を表す。

## 参考文献

- 1) Neretnieks, I. : Diffusion in the rock Matrix : An important factor in radionuclide retardation?, Journal of Geophysical Research, Vol. 85, No. B8, pp.4379-4397, 1980.
- 2) Tang, D. H., Frind, E. O., Sudicky, E. A. : Contaminant transport in fractured media : Analytical solution for a single fracture : Water Resources Research, Vol. 17, No. 3, pp. 555-564, 1981.
- 3) Callahan, T. J., Reimus, P. W., Bouman, R. S., Haga, M. J. : Using multiple experimental methods to determine fracture/matrix interactions and dispersion of nonreactive solutes in saturated volcanic tuff, Water Resources Research, Vol. 36, No.12, pp.3547-3558, 2000.
- 4) Reimus, P. W., Haga, M. J., Adams, A. I., Callahan, T. J., Turin, H. J., Counce, D. A. : Testing and parameterizing a conceptual solute transport model in saturated fractured tuff using sorbing and nonsorbing tracers in cross-hole tracer tests : Journal of Contaminant Hydrology, 62-63, pp. 613-636, 2003.
- 5) 熊本創, 下茂道人, 山本肇, 澤田淳 : トレーサー試験による亀裂内移流・分散とマトリクス拡散の評価手法に関する数値解析的検討, 土木学会第64回年次学術講演会講演論文集, 2009.
- 6) Zhou, Q. : Software management report for iTOUGH2-TRAT, Version 1.0, 1001-SMR-1.0-00. Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, CA., 2005.

# AN EVALUATION METHOD ON ADVECTION-DISPERSION AND MATRIX DIFFUSION PARAMETRS WITH TRACER TEST IN SINGLE FRACTURE

Sou KUMAMOTO, Michito SHIMO

The evaluation of the advection-dispersion in the fracture and diffusion into the matrix from fracture is very important to describe the mass transport processes in fractured porous media such as a sedimentary rock. However, it is often difficult to uniquely determine a number of parameters relevant to these phenomena, such as the fracture aperture, dispersivity coefficient, and matrix diffusion coefficient, from a data set of single tracer test. In this report, the uniqueness of the parameter estimations from one-dimensional tracer test was studied using an analytical solution for single fracture model. And the new method of tracer test conditioning to uniquely estimate these three parameters was suggested.