数理モデルを用いた岩石の動的強度評価

岡田 哲実^{1*}·伊藤洋¹·納谷 朋広²·熊谷 小百合³

¹財団法人 電力中央研究所(〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子 1646) ²株式会社 ダイヤコンサルタント(〒331-8638 埼玉県さいたま市北区吉野町 2-272-3) ³株式会社 セレス(〒270-1166 千葉県我孫子市我孫子 1646(財)電力中央研究所内) ^{*}E-mail: t-okada@criepi.denken.or.jp

本研究の目的は,著者らの提案した岩石の動的強度を評価できる数理モデルを検証し,動的強度を求め るための動的強度評価法を確立することである.天然の凝灰岩を用いて,単調載荷試験や繰返し載荷試験 を実施し,数理モデルに必要なパラメータを取得した.その後,規則波および地震波を用いた多段階の繰 返し載荷のせん断試験と数理モデルを用いた実験のシミュレーションを行った.その結果,既往の研究と 同様に動的強度は静的強度を上回った.また,数理モデルから計算された動的強度は,実験から得られた 動的強度と概ね整合する結果を得ることができた.

Key Words : cyclic loading, fatigue, strain raete, shear strength, soft rock, dynamic characteristics

1. はじめに

発電用原子炉施設に関する耐震設計審査指針の改訂に より従来よりも設計用地震動レベルが増大し,基礎岩盤 や発電所周辺の岩盤斜面の安定性評価手法では,動的解 析の重要性が増している.これに伴い,動的解析に用い る岩盤の物性のうち,特に強度についても,動的強度を 適切に評価することが求められている.動的強度という 用語は明確ではないが,動的解析に用いる強度であるか ら,耐震設計においては地震波のような不規則波形の繰 返しせん断応力が加えられた時に発揮される強度と言え よう.しかしながら,地震波形は様々であり,またそれ に伴って地盤内部に作用する応力(波形)も場所によっ て異なるため,一意的に動的強度を定義することは困難 である.そのような理由から,一般には正弦波載荷を与 えて,その時に発揮される強度を動的強度と称している のが現状である.

これまで原子力発電所の耐震設計においては、動的強 度と静的強度を比較して、動的強度は静的強度を下回ら ないことを根拠として、静的強度を用いている¹⁾. この 「動的強度≧静的強度」は様々な岩種で確かめられてい るが²⁻⁵, これらのデータは、ほとんどがせん断応力の 方向が反転しない片振り載荷のデータであり、両振り載 荷のデータは見られない. また、正弦波の段階載荷のデ ータが多く、地震波(不規則波)のデータがかなり少な く、両者の関係も明確ではない. これらの課題を解決す るため、本研究では、凝灰岩を用いて片振り載荷と両振 り載荷の比較と行うとともに、正弦波および地震波を用 いた多段階の繰返し載荷試験を実施し、著者らが提案し た動的強度を評価できる数理モデル^のを用いて、試験結 果と比較することにより数理モデルの検証を行った.

2. 動的強度の数理モデルの概要

(1) 繰返し回数の効果(疲労の効果)

応力振幅を一定にして破壊するまで繰返し荷重を加えると、応力振幅の減少に伴い、繰返し回数は増加する. この関係を表す関数を疲労関数 f_1 として定義し、以下の関数で表す.

$$f_1(N_f) := \frac{\tau_{f_N_f}}{\tau_{f_N=1}} = 1 - a \cdot \log N_f \tag{1}$$

ここで, N_f (≥ 1) は破壊時の繰返し回数(回) で $\tau_{f_N_f}$ は N_f 回載荷後に破壊する時のせん断強さ, $\tau_{f_{N=1}}$ は1回載荷時(単調載荷時)のせん断強さ, aは 関数の勾配を規定するパラメータであり, aが大きいほ ど強度低下が大きいことを意味する.

(2) 載荷速度の効果

岩石材料のみならず,一般に載荷速度が速いほど強度 は増加する傾向を示すことが知られている.疲労の効果 は繰返し回数の増加により必ず強度を低下させる傾向を 示すのに対して、載荷速度の増加は強度を増加させる傾向を示す.提案する数理モデルでは、主としてこの2つの影響により、動的強度と静的強度の大小関係が決まるものと考える.載荷速度(例えば、軸ひずみ速度)とせん断強度の関係を示す関数を速度関数 f_2 として定義し、次の関数で表す.

 $f_2(\dot{\varepsilon}) := \tau_f = \alpha + \beta \cdot \log \dot{\varepsilon}$ (2) ここで、 $\dot{\varepsilon}$ は軸ひずみ速度(%/min)で、 τ_f は最大せん断強さ(MPa)、 α と β はパラメータである.

(3) 疲労と載荷速度の効果の統合

式(2)の τ_f を式(1)におけるN=1回載荷時の強度 $\tau_{fN=1}$ と考えると、以下の関係が得られる.

 $\tau_{f_N_f} = f_1 \cdot f_2 = (\alpha + \beta \cdot \log \varepsilon)(1 - \alpha \cdot \log N_f)$ (3) この関係から,任意のひずみ速度における N_f (≥ 1) と τ_{f_N} の関係が得られる.ところで,式(3)が成立す るためには,式(1)の関係は載荷速度によらず成立しな ければならないが,これはある程度妥当であることが実 験データから確かめられている⁶.

(4) 累積損傷則の適用

任意波形の影響を数理モデルにより表現するために, 破壊に至る前の繰返し載荷の影響(以降,損傷の効果と 呼ぶ)を知る必要がある.しかしながら,そのような試 験データは見あたらなかったため,金属材料の材料設計 に用いている累積損傷則⁷⁾を適用し,N波載荷後に発揮 される強度(以降,残余強度と呼ぶ)は,その破壊回数 に対して,線形に変化すると仮定する.この考え方を適 用すると,繰返し載荷による損傷の影響を表す損傷関数 f_3 として,以下のように表すことができる.

$$f_3(N) := \frac{\tau_{d_N}}{\tau_{f_N=1}} = 1 - d \cdot (N - 1)$$
(4)

ここで、Nは破壊に至る途中の繰返し回数で、 τ_{d_N} は N回繰返した後に発揮される強度(残余強度)である. 破壊時($N = N_f$ 時)には、式(1)=式(4)が成立する. よって、 $f_1(N_f) = f_3(N_f)$ より、以下の関係が得られる.

$$d = \frac{a \cdot \log N_f}{N_f - 1} = \frac{1 - \frac{\tau_{f_N f}}{\tau_{f_N - 1}}}{\frac{1 - \frac{\tau_{f_N f}}{\tau_{f_N - 1}}}{10^{\frac{1 - \frac{\tau_f N_f}{\tau_{f_N - 1}}}} - 1}}$$
(5)

よって,式(4)のパラメータdは式(5)より,応力比 $\tau_{f_N}/\tau_{f_N=1}$ が決まると確定する.式(2),式(4)から 次の関係が得られる.

 $\tau_{f_N} = f_2 \cdot f_3 = (\alpha + \beta \cdot \log \dot{\epsilon}) \{1 - d \cdot (N - 1)\}$ (6) ところで、式(3)と同様に式(6)が成り立つためには、 式(4)の関係は載荷速度によらず成立しなければならな いが、実証するデータはないため、累積損傷則と同様に 仮定している.この仮定により,異なった載荷速度でも、 応力比 $\tau_{f_N}/\tau_{f_N=1}$ さえ決まれば、損傷の程度を知る ことができる.

(5) 動的強度の計算例

異なった応力振幅が加えられる場合の動的強度の計算 例を図-1に示す.応力比が0.9で6回,0.8で30回,0.7 で600回の載荷を行う場合を考える.図に示すように, 応力比0.9で5回の繰返し載荷を行った時,縦軸(残余 強度)は0.94となる.次に,継続して応力比0.8で繰 返し載荷を行う場合は,残余強度0.94が引き継がれ(図 上では右側に移動し),0.8の応力比では既に30回繰返 したものと同じ損傷となっている.ここからさらに30 回繰返し載荷を行った時,残余強度は0.88となる.さ らに,継続して応力比0.7で繰返し載荷を行う場合は, 残余強度0.88が引き継がれ(図上ではさらに右側に移 動し),0.7の応力比では既に400回繰返したものと同 じ損傷となっている.ここからさらに600回繰返し載 荷を行った時,残余強度は式(1)で表される破壊回数 1000回となり,破壊することになる.

以上のように、式 (4) が式 (1) と一致した場合、また は下回った場合に破壊したと判断し、その時の強度を動 的強度と定義する. なお、途中で載荷速度が変わった 場合は式 (2) より、 $\tau_{f,N=1}$ が変化する. すなわち、図-1 上で相対的に応力比 $\tau_{f,N_f}/\tau_{f,N=1}$ が変化するだけであ る.

(6) 動的強度評価法の概要

提案した数理モデルを用いることにより、以下の手順 で動的強度を求めることが可能である(図-2).

①代表する周波数で、数種類のせん断応力振幅の繰返し 載荷の試験を行う.1回の試験でせん断応力振幅は段 階的に上げず、1段階のみで破壊するまで一定とする.



図-1 数理モデルによる動的強度計算例

- ②横軸に繰返し回数(対数),縦軸に正規化した応力比 をとり,疲労関数 f₁を求める.
- ③オーダーの異なる数種類の載荷速度で、単調載荷の試 験を行う.載荷速度の範囲は、①の載荷速度と静的な 試験速度を網羅するように設定する.
- ④横軸にひずみ速度(対数),縦軸にせん断強さをとり, 速度関数 f_2 を求める.
- ⑤上記の②,④で求めた関数 f₁ と f₂,損傷関数 f₃ を用いて様々な規則波および不規則波(地震波)で動 的強度を求める.

動的強度評価法の検証

(1) 試料

用いた試料は、新第三紀中新世の流紋岩質溶結凝灰岩 (通称、大谷石)である.大谷石は基質部分よりも強度 の低い「みそ」と呼ばれる粘土を含んでいるが、本試料 はみその含有率が比較的少ない「細目」と呼ばれるもの を使用した.ブロックサンプリングした試料(約30cm 立方)をコア抜き機、カッター、端面整形機を使用し、 直径約50mm、高さ20mmの円柱形の供試体に成形した.

(2) 試験装置

試験に用いた一面せん断試験装置を写真-1に示す. 装置は空圧サーボ式の二軸載荷装置である.最大垂直荷 重,最大せん断荷重とも 20kN である.ベロフラムシリ ンダーを空圧式のサーボバルブで電気制御し,ロードセ ルの出力値(電圧)をフィードバックして制御してい る.供試体は鋼製のスペーサーを介してせん断箱に収め られ,せん断箱とは分離した加圧板で垂直力を負荷する. 加圧板およびスペーサーとせん断箱の間の摩擦を低減す るようにグリースを塗った.

(3) 試験方法

試験は全て定応力一面せん断試験で実施した.載荷方 法以外は原則として地盤工学会基準「土の定応力一面せ ん断試験方法(JGS0561-2009)」⁸⁾に準拠した.載荷方 法および条件の一覧を表-1に示す.シリーズOT-1が 単調載荷試験(静的試験)である.ひずみ速度は標準的 な0.05mm/minとした.垂直圧は0.2~2.0MPaとした.

シリーズ OT-2 が疲労効果を調べるため実施した応 力振幅一定の繰返し載荷試験である(図-2①②参照). 片振りと両振りの比較のため、両方の繰返し載荷を行っ た.図-3 に示すとおり、両振りと片振りの載荷条件は 最大せん断応力 (2 Δ r) が等しいものとした.すなわち、 両振りの片応力振幅 (2 Δ r) は片振りの片応力振幅 (Δ r)



図−2 動的強度評価法



写真-1 一面せん断試験装置

の2倍である.載荷周波数は共に0.1Hz,波形は正弦波 で,最大せん断応力 $2\Delta \tau$ を $1.6 \sim 2.0$ MPa とした.なお, 試験条件の垂直圧(拘束圧)については,原子力建屋基 礎レベルを想定し,0.2MPa と固定した.

シリーズ OT-3 が速度効果を調べるための単調載荷試 験(図-2(3)④)であり,異なった広範囲のひずみ速度 (0.05~10mm/min)で試験を行った.

シリーズ OT-4 が強度評価式検証のための多段階の繰返し載荷試験である.全て両振り載荷で試験を行った.シリーズ OT-4a では OT-2a と同様に正弦波を用いた. 周波数,波数,段階数は表-1 中に示すとおりである. シリーズ OT-4b では図-4 に示す人工的に作成した地震 波⁹ (卓越周波数1~10Hz)を用いた.ただし試験装 置の制約により,表-1中に記載のとおり時間軸を5~ 50倍,段階数は5もしくは10段階とした.なお,段階 数 n とは地震波による最大応力振幅=静的強度として, 段階的に負荷する応力振幅をその1/n ずつ破壊するまで 増加させる (1/n, 2/n, ...,n/n(=静的強度), n+1/n, ...) もののある.

(4) 試験結果と考察

シリーズ OT-1 から得られた強度特性を図 -5 に示す. 試験結果にばらつきは多いが、c =1.38MPa, ϕ = 51° となった.スケールや排水条件の異なる大谷石の既往の 三軸試験結果によると、c =1.5 ~ 2.1MPa, ϕ = 27 ~ 35°であり¹⁰,それと比較すると c が小さく ϕ が大きい 傾向を示している.この理由は、試験法の違い(三軸 vs 一面)、対象とする拘束圧レベルの違い(今回の方が 応力は小さい)、みその含有率の違い(今回の方がみそ が少ない)等に起因と思われる.

シリーズ OT-2 の疲労試験の両振り載荷の結果の一例 を図-6に示す.載荷の進行に伴いせん断変位が増減し、 あるせん断応力振幅を維持出来なくなった時(76s程度) にせん断変位が急増している. 同様に全てのケースでせ ん断変位の急増点は明瞭であり、この点を破壊と定義し、 その時の回数を破壊回数 N_f とした. 破壊回数 N_f と 1波で破壊した強度で正規化した強度の関係を図-7に 示す. この関係は式(1)に相当し,図中には最小二乗法 により近似した式を実線で示す. これより、データにば らつきはあるものの、片振り条件でも両振り条件でも ほとんど傾向が変わらないことがわかる. 式(1)のパラ メータa = 0.0496 (片振り), 0.0474 (両振り) となっ た. 天然の泥岩の結果 (a = 0.04 ~ 0.1)⁶ と比較する と,疲労の影響(強度低下)は小さい.片振りと両振り の違いが小さいことから、多段階の繰返し試験(シリー ズOT-4) は両振り条件のみで実施した.

シリーズ OT-3 から得られた載荷速度とせん断強度の 関係を図 -8 に示す.ただし、横軸の載荷速度はせん断 変位速度(mm/min)とした.この関係は 3.2 節の式 (2) に相当し、図中には最小二乗法により近似した式を実線 で示す.これより、式 (2)のパラメータ $\alpha = 1.78$, β = 0.158 となった. α はひずみ速度が 1mm/min の時の 強度であるため、式 (2)の右辺をこの値で割る.すると、 ひずみ速度が 1mm/min の強度に対して、ひずみ速度の 増加による強度増加率を示す β/α は、0.089 となる. これは天然の泥岩の結果($\beta/\alpha = 0.07$)[®]よりも大きい. シリーズ OT-4 の多段階繰り返し試験の正弦波の結果 の一例(0.1Hz、5 段階、10 波の例)と地震波の結果の

表-1 試験一覧

シリーズ	試験の目的	載荷方法	試験条件				拘束圧(MPa)	個数(個)
OT-1	静的強度	単調載荷	ひずみ速度:0.05mm/min				0.2~2.0	16
OT-2a	疲労効果	繰返し載荷(片振り)	周波数:0.1Hz, 応力振幅:1.6~2.0MPa				0.2	6
OT-2b	疲労効果	繰返し載荷(両振り)	周波数:0.1Hz, 応力振幅:1.6~2.0MPa				0.2	7
OT-3	速度効果	単調載荷	ひずみ速度:0.05~10mm/min			0.2	8	
OT-4a	モデル検証	多段階繰返し載荷	No. OT-4a-1 OT-4a-2 OT-4a-3 OT-4a-4	周波数(Hz) 1 0.1 0.01 0.5	波数(回) 5 10 30 10	段階数(段階) 5 5 10 10	0.2	4
OT-4b	モデル検証	多段階繰返し載荷	No. OT-4b-1 OT-4b-2 OT-4b-3 OT-4b-4	地震波 1 時間軸50倍 2 時間軸20倍 3 時間軸10倍 4 時間軸5倍		段階数(段階) 5 5 10 10	0.2	4

※試験は全て定応カー面せん断せん断試験で実施した。載荷方法以外は原則としてJGS0561-2009に準拠した。





時間(。)



一例(5段階,時間軸10倍)を図-9に示す.両載荷条件ともに載荷の進行に伴い軸ひずみが増加し,軸差応力振幅を維持出来なくなった時に軸ひずみが増大している.同様に全てのケースで軸ひずみが急増点は明瞭であ

り、この点を破壊と定義し、破壊までに受けた最大応力 を多段階繰返し時の強度(=動的強度)と定義した.両 振り載荷において、せん断応力τがプラス側、マイナス 側のどちらで破壊するかについては、規則性はなく、ラ ンダムであった.

多段階繰返し試験で動的強度を求め,評価式で得られる計算結果と比較した.静的強度は図-5に示す $\sigma_f = 0.2$ MPaの時の強度(1.63MPa)を静的強度とした.数理モデルを用いて計算する動的強度の載荷速度については,次のように考えた.正弦波の周波数f,から単調載荷試験に相当するN=1/4波に要する時間を載荷時間とし,破壊時のせん断変位は載荷速度によらずほぼ一定値(= 0.65mm)と考え,片振幅で破壊変位に達する条件で変位速度に換算する.このとき,f, = 0.1Hz に対する変位速度は $\dot{\epsilon}$ = 15.6mm /min が得られる.多段階に同じ周波数でせん断応力を上げていく今回の条件では,応力振幅が小さいほど,載荷の変位速度は小さくなる.そこで,静的強度を基準に,応力振幅が 1/5 の場合には、変位速度も 1/5 として計算した.

一方,数理モデルを用いて計算する地震波の載荷速度 については、次のように考えた(図-10).地震波がX 軸と交差する点(Y=0)を取り出し、1/2 波毎に時間間 隔(Tn)を求める.正弦波と同様に考えると、破壊時 のせん断変位速度は $\dot{\epsilon} = 0.65/(Tn/2/60)mm/min が得ら$ れる.地震波の時間軸を 10 倍にのばした場合は、変位速度は 1/10 となる.また、図-10 に示すとおり、分割した 1 波分のプラス側は最大値、マイナス側は最小値をそれぞれの応力履歴と考えて、それぞれ別々に数理モデルから動的強度を計算し、絶対値が最大の方を動的強度とした.

図-11には、ともに静的強度で正規化した実験から 得られた動的強度と計算から得られた動的強度の関係を 示す.縦軸より、動的強度(実験)/静的強度は1.28~ 1.81となった.横軸より、動的強度(計算)/静的強度 は、1.09~1.31となった.正弦波と比べると地震波の 試験結果の方が数理モデルでは過小評価になる傾向があ る.実験結果と計算結果の差は3~46%実験結果の方 が常に大きくなったが、実験結果で比較的動的強度の増 加率の大きいケースで計算結果も相対的に強度が大きい 結果となっていることから数理モデルは概ね妥当と考え られる.

地震波の方が正弦波に比べ計算結果を過小評価する理 由や計算結果が実験結果を常に過小評価する理由は、数 理モデルで仮定した累積損傷則にあると考えている.累 積損傷則は、載荷回数に対して内部の損傷が線形に蓄積 するという仮定に基づいているが、実際には(載荷回数 が増えるほど内部の損傷の程度が大きい)非線形の関係



があるのではないかと推測される.いずれにしても実験 データがないため、原因の特定は今後の課題である. しかしながら、結果的に常に計算結果よりも実験結果 の強度の方が大きい、すなわち安全側に評価が可能という意味では、動的強度評価法としては有利と言える.

4. まとめ

- ①せん断応力の方向が反転する両振り載荷条件の影響を 明らかにするため、天然の凝灰岩を対象として、繰り 返し載荷試験を実施した.その結果、凝灰岩の片振り 載荷と両振り載荷の結果では、載荷条件による強度差 は現れなかった.また既往の研究と同様に、両振り条 件の多段階載荷時の動的強度は静的強度を上回ること がわかった.
- ②規則波と不規則波で発揮される強度の関係を明らかに するため、数理モデルに必要なパラメータを取得した 後、規則波および不規則波を用いた多段階の繰返し載 荷試験を実施し、数理モデルを用いた計算結果と比較 した.その結果、数理モデルを用いて計算した動的強 度は、実験から得られた動的強度と比較してやや小さ な値となったが、規則波や不規則波で発揮される強度 変化を概ね評価することできた.これにより、今回実 施したパラメータを取得するための一連の室内試験と 数理モデルによる計算から、安全側の動的強度評価が 可能であることがわかった.

参考文献

- 日本電気協会:原子力発電所耐震設計技術指針 (JEAG4601-2008), pp.155, 2008.
- 例えば、西好一、江刺靖之:泥岩の力学特性に関する研究(その4)、電力中央研究所研究報告382014, 1982.
- 3) 例えば,吉中龍之進,荻野亥一郎,高田志郎,金澤克 義:動的繰返し荷重下における堆積軟岩の強度特性, 第7回岩の力学国内シンポジウム講演論文集,pp.61-66,1987.
- 例えば、杉山弘泰、五月女敦、中村洋一:三軸圧縮試 験による火山角礫岩の動的強度特性、第56回土木学会 年次学術講演会講演概要集,pp.134-135,2001.



図-10 地震波における周波数と応力履歴の考え方



動的強度(計算)/静的強度

図-11 実験結果と計算結果の比較

- 5) 例えば,大熊信之,江藤芳武,畑元浩樹,城下学,大 川孝士,岡田哲実:断層模擬供試体を用いた載荷パタ ーンの異なる繰返し三軸試験の動的強度,第39回岩盤 力学に関するシンポジウム講演論文集,2010.
- 6) 岡田哲実,伊藤洋:軟岩の動的強度の数理モデル化, 第38回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, 2009.
- 7) 例えば、大滝英征:機械の疲労強度設計法、日刊工業 新聞社、2007.
- 地盤工学会:岩盤不連続面の一面せん断試験方法,地 盤材料試験の方法と解説,pp.912-944,2009.
- 9) 原子力土木委員会地盤安定性評価部会:土木学会論文 集 No.757/Ⅲ-66, pp.21-31, 2004.3.
- 10)谷和夫: 原位置岩盤三軸試験によって評価された大 谷石のせん断強さの位置づけ, 材料, Vol.55, No.5, pp.483-488, 2006.

EVALUATION OF DYNAMIC SHEAR STRENGTH FOR ROCKS USING A MATHEMATICAL MODEL

Tetsuji OKADA, Hiroshi ITO, Tomohiro NAYA and Sayuri KUMAGAI

The purpose of this research is to verify the mathematical model for dynamic strengths estimation and establish the laboratory test procedure. In this study, monotonic loading tests and cyclic loading tests of natural tuff were conducted to obtain the parameters of the mathematical model. Then, multistep shear tests under cyclic and seismic-wave loadings performed for a number of specimens, followed by the simulations for them using the mathematical model. The test results of all specimens agree with the past test results in which dynamic strengths are more than static strengths. The dynamic strength calculated form the mathematical model of natural tuff was roughly agreed with experimental data.