

軟岩の動的強度の数理モデル化

岡田 哲実^{1*}・伊藤 洋¹

¹財団法人 電力中央研究所 地球工学研究所 (〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子1646)

*E-mail: t-okada@criepi.denken.or.jp

本研究の最終的な目的は岩盤の動的強度の定義を明確にし、動的強度を調べるための試験方法を確立することである。そこで既往の研究を参考にして、繰返し回数の効果、速度効果、損傷の効果を適切に評価できる数理モデルを用いて岩石（軟岩）の動的強度を求める方法を提案した。また、提案した数理モデルを用いて、いくつかのシミュレーションを行い、動的強度の位置づけを考察した。その結果、提案した数理モデルを用いることにより、動的強度をある程度評価できることがわかった。

Key Words : *triaxial compression test, soft rock, shear strength, cyclic loading*

1. はじめに

原子力発電所の耐震設計に関する諸基準類の改定に伴い、地震時の岩盤のすべり（破壊）に対する安定性評価手法は、静的解析から動的解析へと移行しつつある。これに伴い、解析に用いる岩盤の強度についても「動的強度」を適切に評価することが求められている。

従来、解析に用いる岩盤の強度については「動的強度は静的強度を下回らない」という理由から、静的解析、動的解析によらず、安全側の判断から静的な強度（軟岩の場合は主として定みせん断速度の三軸試験から得られる強度）が用いられてきた。泥岩の動的強度に関しては、西らにより系統的に研究されており^{1,2)}、本データが主として「動的強度は静的強度を下回らない」根拠となっている。これら以外にも、神戸層泥岩³⁾や上総層泥岩⁴⁾の実験結果も見られる。泥岩以外にも、砂岩^{3,5)}や凝灰岩⁶⁾、頁岩⁵⁾、礫岩⁷⁾なども実験結果も見られる。これらの研究はいずれの実験結果も軟岩を対象としたものであり、全て室内三軸試験により動的強度を評価しており、概ね「動的強度は静的強度を下回らない」という結論を得ている。ただし、動的強度を求める繰返し荷重の試験条件は必ずしも統一されていない。

ところで、動的強度とはそもそも何かと考えると、動的解析に用いる強度であるから、地震時の繰返し荷重、すなわち不規則荷重を与えられた時に発揮される強度と言える。地震波形は様々であり、またそれに伴って地盤内部に作用する応力も場所によって異なるため、一意的に動的強度を定義することは本来困難である。つまり、地盤内の応力状態に応じた動的強度を求めるための繰返

し荷重の試験条件を設定することはたいへん困難である。

本研究の最終的な目的は、岩盤の動的強度の定義を明確にし、動的強度を調べるための試験方法を提示することにある。本論文では、規則波と不規則波の関連付けを考察した西らの研究²⁾を参考にして、繰返し回数の効果（疲労の効果）、载荷速度の効果、損傷の効果を評価できる数理モデルを用いて軟岩の動的強度を求める方法を提案する。また、提案した数理モデルを用いて、いくつかのシミュレーションを行い、動的強度の位置づけを考察する。

なお、提案する数理モデルの基礎となる西らの実験²⁾で用いられた試料は、新第三紀鮮新世に属する泥岩であり、乾燥密度 $\rho_d = 1.09 \text{g/cm}^3$ 、間隙比 $e = 1.49$ 、一軸圧縮強さ q_u は約 2.7MPa 、変形係数 (E_{30}) は約 490MPa である。

また以降、本論文で使用する「動的強度」という用語は、繰返し载荷を加えられた時（または後）に発揮されるせん断強さを意味し、また単に「強度」という場合は1回の载荷を加えられた時に発揮されるせん断強さを意味するものとする。

2. 動的強度の数理モデルの概念

(1) 繰返し回数の効果（疲労の効果）

応力振幅を一定にして破壊するまで繰返し荷重を加えると、繰返し回数が増えるにつれ、動的強度が低下する。これは一種の疲労試験であり、この傾向は岩石でなくてもあらゆる材料で観察される。図-1は西らの泥岩の三軸試験の結果の一例である²⁾。横軸は繰返し回数 N （対数

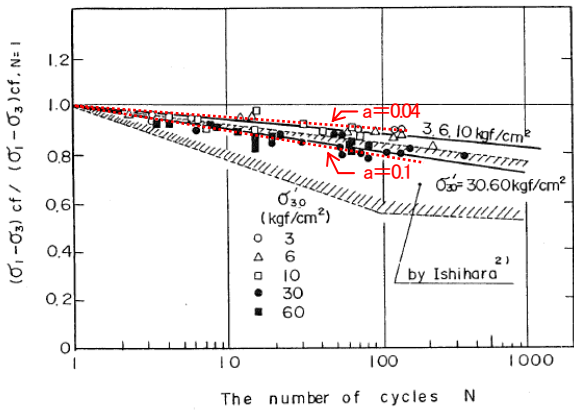


図-1 強度比と繰返し回数の関係²⁾

軸)で、縦軸はM回載荷後の動的強度を1回目の強度で正規化したものである。凡例は拘束圧 (σ'_{30}) ごとに表示されており、拘束圧の違いにより、低下の程度が若干異なっている。また西らの作成した同図中には各種土質材料に対する実験結果を石原がとりまとめたもの⁹⁾をハッチングで示している。これより、土質材料と比べると軟岩の動的強度の低下は小さいことがわかる。

以上の関係を表す関数を疲労関数 f_1 として定義し、図-1の関係を参考にして、以下の関数で表す。

$$f_1(N_f) = \frac{\tau_{f,N}}{\tau_{f,N=1}} = 1 - a(\log N_f) \quad (1)$$

ここで、 N_f (≥ 1) は破壊する繰返し回数 (回) で a はパラメータである。なお、まずは問題を単純化するため、拘束圧の違いについては、ここでは考慮しないこととする。なお、図-1のデータでは、 $a = 0.04 \sim 0.1$ 程度である (図-1に赤線点線で加筆記載)。

(2) 載荷速度の効果

岩石材料のみならず、一般に載荷速度が速ければ強度は増加する傾向を示す。前節(1)の疲労の効果は必ず動的強度を低下させる傾向を示すのに対して、本節(2)の載荷速度の効果は動的強度を増加させる傾向を示す。これが、動的強度が静的強度を上回る最も主要な要因と考えられる。

図-2は西らの泥岩のひずみ速度一定の静的な三軸試験の結果の一例である²⁾。横軸は軸ひずみ速度で縦軸は強度である。凡例は拘束圧 (σ'_{30}) ごとに表示されており、特に高拘束圧では、若干他と傾向が異なっている。この関係を示す関数を速度関数 f_2 として定義し、図-2の関係を参考にして、次の関数で表す。

$$f_2(\dot{\epsilon}) = \tau_f = \alpha + \beta \log \dot{\epsilon} \quad (2)$$

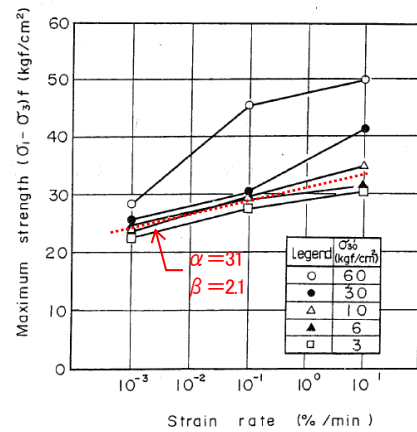


図-2 最大強度とひずみ速度の関係²⁾

ここで、 $\dot{\epsilon}$ は軸ひずみ速度 (%/min) で α と β はパラメータである。なお、まずは問題を単純化するため、拘束圧の違いについては、ここでは考慮しないこととする。図-2のデータでは、 $\alpha = 31$, $\beta = 2.1$ 程度である (図-2に赤線点線で加筆記載)。

式(2)の関係を式(1)における $N = 1$ 回目の強度 $\tau_{f,N=1}$ と考えると、以下の関係が得られる。

$$\tau_{f,N} = (\alpha + \beta \log \dot{\epsilon}) \{1 - a(\log N_f)\} \quad (3)$$

ここで式(3)を用いて、動的強度の繰返し回数と載荷速度の効果若くは若干検討してみる。今、静的強度の軸ひずみ速度をJGS基準を参考に0.1%/minとする。次に、動的な軸ひずみ速度については、正弦波の周波数 f から単調載荷試験に相当する $N=1/4$ 波に要する時間とし、破壊ひずみは載荷条件によらずほぼ一定値 (=0.8%) として与えられることから¹⁾、ひずみ速度に換算すると $f = 0.1$ および 1.0Hz に対するひずみ速度は $\dot{\epsilon} = 19.2$ および 192%/min が得られる。パラメータは、図-1を参考に $a = 0.1$ とし、図-2を参考に $\alpha = 31$, $\beta = 2.1$ とした。

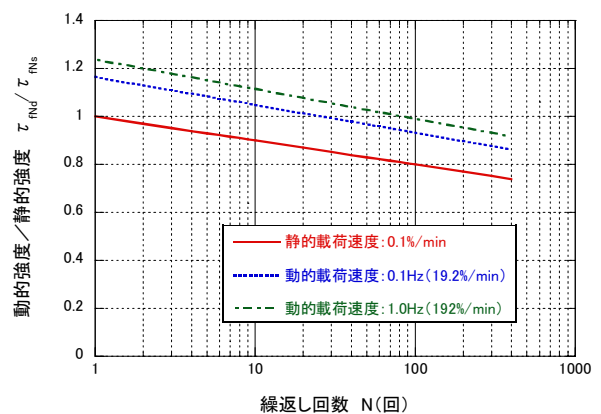


図-3 数理モデル (速度) の計算結果

これらの関係から静的強度（1回目の強度）に対する動的強度（N回目の強度）の比と繰返し回数との関係を表すと図-3のとおりである。図より、0.1Hzの場合には20回程度、1.0Hzの場合には90回程度繰り返しても動的強度は静的強度と同等（動的強度/静的強度=1）であることがわかる。

なお、これら計算結果は式(1)の関係が载荷速度によらず成り立つことを前提としているが、この仮定は概ね妥当と考えられる。図-4は同じく西らの実験結果²⁾である。

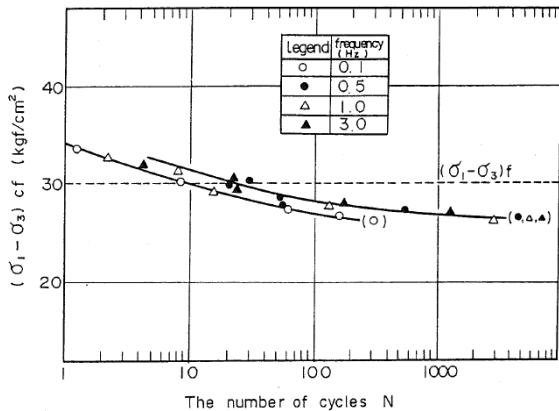


図-4 泥岩の疲労関数の载荷速度の影響²⁾

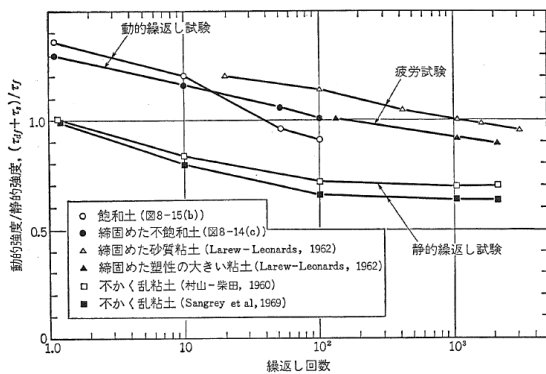


図-5 粘土の疲労関数の载荷速度の影響³⁾

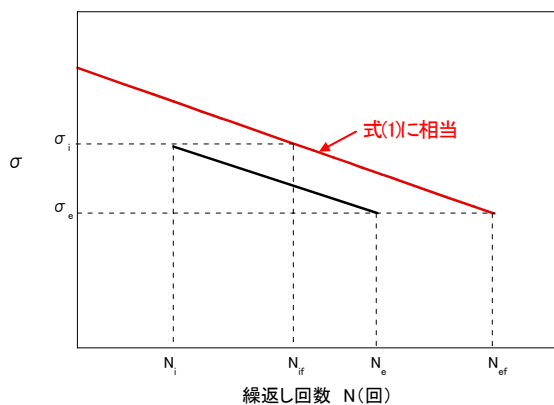


図-6 累積損傷度の考え方²⁾

0.1Hzと1.0Hzの実験結果に着目すると、この勾配は概ね同等（平行）の関係を示している。また、図-5は石原が既往の実験結果をまとめたもの³⁾であり、前例と同じく、静的繰返し試験と動的繰返し試験の勾配は概ね同等（平行）の関係を示している。

以上より、疲労関数 f_1 と速度関数 f_2 を実験で求めることにより、動的強度と静的強度の関係を概ね推定することが可能である。

(3) 損傷の効果

任意波形の影響を数理モデルにより表現するために、破壊に至る前の繰返し荷重の影響（以降、本論文では損傷の影響と呼ぶ）を考慮する必要がある。これについては、西らが考察したように累積損傷度の概念を用いる方法が考えられる²⁾。例えば、先に示した繰返し回数と破壊応力の関係は、図-6に示すように表示される。不規則応力波形で任意の応力振幅 σ_i が N_i 回作用している時、破壊回数を N_f とすると、それが破壊に寄与する程度は N_i / N_f により表される。不規則応力を任意の応力振幅に分割して考えた場合、これらが破壊に寄与する程度は N_i / N_f の総和として表す事ができると仮定する。

$$D = \sum \frac{N_i}{N_{if}} \quad (4)$$

D は累積損傷度と呼ばれるものであり、破壊の条件は $D \geq 1.0$ として与えられている。また、 σ_i が N_i 回作用してしたのと同等の効果を別の応力レベル σ_e が作用した場合もその効果は均しいと仮定する。

$$\frac{N_i}{N_{if}} = \frac{N_e}{N_{ef}} \quad (5)$$

以上の考え方は、基本的にせん断履歴の損傷が繰返し回数に対して線形に変化することと等価である。よって、以上の考え方を適用すると、損傷の影響を表す関数 f_3 として、以下のように表すことができる。

$$f_3(N) = 1 - d(N - 1) \quad (6)$$

ここで、 N は破壊に至るまでの繰返し回数である。 d は载荷応力に依存し、破壊時（ $N = N_f$ の時）には、式(1)を満足する必要がある。よって、 $f_1(N_f) = f_3(N_f)$ より、以下の関係が得られる。

$$d = \frac{a \log N_f}{N_f - 1} \quad (7)$$

式(6)の関係を図-7に示す。なお、 a については、前節と同様に図-1のデータを参考に $a = 0.1$ とした。式(6)で表される図中の点線（曲線）は破壊に至るまでの損傷の影響

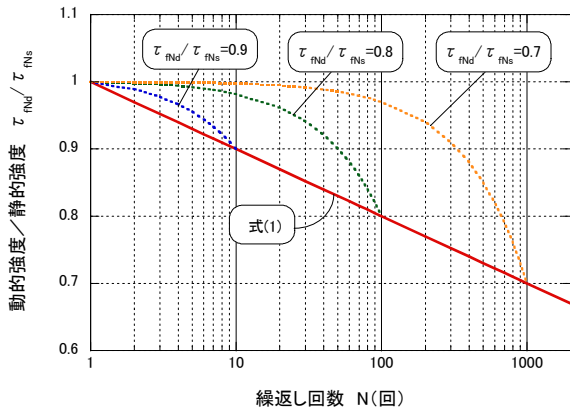


図-7 数理モデル (損傷) の計算結果

を示し、式(1)で表される直線と接触した時に破壊に至る。例えば、静的強度に対する応力比が0.8で繰返し載荷試験を行った場合、図中の式(1)の関係より100回載荷した場合に破壊する。仮に50回載荷した場合、図中の点線の関係より、縦軸は0.9となり、静的な強度よりも10%強度が低下することになる。これは、応力比0.8で50回繰返した後、静的にせん断した場合、強度は90%しか発揮されないことを意味する。

以上のように、損傷関数 f_3 を定義することにより、破壊に至るまでの供試体の損傷をモデル化し、繰返し載荷にともなう強度低下を評価することが可能である。

3. 多段階の繰返し三軸試験シミュレーション

前章でモデル化した疲労関数 f_1 、速度関数 f_2 、損傷関数 f_3 を用いて、段階的にせん断応力を上げていく繰返し三軸試験のシミュレーションを実施する。その全5ケース一覧を表-1、その波形図を図-8に示す。パラメータ α 、 β については2章と同じ値を用いた。ケースNo.5が条件としては最も厳しい。

計算結果を表-2に示す。結果的に全ケースで動的強度は静的強度を上回った。ケース No.1 と No.2 では1段階当たりの繰返し回数のみが異なるが、5回と10回の差は全く現れなかった。ケース No.1 と No.3 では周波数のみが異なる。1Hz の強度は 35.8MPa (静的強度比約 1.24)、0.1Hz の強度は 33.7MPa (静的強度比約 1.17) であることから、ケース No.1 と No.3 の計算結果の差は速度効果による初期強度の差が現れたものである。ケース No.1 と No.4 では段階数 (1回当たりの応力増分) のみが異なるが、段階数が多いことにより、若干ではあるが損傷が大きくなった。最も各条件が厳しい No.5 にお

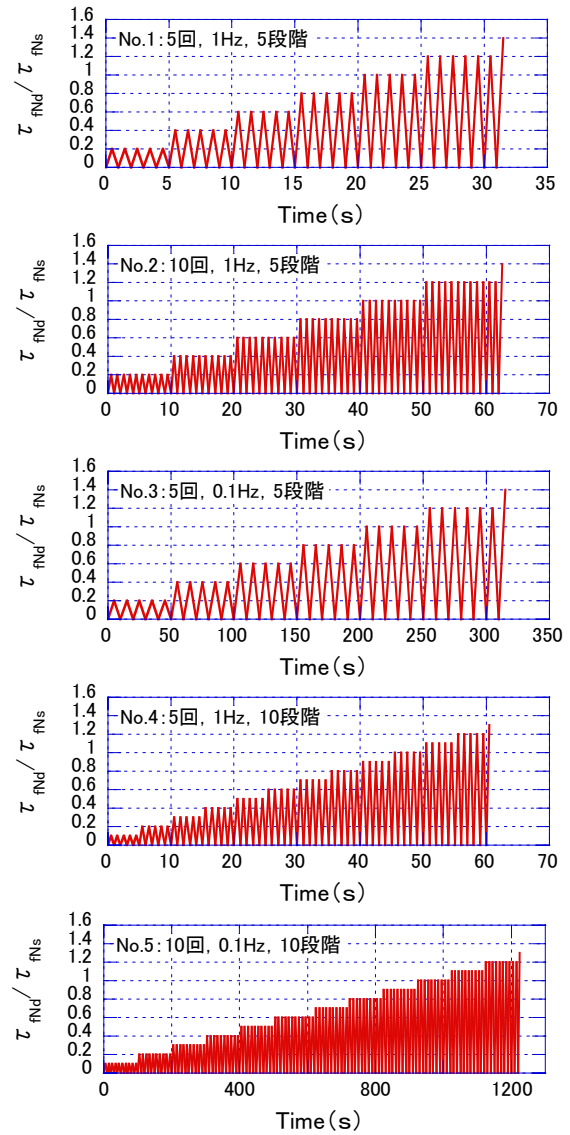


図-8 シミュレーションの波形

表-1 ケース一覧

No.	繰返し回数 (回)	周波数 (Hz)	段階数 (段階)
1	5	1	5
2	10	1	5
3	5	0.1	5
4	5	1	10
5	10	0.1	10

表-2 計算結果

No.	動的/静的強度	破壊した段階
1	1.2	6段階の2波目
2	1.2	6段階の2波目
3	1.13	6段階に上げる途中
4	1.16	12段階に上げる途中
5	1.08	11段階に上げる途中

いても、動的強度/静的強度=1.08と1.0を上回った。

以上のように、疲労関数 f_1 、速度関数 f_2 、損傷関数 f_3 を用いて、多段階の繰返し三軸試験のシミュレーションが可能であることが示された。また、限定された条件のもとではあるが、既往の軟岩データから算出された動的強度は、静的強度を下回らないという既往の試験結果と整合する結果が得られた。

4. 不規則応力波形のシミュレーション

前章と同様の手法で、2章でモデル化した疲労関数 f_1 、速度関数 f_2 、損傷関数 f_3 を用いて、不規則応力波形のシミュレーションを実施する。波形については、今回は適当に作成した(図-9)。周波数は1Hzで固定した。

計算結果として、14波目の静的強度比1.2に上げる途中で破壊し、動的強度/静的強度は1.19となり、前章のシミュレーションと同様に動的強度が静的強度を上回った。図-10には初期からの損傷の変化を表示した。6波目まではほとんど損傷が見られず、応力振幅が大きくなった7波目から損傷が蓄積していく様子わかる。13波目(応力振幅1.0)が終わった段階で強度比は1.19まで減少したため、次の14波目(応力振幅1.2)には到達できず破壊した。

以上のように、限定された条件のもとであるが、前章のシミュレーションと同様に、疲労関数 f_1 、速度関数 f_2 、損傷関数 f_3 を用いて、不規則応力波形のシミュレーションが可能であることが示された。また、既往の軟岩データから算出された動的強度は、静的強度を下回らないという既往の試験結果と整合する結果が得られた。

5. まとめ

繰返し回数の効果(疲労関数 f_1)、载荷速度の効果(速度関数 f_2)、損傷の効果(損傷関数 f_3)を評価できる数理モデルを用いて、軟岩の動的強度を算出する方法を提案した。また、限定された条件のもとであるが、既往の軟岩のデータから算出した数理モデルのパラメータを用いて、多段階の繰返し三軸試験と不規則応力波形のシミュレーションを行った。その結果、「静的強度を下回らない」という既往の試験結果と整合する動的強度を求めることができた。

以上より、動的強度を求めるための試験法としては、以下の手順で試験を行う事が適切と考えられる。

①段階的に荷重を上げずに、一定の応力振幅で破壊まで繰返し载荷を行い、疲労関数 f_1 (パラメータ a) を求める。

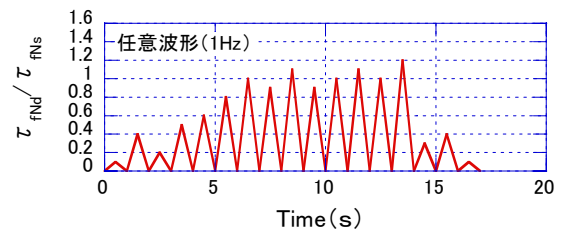


図-9 不規則応力波形

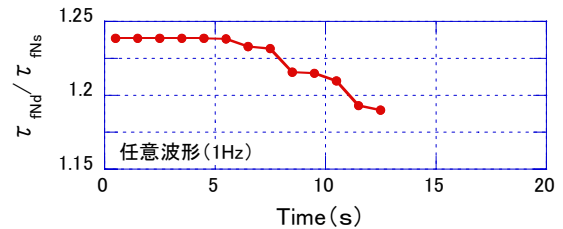


図-10 不規則応力波形の損傷

- ②繰返しを与えず、载荷速度のみを数オーダー変えて静的载荷(一段階の载荷)を行い、速度関数 f_2 (パラメータ α と β) を求める。
- ③数理モデルにより、様々な規則および不規則応力波形の動的強度を算出する。

6. 今後の課題

疲労関数 f_1 と速度関数 f_2 については、既往データからある程度妥当であることが確かめられているが、せん断履歴の損傷が繰返し回数に対して線形に変化することを仮定した損傷関数 f_3 については参考とするデータが見当たらないため、今後データを元に検証を行う必要がある。

また、今回は既往の一種類の泥岩のデータを元に検討を進めたため、他の岩石に対する本モデルの適用性についても検討していく予定である。

参考文献

- 1) 西好一、岡本敏郎、江刺靖之：各種载荷条件下における泥岩の強度-変形特性とその統一的解釈、土木学会論文集、No.338, pp.149-158, 1983.
- 2) 西好一、江刺靖之：泥岩の力学特性に関する研究(その4)一振動荷重下における強度-変形特性一、電力中央研究所研究報告 382014, pp.1-30, 1982.
- 3) 吉中龍之進、荻野亥一郎、高田志郎、金澤克義：動的繰返し荷重下における堆積軟岩の強度特性、第7回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp.61-66, 1987.
- 4) 平井光之、吉村和彦、世一英俊：上総層群泥岩の繰返し荷重下における動力学的特性、第21回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, Vol.21, pp.471-475, 1989.
- 5) 西好一、江刺靖之、国生剛治：振動载荷時における軟

- 岩の動的強度－変形特性，電力中央研究所研究報告 383050, pp.1-60, 1985.
- 6) 吉中龍之進，荻野亥一郎，星文高：三軸試験による軟岩の動的強度特性，第 24 回土質工学会研究発表会講演概要集, pp.1081-1082, 1989.
- 7) 杉山弘泰，五月女敦，中村洋一：三軸圧縮試験による火山角礫岩の動的強度特性，第 56 回土木学会年次学術講演会講演概要集, pp.134-135, 2001.
- 8) 石原研而：土質動力学の基礎，鹿島出版会, pp.209-230, 1976.

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR SHEAR STRENGTH UNDER CYCLIC LOADING

Tetsuji OKADA and Hiroshi ITO

The purpose of this research is to clarify the definition of dynamic strengths (strength under cyclic loading) and establish the test method of the ones. In this study, a mathematical model for which cyclic effect, strain rate effect and damage effect is taken into account was proposed to simulate the dynamic strengths of soft rock. The simulation of the triaxial test under the regular and the irregular cyclic loading was performed and the results was discussed the meaning of dynamic strengths. As a result, dynamic strengths could be evaluated form the proposed mathematical model.