第 38 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集
（社）土木学会　2009 年 1 月　講演番号 28

理論解を用いた異方性供試体に対する圧裂試験によって生じる引張応力の解析

堤　　隆[1*]・上堀内亮太[2]・岩下　寛[3]

[1]鹿児島工業高等専門学校 土木工学科（〒899-5193 鹿児島県霧島市隼人町真孝1460-1）
[2]大阪ガス株式会社 京滋エネルギー事業部（〒600-8815 京都市下京区中堂寺粟田町93）
[3]鹿児島工業高等専門学校専攻科 土木工学専攻（〒899-5193 鹿児島県霧島市隼人町真孝1460-1）
*E-mail: tsutsumi@kagoshima-ct.ac.jp

コンクリートなどの脆性材料の引張強度は円柱供試体の直径軸上に対向する集中荷重を載荷させる圧裂試験によって求められる．これは，等方性材料の場合は載荷部近傍を除いた載荷軸上には集中荷重と直角方向に一様な引張応力が生じることによる．しかし，硬い岩などの異方性材料の場合は，一様な引張を示さないばかりか異方性比や弾性主軸の傾きによって異なる引張応力の分布を示す．本稿では，平面ひずみ状態での理論解を用いて円柱形供試体に対する圧裂試験によって発生する引張応力の解析を行い，平面応力状態で行われた既往の解析結果との比較を行う．

Key Words : *elasticity, orthotropy, tensile stress, diametral compression test, plane strain condition*

1. 緒言

コンクリートや硬い岩石などの脆性材料は破壊する前の塑性変形が小さく，破壊は弾性範囲内で生じる．脆性材料の引張強度は一般に低く，純粋引張試験を行うための試験片の作成，チャックによる試験片のつかみや偏心荷重によるわずかな曲げなどに細心の注意を払う必要がある．これらの面倒を避けるために，従来より円柱形試験片を平行な平板によって上下から加圧して圧裂試験を行い引張強さを求めている．これは，円柱の直径に比してその奥行き長さがある程度長いと，その両端部を除けば平面ひずみ状態の二次元問題として扱うことができ，等方性弾性体では載荷部近傍を除いた載荷軸上には集中荷重と直角方向に一様な引張応力が弾性解析によって求められることによる[1)]．他方，きわめて薄い直交異方性円板試験片への圧裂試験に対する弾性解析は平面応力状態下で行われる． Lemmonらは境界上の載荷面積をきわめて小さくすることによって境界条件を近似させ有限要素法によって応力と変位の解析を行った[2)]．しかしながら有限要素法は載荷面積が微小である集中荷重を厳密に再現できていない．Exadaktylosら[3)]はLekhnitskii[4)]の複素変数を用いた直交異方性楕円板の解をこの問題に適用した．この方法は集中荷重を厳密に再現することができるものの，境界条件式の不足から応力場を完全に求めるまでには至っていない．著者らはLekhnitskiiの方法に剛体回転項の値を特定の値に設定した式を加えることによって，弾性主軸と載荷軸の間に任意の角度を持つ場合の解析を可能にした[5)]．さらに，集中荷重のみならずLemmonらと同じ境界条件，すなわち円周に対する載荷幅を2%，4%，8%として数値計算を行い，結果が一致することも確認した[6)]．

本論文は，圧裂試験で一般的に用いられる供試体の形状である円柱形をモデル化の対象とする．目視等で断面内の弾性主軸の方向が確認でき，奥行き方向に弾性主軸の傾きを持たない直交異方性の供試体について載荷軸上に生じる引張応力の解析方法を提示し，数値計算例を示す．

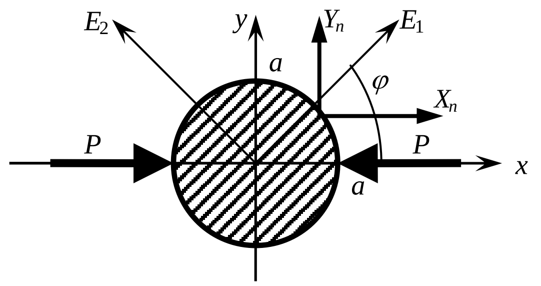
2. 基礎方程式

本論文では，**図-1**に示すような弾性主軸と載荷軸とのなす角がφ，弾性主軸方向の弾性係数がそれぞれE_1，E_2，半径aの直交異方性円柱供試体の直径軸上に対向する集中荷重Pが作用する問題を対象とする．

載荷軸をx，載荷軸に対する面内の直角方向をyとすれば，円柱試験片の境界周縁におけるx軸から左回りの外荷重合力の法線方向nに対するx方向成分およびy方向成

分X_n, Y_nは応力成分σ_x, σ_yおよびτ_{xy}と次式の関係にある．

$$\left.\begin{aligned} X_n &= \sigma_x \cos(n,x) + \tau_{xy}\cos(n,y), \\ Y_n &= \tau_{xy}\cos(n,x) + \sigma_y \cos(n,y). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$



図−1 供試体の載荷軸と弾性主軸の方向

ここに，

$$\cos(n,x) = \frac{dy}{ds},\ \cos(n,y) = -\frac{dx}{ds}. \quad (2)$$

が成立する．ただし，sは微小要素の境界上の長さを表す．これらの成分X_n, Y_nが与えられるとき，応力，変位を求めるための複素関数$\Phi_k(z_k)$の満足すべき条件は次のように表される[4]．

$$\left.\begin{aligned} 2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1\Phi_1(z_1) + \mu_2\Phi_2(z_2)\right] &= \int_0^s X_n ds, \\ 2\,\mathrm{Re}\left[\Phi_1(z_1) + \Phi_2(z_2)\right] &= -\int_0^s Y_n ds. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

なお，応力成分σ_x, σ_y, τ_{xy}は次式により表される．

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= 2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1^{\,2}\Phi_1'(z_1) + \mu_2^{\,2}\Phi_2'(z_2)\right], \\ \sigma_y &= 2\,\mathrm{Re}\left[\Phi_1'(z_1) + \Phi_2'(z_2)\right], \\ \tau_{xy} &= -2\,\mathrm{Re}\left[\mu_1\Phi_1'(z_1) + \mu_2\Phi_2'(z_2)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

ここに，Reは括弧内の複素関数の実部を，複素関数に付く $'$ はzに関する一階の微分を表す．a'_{ij} (i, j=1, 2, 3, 6)を図−2 (a)に示すような十分な奥行きがある平面ひずみ状態での弾性コンプライアンスとすると，次式のような関係がある．

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= a'_{11}\sigma_x + a'_{12}\sigma_y + a'_{13}\sigma_z, \\ \varepsilon_y &= a'_{12}\sigma_x + a'_{22}\sigma_y + a'_{23}\sigma_z, \\ \varepsilon_z &= a'_{13}\sigma_x + a'_{23}\sigma_y + a'_{33}\sigma_z, \\ \gamma_{xy} &= a'_{66}\tau_{xy},\ \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ここにε, γはそれぞれ添字方向の垂直ひずみ，せん断ひずみを表す．式(4)中の複素パラメータ μ_1, μ_2は次式の特性方程式の複素根として求められる．

$$a'_{11}\mu^4 - 2a'_{16}\mu^3 + \left(2a'_{21} + a'_{66}\right)\mu^2 - 2a'_{26}\mu + a'_{22} = 0. \quad (6)$$

図−2 (b)に示すような奥行きのない平面応力状態下で弾性主軸と座標軸が一致するとき(φ =0)の弾性コンプライアンス a^0_{ij}(i, j=1, 2, 6)は以下のように表される．

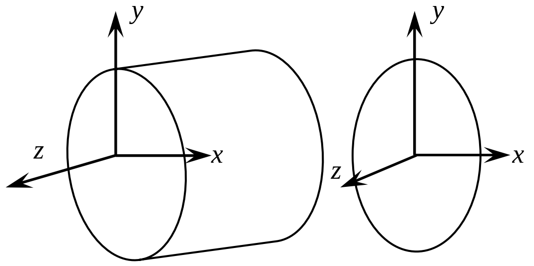
$$\left.\begin{aligned} a^0{}_{11} &= (1 - \nu_{13}\nu_{31})/E_1, \\ a^0{}_{22} &= (1 - \nu_{23}\nu_{32})/E_2, \\ a^0{}_{12} &= -(\nu_{12} + \nu_{23}\nu_{32})/E_1, \\ a^0{}_{66} &= 1/G,\ a^0{}_{16} = a^0{}_{26} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

また，$a^0{}_{33}$は奥行き方向の弾性係数である．座標軸と弾性主軸に任意の傾きφがある場合，平面応力状態での弾性コンプライアンスa_{ij} (i, j=1, 2, 6)は以下のようになる．

$$\left.\begin{aligned} a_{11} &= a^0{}_{11}\cos^4\varphi + \left(2a^0{}_{12} + a^0{}_{66}\right)\sin^2\varphi\cos^2\varphi \\ &\quad + a^0{}_{22}\sin^4\varphi \\ &\quad + \left(a^0{}_{16}\cos^2\varphi + a^0{}_{26}\sin^2\varphi\right)\sin 2\varphi, \\ a_{22} &= a^0{}_{11}\sin^4\varphi + \left(2a^0{}_{12} + a^0{}_{66}\right)\sin^2\varphi\cos^2\varphi \\ &\quad + a^0{}_{22}\cos^4\varphi \\ &\quad - \left(a^0{}_{16}\sin^2\varphi + a^0{}_{26}\cos^2\varphi\right)\sin 2\varphi, \\ a_{12} &= a^0{}_{12} + \left(a^0{}_{11} + a^0{}_{22} - 2a^0{}_{12} - a^0{}_{66}\right) \\ &\quad \times \sin^2\varphi\cos^2\varphi \\ &\quad + \frac{1}{2}\left(a^0{}_{26} - a^0{}_{16}\right)\sin 2\varphi\cos 2\varphi, \\ a_{66} &= a^0{}_{66} + 4\left(a^0{}_{11} + a^0{}_{22} - 2a^0{}_{12} - a^0{}_{66}\right) \\ &\quad \times \sin^2\varphi\cos^2\varphi \\ &\quad + 2\left(a^0{}_{26} - a^0{}_{16}\right)\sin 2\varphi\cos 2\varphi, \\ a_{16} &= \left[a^0{}_{22}\sin^2\varphi - a^0{}_{11}\cos^2\varphi \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}\left(2a^0{}_{12} + a^0{}_{66}\right)\cos 2\varphi\right] \\ &\quad \times \sin 2\varphi + a^0{}_{16}\cos^2\varphi\left(\cos^2\varphi - 3\sin^2\varphi\right) \\ &\quad + a^0{}_{26}\sin^2\varphi\left(3\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right), \\ a_{26} &= \left[a^0{}_{22}\cos^2\varphi - a^0{}_{11}\sin^2\varphi \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}\left(2a^0{}_{12} + a^0{}_{66}\right)\cos 2\varphi\right] \\ &\quad \times \sin 2\varphi + a^0{}_{16}\sin^2\varphi\left(3\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right) \\ &\quad + a^0{}_{26}\cos^2\varphi\left(\cos^2\varphi - 3\sin^2\varphi\right). \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

さらに，これらを用いて式(5)中の平面ひずみ状態下の弾性コンプライアンスa'_{ij}は以下の式で求められる．

$$
\left.\begin{aligned}
a'_{ij} &= a_{ij} - \frac{a_{i3}a_{j3}}{a^0{}_{33}} \quad (i, j = 1, 2, 6), \\
a'_{33} &= 0.
\end{aligned}\right\} \tag{9}
$$



(a) 平面ひずみ状態　　(b) 平面応力状態

図–2 平面ひずみ状態と平面応力状態

本論文ではz方向に奥行きのある円柱形供試体を扱うので平面ひずみ状態の下でモデル化を行う．

3. 問題の定式化

面外方向に弾性主軸の傾きを持たない直交異方性円柱の直径方向に集中荷重Pが作用する問題の定式化を行う．外部境界上のx, y方向の合応力は次式のように項数Mのフーリエ級数に展開される．

$$
\left.\begin{aligned}
\int_0^s X_n ds &= \beta_0 + \sum_{m=1}^{M} \left(\beta_m e^{im\theta} + \overline{\beta}_m e^{-im\theta}\right), \\
-\int_0^s Y_n ds &= \alpha_0 + \sum_{m=1}^{M} \left(\alpha_m e^{im\theta} + \overline{\alpha}_m e^{-im\theta}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{10}
$$

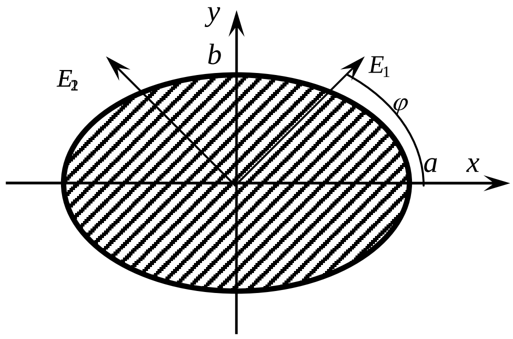
ここに上付きのバーは複素共役を表す．x軸上に対向する集中荷重Pが作用する場合，α_m, β_mは以下のようになる．

$$
\alpha_m = 0,\ \beta_m = -\frac{imP}{2\pi}\left\{1 - (-1)^m\right\}. \tag{11}
$$

図–3 に示すような長軸a，短軸bの直交異方性楕円板の複素応力関数は次式のような級数で展開される[4]．

$$
\left.\begin{aligned}
\Phi_1(z_1) &= A_0 + A_1 z_1 + \sum_{m=1}^{M} A_m P_{1m}(z_1), \\
\Phi_2(z_2) &= B_0 + B_1 z_2 + \sum_{m=1}^{M} B_m P_{2m}(z_2).
\end{aligned}\right\} \tag{12}
$$

ここに，$P_{km}(z_k)$ $(k=1, 2)$はz_kのm次のべき級数で，次式で表される．



図–3 解が表すだ円体

$$
\begin{aligned}
P_{km}(z_k) = &-\frac{1}{(a - i\mu_k b)^m} \\
&\times\left\{\left(z_k + \sqrt{z_k{}^2 - a^2 - \mu_k{}^2 b^2}\right)^2\right. \\
&\left.+\left(z_k - \sqrt{z_k{}^2 - a^2 - \mu_k{}^2 b^2}\right)^2\right\} \quad (13) \\
&(k = 1, 2).
\end{aligned}
$$

この問題では円柱供試体を対象としているので計算ではa=bとおけばよい．複素変数z_kおよびべき級数$P_{km}(z_k)$は円柱境界上で以下の式になる．

$$
\left.\begin{aligned}
z_k &= \frac{1}{2}\left\{(a - \mu_k b)e^{i\theta} + (a + i\mu_k b)e^{-i\theta}\right\}, \\
P_{km} &= -\left(e^{im\theta} + t_k{}^m e^{-im\theta}\right), \\
t_k &= \frac{a + i\mu_k b}{a - i\mu_k b}. \qquad (k = 1, 2)
\end{aligned}\right\} \tag{14}
$$

複素関数$\Phi_k(z_k)$を用いると，合応力は次式で表される．

$$
\left.\begin{aligned}
\int_0^s X_n ds &= \mathrm{Re}\left[\mu_1\Phi_1(z_1) + \mu_2\Phi_2(z_2)\right], \\
-\int_0^s Y_n ds &= \mathrm{Re}\left[\Phi_1(z_1) + \Phi_2(z_2)\right].
\end{aligned}\right\} \tag{15}
$$

式(15)に式(14)を代入して境界上の合応力を与える式をつくり，式(10) と$e^{im\theta}$，$e^{-im\theta}$ $(1 \le m \le M)$の項同士の係数を比較して次式を得る．

$$
\left.\begin{aligned}
&A_1 + B_1 + \overline{A}_1 + \overline{B}_1 = \frac{1}{a}\left(\alpha_1 + \overline{\alpha}_1\right), \\
&\mu_1 A_1 + \mu_2 B_1 + \overline{\mu}_1 \overline{A}_1 + \overline{\mu}_2 \overline{B}_1 \\
&\qquad = \frac{1}{ib}\left(\overline{\alpha}_1 - \alpha_1\right) = \frac{1}{a}\left(\beta_1 + \overline{\beta}_1\right), \\
&\mu_1{}^2 A_1 + \mu_2{}^2 B_1 + \overline{\mu}_1{}^2 \overline{A}_1 + \overline{\mu}_2{}^2 \overline{B}_1 \\
&\qquad = \frac{1}{ib}\left(\overline{\beta}_1 - \beta_1\right). \qquad (m = 1)
\end{aligned}\right\} \tag{16}
$$

$$\left.\begin{aligned}
&A_m + B_m + \bar{t}_1{}^m \overline{A}_m + \bar{t}_2{}^m \overline{B}_m = -\alpha_m,\\
&\mu_1 A_m + \mu_2 B_m + \bar{\mu}_1 \bar{t}_1{}^m \overline{A}_m + \bar{\mu}_2 \bar{t}_2{}^m \overline{B}_m\\
&\qquad\qquad = -\beta_m,\\
&t_1{}^m A_m + t_2{}^m B_m + \overline{A}_m + \overline{B}_m = -\bar{\alpha}_m,\\
&\mu_1 t_1{}^m A_m + \mu_2 t_2{}^m B_m + \bar{\mu}_1 \overline{A}_m + \bar{\mu}_2 \overline{B}_m\\
&\qquad\qquad = -\bar{\beta}_m.\\
&\qquad\qquad (m \geq 2)
\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

m=1の場合はA_1とB_1のそれぞれ実部と虚部の合わせて4つの未知数に対して式が3つであるためにこれを解くことができない．そこで，剛体回転を0とする条件を入れることで次式が導かれる[5]．

$$\begin{aligned}
&(q_1 - \mu_1 p_1)A_1 + (q_2 - \mu_2 p_2)B_1\\
&\quad + (\bar{q}_1 - \bar{\mu}_1 \bar{p}_1)\overline{A}_1 + (\bar{q}_2 - \bar{\mu}_2 \bar{p}_2)\overline{B}_1 = 0.
\end{aligned} \qquad (18)$$

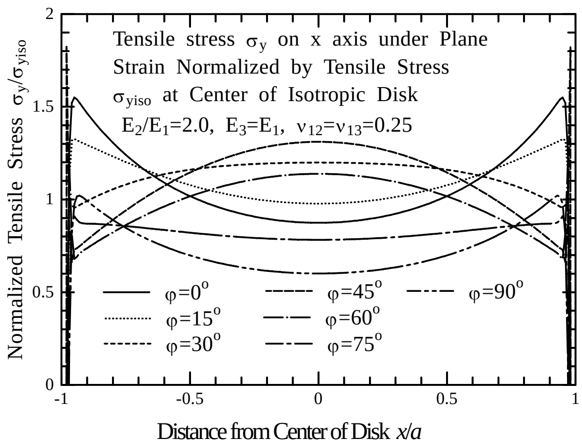
ただし，

$$\left.\begin{aligned}
&p_1 = a'_{11}\mu_1{}^2 + a'_{12},\quad p_2 = a'_{11}\mu_2{}^2 + a'_{12},\\
&q_1 = \left(a'_{12}\mu_1{}^2 + a'_{22}\right)/\mu_1,\\
&q_2 = \left(a'_{12}\mu_2{}^2 + a'_{22}\right)/\mu_2.
\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

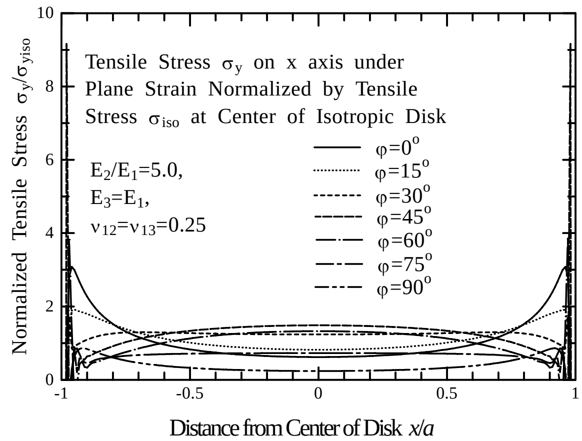
式(16)に式(18)を加えることによって，A_1，B_1が完全に導かれることになる．

4. 数値計算例

図−4は弾性主軸と載荷方向のなす角がφ=0°，15°，30°，45°，60°，75°，90°のときに載荷軸上に発生する引張応力の分布を等方性のときに載荷軸上に一様に発生する引張応力$P/(\pi a)$で基準化したものである．(a)はE_2/E_1=2.0，(b)はE_2/E_1=5.0の場合について示しており，奥行き方向の弾性係数はE_1と等しく設定した．境界条件のフーリエ級数の項数Mは平面応力状態での解析で十分な精度が得られた250とした[6]．いずれの場合も載荷軸上での引張応力の分布は左右対称となっている．φ=0°, 15°, 75°, 90°のときはx/a=0.9より外側で最大値が，供試体中央で最小値が発生している．φ=30°からφ=60°ではx/a=0.98付近に平面応力状態での解析[6]と同様に，ごく狭い範囲で最大値が発生している．平面応力状態での解析では，載荷幅を円周に対して8%，4%，2%としたときの理論解に基づく解析，有限要素解析ともに，この位置での最大値は見られなかった[6]．このことから，集中荷重のみで見られるこの現象はステップ関数で表される境界条件をフーリエ級数に展開した際に生じるギブス現象によるノイズと考えられ，供試体中央に発生する極大値を最大値として扱うことが適切と考えられる．φ=0°，45°，90°での引張応力の最大値はE_2/E_1=2.0でそれぞれ等方性の1.55倍，1.31倍，1.02倍に対し，E_2/E_1=5.0ではそれぞれ3.08倍，1.49倍，0.86倍となっている．φ=0°すなわち弾性係数が小さい方向に載荷した状態ではE_2/E_1=5.0の方がE_2/E_1=2.0よりも引張応力の最大値が大きくなっている．φ=45°でもE_2/E_1=5.0の方がE_2/E_1=2.0よりも引張応力の最大値は大きくなっているが，φ=0°に比べると最大値の増加のは小さい．逆にφ=90°すなわち弾性係数の大きい方向に載荷した状態ではE_2/E_1=5.0の方がE_2/E_1=2.0よりも引張応力の最大値が小さくなっている．



(a) E_2/E_1=2.0

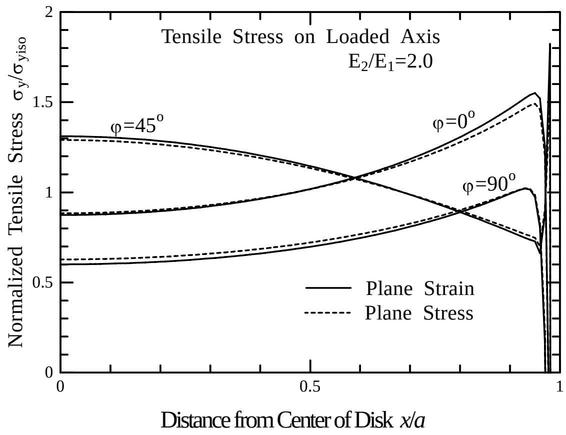


(b) E_2/E_1=5.0

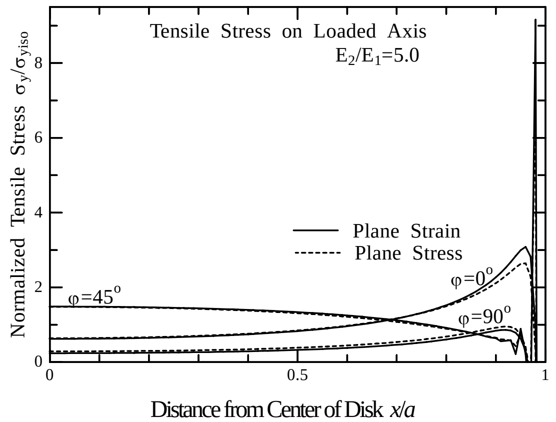
図−4 弾性主軸の方向と引張応力の分布

図−5はφ=0°，45°，90°のときに平面ひずみ状態および平面応力状態下で載荷軸上に生じる引張応力の分布を等方性の場合に発生する一様な引張応力$P/(\pi a)$で基準化したものである．(a)はE_2/E_1=2.0，(b)はE_2/E_1=5.0の場合について示しており，いずれも実線が平面ひずみ状態，破線が平面応力状態を表す．平面ひずみ状態，平面応力状態ともにφ=0°，90°のときにx/a=0.95付近で最大値が発生し，供試体中央で極小値が発生している．また，φ=45°のときには供試体中央で最大値が発生している．φ=0°のとき

は平面応力状態よりも平面ひずみ状態の方が発生する引張応力の最大値が大きい．φ=45°のときもわずかに平面ひずみ状態の方が平面応力状態よりも発生する引張応力の最大値が大きいが，逆にφ=90°のときは平面応力状態の方が平面ひずみ状態よりも発生する引張応力の最大値がは大きい．また，φ=0°，90°では，E_2/E_1=2.0よりもE_2/E_1=5.0のほうが平面応力状態と平面ひずみ状態で生じる引張応力の最大値の差が大きい．



(a) E_2/E_1=2.0



(b) E_2/E_1=5.0

図-5 平面応力状態と平面ひずみ状態での引張応力の分布

φ=0°と90°について異方性比と引張応力の最大値を等方性の場合に生じる引張応力$P/(\pi a)$で基準化したものとの関係を**図-6**に示す．ともに実線は平面ひずみ状態を，破線は平面応力状態を表す．φ=0°，すなわち弾性係数の小さい方向に集中荷重を作用させると，平面ひずみ状態，平面応力状態ともに異方性比が大きくなるにしたがって引張応力の最大値も大きくなっている．また，平面ひずみ状態で発生する最大引張応力は平面応力状態で発生するものよりも大きく，異方性比が大きくなるにしたがって両者の差も大きくなっている．E_2/E_1=5.0では平面応力状態では等方性の場合の約2.8倍程度の引張応力の最大値が発生しているのに対し，平面ひずみ状態では約3.1倍の引張応力の最大値が発生している．φ=90°，すなわち弾性係数の大きい方向に集中荷重を作用させると，異方性比が大きくなるにしたがって平面応力状態では異方性比2.5倍，平面ひずみ状態では異方性比2.2倍付近までは引張応力の最大値はわずかに増加するが，それを超えると減少に転じている．そして，φ=0°のときとは逆に平面ひずみ状態で発生する引張応力の最大値の方が平面応力状態で発生するものよりも小さい．E_2/E_1=5.0では平面応力状態では等方性の場合とほぼ等しい引張応力の最大値が発生しているのに対し，平面ひずみ状態では約0.86倍の引張応力の最大値が発生している．このことから，特に異方性比の大きい材料に対し弾性係数の小さい方向に載荷を行って引張強度を求める場合，既往の論文に示されている平面応力状態で得られた結果を用いるときには割り増しを行って評価する必要がある．

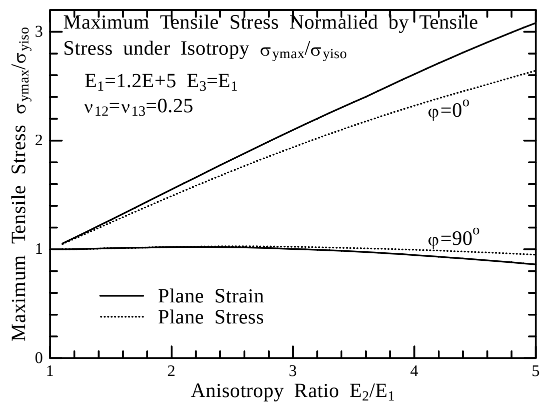


図-6 異方性比と最大引張応力

5. 結言

直交異方性材料への圧裂試験に対し，理論解を用いた解析がExadaktylosらによって，有限要素解析による解析がLemmonらによって発表された．これらは平面応力状態の下で行われたものであるから，薄い供試体片に対する試験に適用が限られていた．

本論文では，Lekhnitskiiの理論解に不足した式を補い平面ひずみ状態でこの問題のモデル化を行った．このことによって，直交異方性材料について円柱形供試体を用いた圧裂試験において生じる引張応力の数値解析が可能となった．さらに，有限要素法では不可能であった集中応力の再現性も可能にした．

数値計算例では，載荷軸上に生じる引張応力は平面応力状態と同様に載荷軸と弾性主軸のなす角によって異なった分布となることが示された．さらに，弾性主軸方向に集中荷重を載荷した場合，平面応力状態と平面ひずみ状態では発生する引張応力の大きさが異なり，異方性比が大きくなるほど両者の最大値の差が大きくなることも

示された.

謝辞:本論文を執筆するにあたり株式会社ダイヤコンサルタント岩本直樹氏，川崎地質株式会社市原浩司氏に多くの助言を頂いた．感謝申し上げます.

参考文献

1) 川本眺万：応用弾性学，p.98，共立出版，1968.
2) Lemmon, R. K. and Blackketter, D. M. : Stress Analysis of an Orthotropic Material under Diametral Compression, *Experimental Mechanics.* 36, pp. 204-211, 1996.
3) Exadaktylos, G. E. and Kaklis, K.N. : Applications of an explicit solution for the transversely isotropic circular disc compressed diametrically, *Int. J. of Rock Mech. and Mining Sci.*, 38, pp.227-243, 2001.
4) Lekhnitskii, S.G. : *Anisotropic Plate*, p. 141, Gordon & Breach, 1968.
5) 川久保昌平，堤 隆，平島健一：任意分布の荷重を受ける異方性だ円板の応力，変位場，日本機械学会論文集(A 編), 62(599), pp.1626-1633, 1996.
6) Tsutsumi, T. and Hirashima, K. : Analysis of Orthotropic Circular Disks and Rings under Diametrical Loading, *Structural Eng. and Mech.*, 9(1), pp. 37-50, 2000.

ANARYSIS FOR TENSILE STRESS OCCURRED UNDER DIAMETRAL COMPRESSION TEST USING THEORITICAL ORTHOTROPIC SOLUTION

Takashi TSUTSUMI, Ryota KAMIHORIUCHI and Hiroshi IWASHITA

In this study, the solution for orthotropic disk under plane strain condition is induced. The solution is induced with complex stress functions. These stress functions were induced by Lekhnitskii and expanded by one of authors before. For the diametral compression test, the finite element method has difficulities to represent the concentrated force. On the contrary, the method shown in this study can exactly represent the concentrated force. Some numerical results are shown and compared with results obtained under plane stress condition, and the differences between the tensile stresses occured under plane strain condition and those occured under plane stress condition increases as the orthotropy ratio increases for some cases.