

DDAによるブロック構造の動的応答に関する基礎的検討

萩原 育夫^{1*}・佐々木 猛²・大西 有三³・伊藤 洋⁴

¹サンコーコンサルタント(株) 地盤調査・防災部 (〒136-8522 東京都江東区亀戸1-8-9)

²サンコーコンサルタント(株) 岩盤工学研究所 (〒136-8522 東京都江東区亀戸1-8-9)

³京都大学大学院 工学研究科都市環境工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

⁴電力中央研究所 地球工学研究所 (〒270-1194 千葉県我孫子市我孫子1646)

*E-mail: i.hagiwara@suncoh.co.jp

石膏ブロック積構造の遠心載荷装置による振動台実験を解析するための事前検討として、不連続変形法 (DDA) によるブロック構造の動的応答解析について基礎的な検討を行った。検討では、単一ブロック並びに振動台実験を想定した複数ブロックを対象とした解析を行い、有限要素法 (FEM) 解析結果や理論解との比較等を行ってDDAの解析特性を把握した。検討結果から、微小変形過程ではDDAの解析結果は連続体モデルと合致し、大変形過程においてはブロックの接触 (衝突) による高周波の加速度応答や回転等の剛体的な運動が顕在化することを確認した。また振動条件の設定方法として下端固定型の基盤ブロックを用いた設定方法を検討し、振動条件の再現方法としての有効性を確認した。

Key Words : dynamic response analysis, layered block model, sympathetic vibration

1. はじめに

岩盤斜面の地震時の応答解析や安定性評価では、岩盤ブロック自体の力学特性に加え、節理などの不連続面の力学的な特性や岩盤ブロック間の相互作用等を考慮した検討が必要である。ブロック構造の動的解析に用いられる数値解析手法としては、離散有限要素法¹⁾、個別要素法²⁾や不連続変形法 (DDA)³⁾が知られているが、ブロックの接触過程のモデル化はそれぞれ異なる。DDAではブロックの接触機構にペナルティ関数を導入し、接触過程を含めてエネルギー保存則を適用して運動方程式が導かれる点が特徴となっている。岩盤斜面の崩壊解析に対するDDAの応用に関しては、岩盤崩壊や落石等の事例解析⁴⁾⁵⁾によって岩盤ブロックの飛翔・跳躍・回転等の崩壊挙動解析に対する有効性が示される一方、振動現象については、ブロックの滑動運動に対する振動影響評価⁶⁾などに検討が限られている。

本検討では、岩盤斜面を想定した振動台実験に関する事前検討として、DDAによるブロック構造の動的応答解析を行い、同手法の解析特性について基礎的な検討を行った。解析はブロック構造の微小変形～大変形過程を想定した単純モデルを対象として実施し、振動応答特性や解析パラメータの解析結果への影響等を検証すると

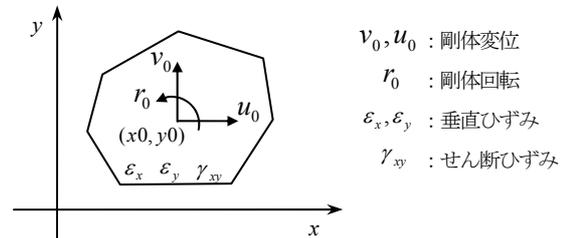


図-1 DDAにおける主変数

もに、振動台実験等を想定した場合の振動条件の入力方法について検討した。

2. 解析方法の概要

(1) 運動方程式

DDAでは解析対象を弾性体ブロックの集合として表し、ブロック重心で定義された剛体変位、剛体回転及びブロックのひずみを主変数として運動をモデル化している³⁾ (図-1)。このとき解析対象全体のエネルギー Π^{sys} は次式によって表わされる。

$$\Pi^{sys} = \sum_{i=1}^n \left(\Pi^i + \sum_{j=1}^m \Pi_{PL}^{i,j} \right) \quad (1)$$

式(1)の右辺第1項は各ブロックの連続体としてのポテンシャルエネルギーであり、第2項はブロック*i*のブロック*j*に対する接触のポテンシャルエネルギーである。ブロックの運動方程式はハミルトンの原理によって定式化され、次式によって表される。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \quad (2)$$

ここに、*M*:質量マトリックス、*C*:減衰マトリックス、*K*:剛性マトリックス、*F*:外力ベクトル、*u*:ブロック重心の剛体変位、剛体回転、ひずみ、 \dot{u} :*u*の1階の時間微分、 \ddot{u} :*u*の2階の時間微分である。式(2)の減衰マトリックスは粘性係数 η を用いて次式で表される。

$$C = \eta M \quad (3)$$

(2) 数値解法

式(2)の運動方程式は、Newmarkの β 、 γ 法で $\beta=0.5$ 、 $\gamma=1.0$ として変位増分に関する連立方程式(4)に変換され、これを各時間刻みで数値的に解くことによりブロックの変位等が得られる。

$$\tilde{K} \cdot \Delta u = \tilde{F} \quad (4)$$

$$\tilde{K} = \frac{2}{\Delta t^2} M + \frac{\eta}{\Delta t} M + (K_e + K_s) \quad (5)$$

$$\tilde{F} = \frac{2}{\Delta t} M \cdot \dot{u} + (\Delta F - f) + M\alpha(t) \quad (6)$$

ここに、 Δu :増分変位、 Δt :時間刻み、*K_e*:ブロックの弾性マトリックス、*K_s*:ブロックの変位拘束・接触等に関する剛性マトリックス、 ΔF :点加重などの外力ベクトル、*f*:初期応力ベクトル、 $\alpha(t)$:振動加速度の時刻歴である。式(4)、式(5)の各マトリックスは、ブロックの接触の有無や外力条件等をもとに、エネルギー最小化原理に基づいて組み立てられる。

(3) ブロック接触モデル

DDAでは、ブロック間の接触に関して摩擦力とブロックの空間的な制約違反に応じた抗力を導入してモデル化している。著者ら⁷⁾はブロック同士の接触についてVoigt型のモデルを提案し、式(7)による抗力*f_i*を式(6)の外力ベクトルに加えて解析に組み込んでいる(図-2)。

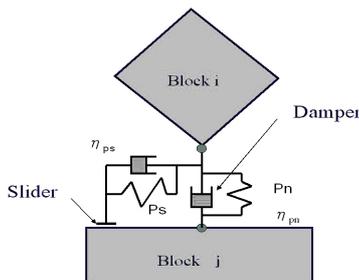


図-2 ブロック接触モデル

$$f_i = f_p + f_\eta = pd + \eta_p \frac{d}{\Delta t} \quad (7)$$

ここに、*f_p*:接触時反力、*f_η*:ダッシュポット反力、*p*:接触剛性、 η_p :接触減衰係数、*d*:接触貫入量である。

3. 数値解析

(1) CASE1

単純な柱状ブロック構造を対象とした応答解析を実施して、DDAの基礎的な解析特性を検証した。図-3に形状モデルを示し表-1に解析パラメータを示す。

a) 解析モデル

CASE-1Aでは下端を固定した単一ブロックから構成される柱状構造についてDDA及び有限要素法⁸⁾(FEM)による応答解析を実施し、両者の解析結果を比較した。ブロックの形状は幅=1m、高さ=5mの単柱状とし、FEMでは1辺=1mの直交格子構造として要素設定した。ブロックの物性は弾性体として設定し、振動条件は正弦波型の水平方向加速度(振幅=1m/s²、周波数=2Hz)とし、DDAではブロックの重心位置に、FEMでは格子構造の各節点にそれぞれ与えるものとした。

CASE-1Bでは、CASE-1Aの柱状構造を2~5分割したブロック構造を対象としてDDAによる応答解析を実施し、ブロック分割数並びにブロック接触モデルの解析結果への影響を検証した(図-3)。解析パラメータ及び振動条件はCASE-1Aと同様とし、振動は各ブロックの重心位置に付与した。

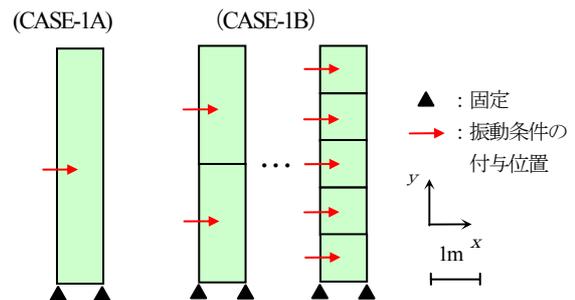


図-3 CASE-1 解析対象の形状モデル

表-1 CASE-1 解析パラメータ

時間刻み	0.005 sec
入力周波数	2 Hz
弾性係数	35 MN/m
ポアソン比	0.2
ブロック表面の摩擦角	45 degree
ペナルティ係数 (Kn)	44 MN/m
ペナルティ係数 (Ks)	44 MN/m
ブロックの粘性係数	0.05
速度エネルギー比	0.81
単位体積重量	20 kN/m ³

b) CASE-1A 解析結果 (単一ブロック)

図-4に上端中央における水平変位と水平方向加速度の応答波形を示し、図-5に変位応答のフーリエスペクトルを示す。変位応答に関しては、解析開始直後においてDDAとFEMの解析結果に差違が認められたが、解析時間=1.5秒以降では両者の応答波形の振幅並びに周期は概ね合致した。図-5の変位応答スペクトルからは、解析対象の構造に対応した周波数として、FEM解析結果で4.3Hz、DDA解析結果で4.7Hzの周波数が判読された。前者は連続体モデルにおける理論解⁴⁾に合致し、後者は式(8)によって求まるブロックのせん断剛性をバネ定数とした1自由度の振動系の固有周波数に合致している。

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)Hm}} = 4.71 \quad (8)$$

ここに、 f_r : 固有周波数、 k : 系全体のバネ定数、 E : ブロックの弾性係数、 ν : ブロックのポアソン比、 m : ブロックの質量、 H : ブロックの高さである。

また加速度の応答波形に関しては、解析時間=2秒以降でFEM・DDAの解析結果の周期は概ね合致したが、DDAではFEMよりも小さな振幅を示す傾向が認められた。DDAではブロック内の変形をブロック重心位置の未知数で代表させてブロック運動をモデル化しており、格子構造によって解析したFEMと間に分解能の差を生じたものと捉えることができる。ブロックの鉛直方向の加速度分布を比較すると(10波目ピーク位置)、DDAの解析結果はFEM解析結果の上下端を結ぶ線形分布の平均値に相当する(図-6)。

b) CASE-1B 解析結果 (2~5層ブロック)

図-7に上端中央における水平変位と水平方向加速度の応答波形を示し、図-8にブロック分割数と卓越周波数の関係を示す。変位応答・加速度応答ともブロックの分割数を増加させると振幅・周期は増大し、加速度に高周波の応答が加わる傾向が認められた。ブロックの細分化はブロック間の接触剛性が付加されることになり、このような応答特性変化は、系全体の剛性が低下して柔らかな構造に変化した結果と捉えることができる。各ブロックのバネ定数 k_i と接触剛性 p_i を次式によって合成し、式(8)による固有周波数と解析結果の卓越周波数を比較すると、分割数=2~3で両者は概ね合致する(図-7)。

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \right) + \left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_{n-1}} \right) \quad (9)$$

一方、ブロック分割数=4~5では両者に差違が認められたが、これらの解析結果では回転運動(図-7)や高周波応答波形が認められ、ブロックの回転・衝突などの剛体的運動が卓越する変形過程が顕在化した影響と考えることができる。

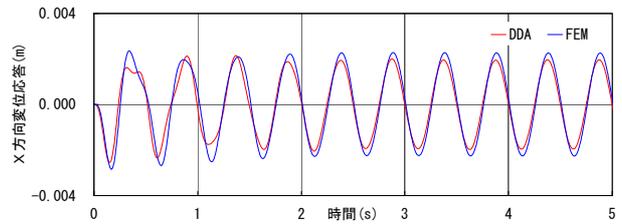


図-4 CASE-1A 解析結果の応答波形

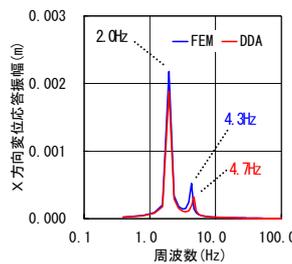


図-5 CASE-1A 変位応答スペクトル

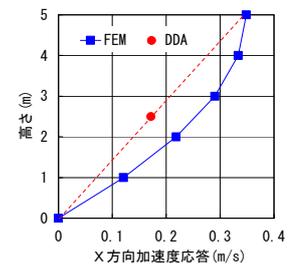


図-6 CASE-1A 加速度分布

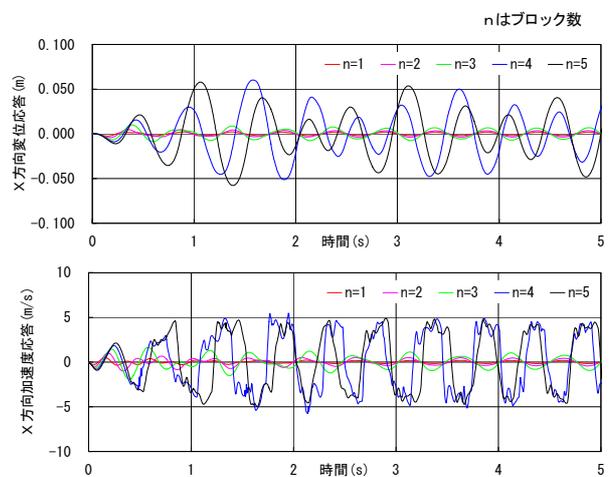


図-7 CASE-1B 解析結果の応答波形

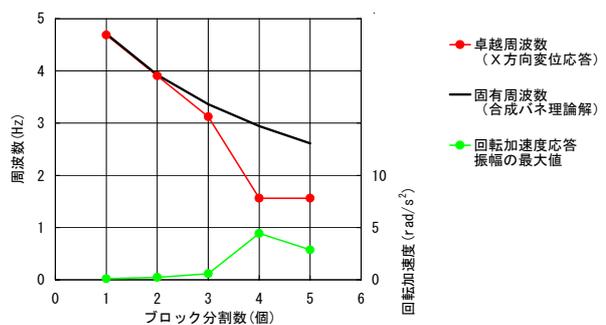


図-8 CASE-1B 解析結果の卓越周波数の変化

(2) CASE-2

振動台実験を想定した単純な柱状ブロック構造を対象としてDDAによる応答解析を実施し、振動伝播等の解析特性や振動条件の設定方法を検証した。図-9に形状モデルを示し表-2に解析パラメータを示す。

a) 振動条件の設定方法

波動伝播速度の比較的速い状態の微小変形を仮定した場合、CASE-1のように入力波を領域全体に同時に作用させ、系の応答を基盤からの相対変位等で近似的に解析する方法が用いられる⁹⁾。これに対しブロック構造を対象とした振動台実験では、振動が振動台（基盤ブロック）から不連続面を介して各ブロックに伝播する過程や、CASE-1Bで認められたような剛体的な運動が卓越すると想定され、加振位置を基盤ブロックに限定して応答解析を行う必要がある。一方、基盤ブロックの応答特性はブロックの物性・形状・境界条件によって変化し、振動台実験の振動条件を数値解析上で再現するためには何らかの制御を行うことが必要となる。本検討では下端を固定した基盤ブロックに振動加速度を与えるものとし、CASE-1Aで把握したせん断バネによる振動が入力波と共振するように基盤ブロックの物性・形状等を事前に設定することによって、振動実験時の振動条件を再現させた。

b) 解析モデル

基盤ブロック上の6層単列のブロック構造（CASE-2A）と、6層5列のブロック構造（CASE-2B）を対象として応答解析を実施した。ブロックの形状は振動台実験装置の規模に対応させて設定した。振動条件は正弦波型の水平方向加速度（振幅=1cm/s²、周波数=2Hz）とした。

c) CASE-2A 解析結果（6層単列ブロック）

図-10に各ブロック中心の水平変位と水平方向加速度の応答波形を示す。基盤ブロックの応答波形の周期は概ね0.5秒を示し、入力加速度に対する増幅率は基盤ブロックで8倍、上部ブロックの増幅率は11~15倍を示した。解析結果の各応答には下部から上部に向かって時間差が認められ、基盤ブロックに与えられた振動が不連続面を介して上部に伝播する過程が再現されたと捉えることができる。

d) CASE-2B 解析結果（6層5列ブロック）

図-11に主要ブロック中心における水平変位と水平方向加速度の応答波形を示す。基盤ブロックの応答波形の周期はCASE-2Aと同様に概ね0.5秒を示し、入力加速度に対する増幅率は基盤ブロックで15倍程度、上部ブロックの増幅率は10~15倍程度を示した。上部ブロックの加速度応答にはパルス状の高周波の応答が顕著となったが、変位応答は概ね滑らかな応答波形を示した。CASE-2Bではブロックが水平方向に配列する構造となっており、加速度応答におけるパルス状の高周波応答はブロック間の接触（衝突）によって生じたものと考えられる。加速度

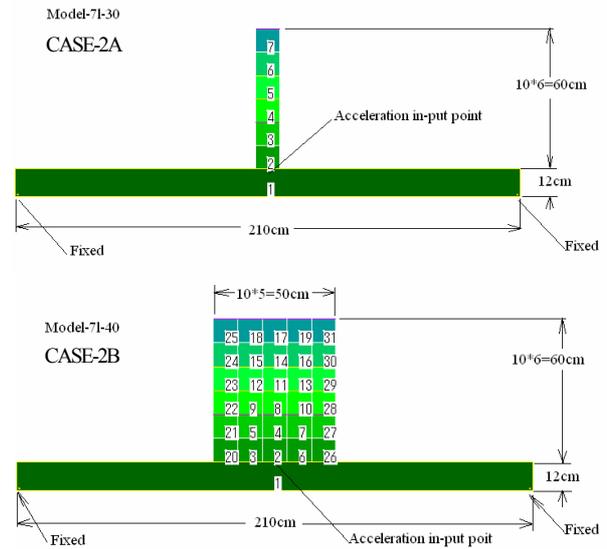


図-9 CASE-2 解析対象の形状モデル

表-2 CASE-2 解析パラメータ

時間刻み	0.0005 sec
入力周波数	2 Hz
弾性係数（基盤ブロック）	200 MN/m
弾性係数（上部ブロック）	160 MN/m
ポアソン比（基盤ブロック）	0.2
ポアソン比（上部ブロック）	0.3
ブロック表面の摩擦角	30 degree
ペナルティ係数 (Kn)	160 MN/m
ペナルティ係数 (Ks)	160 MN/m
ブロックの粘性係数	0.05
速度エネルギー比	0.81
単位体積重量（基盤ブロック）	20 kN/m ³
単位体積重量（上部ブロック）	12 kN/m ³

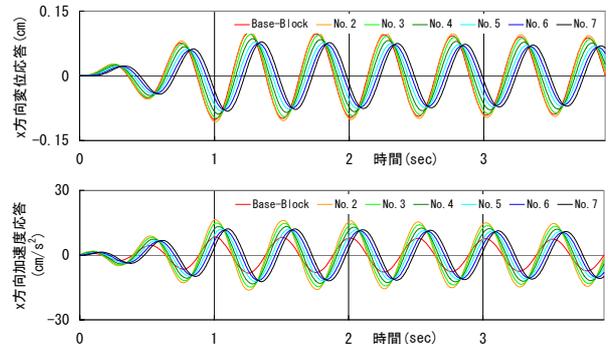


図-10 CASE-2A 解析結果の応答波形

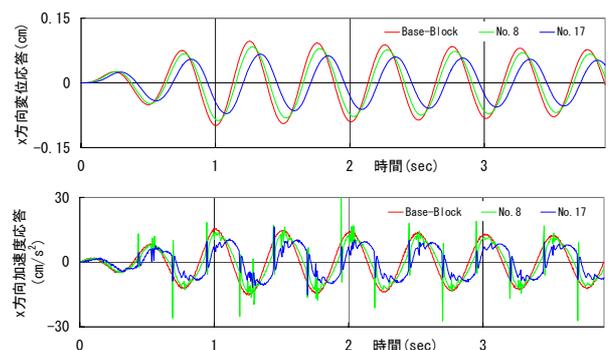


図-11 CASE-2B 解析結果の応答波形

応答で顕著な高周波応答は時間積分することによってとり除かれる傾向にあり、変位応答によってブロックの大変形過程を評価することが有効と考えられる。

(3) CASE3

予備的な振動台実験結果に関してDDAの応答解析を実施し、実験結果と解析結果を比較した。図-12に形状モデルを示し表-3に解析パラメータを示す。

a) 実験結果

実験は一辺3cmの立方体ブロック（石膏）を20層×約40列に積み上げた単純斜面を模したブロック構造を対象として実施した。60Hzの振動をアクチュエーターを使用して発生させ、振幅は30, 80, 100, 200, 300cm/s²と順次変化（それぞれ20波）させて段階的に加振した。実験では、斜面肩部からのブロックの崩落が認められた（図-12参照）。

b) CASE3解析結果（振動台実験モデル）

図-13 に基盤ブロックにおける入力加速度波形・応答波形とブロック構造上辺部の変位応答を示す。基盤ブロックにおいては入力加速度に対応した応答が認められ振動台実験の振動条件が再現された。ブロック構造の上辺部における応答では、斜面肩部(No.12)での変位が増大する傾向が認められ実験結果と同様な結果が得られた一方、応答波形と入力加速度波形との対応関係は不明確となった。実験は多くのブロックから構成された構造に比較的高周波の振動を与えたものであり、このような条件下では剛体的な運動が卓越する大変形過程の応答が主体となったと捉えることができる。

4. まとめ

不連続性岩盤の地震時安定性評価などのブロック構造の振動問題では、ブロックの弾性係数、接触面の剛性、ブロックの形状・規模、境界条件、入力加速度の振動特性など多くの要因が応答に影響すると想定される。本検討では、比較的単純なブロック構造を対象とした DDA による応答解析を実施し、DDA の解析特性並びにブロック構造の基本的な応答特性について検討し以下の点を明らかにした。

- i)微小変形過程に関する DDA の結果は、弾性論に基づく振動系の挙動に合致し、不連続面を介して振動は伝播される。
- ii)大変形過程に関する DDA の結果では、ブロックの接触によってパルス状の高周波の加速度応答が発生する。このような高周波加速度応答は時間積分を経て消失する傾向を示し、変位については概ね滑らかな応答が得られる。

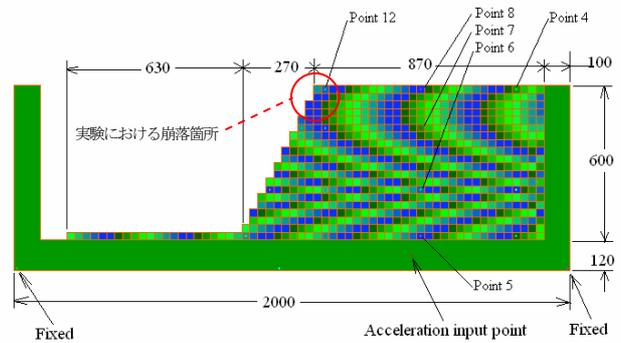


図-12 CASE-3 解析対象の形状モデル

表-3 CASE-3 解析パラメータ

時刻	0.0005 sec
入力周波数	60 Hz
弾性係数（基盤ブロック）	2000 MN/m
弾性係数（上部ブロック）	120 MN/m
ポアソン比（基盤ブロック）	0.15
ポアソン比（上部ブロック）	0.35
ブロック表面の摩擦角	30 degree
ペナルティ係数(Kn)	120 MN/m
ペナルティ係数(Ks)	120 MN/m
ブロックの粘性係数	0.05
速度エネルギー比	0.81
単位体積重量（基盤ブロック）	78 kN/m ³
単位体積重量（上部ブロック）	1.26 kN/m ³

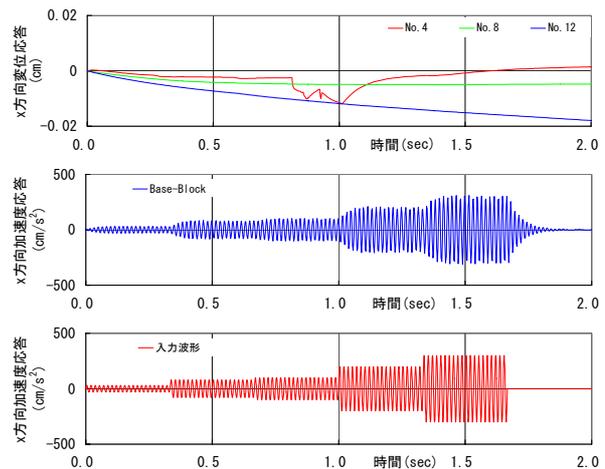


図-13 CASE-3 基盤ブロックと上辺ブロックの応答

- iii)下端固定型の基盤ブロックの形状・弾性係数等を入力加速度に応じて制御することによって、振動台の振動条件を DDA で再現することができる。
- iv)ブロック構造の微小変形過程の応答では、系全体の応答特性は接触面の剛性とブロック自体の弾性を合わせた剛性に影響される。
- v)ブロック構造の大変形過程の応答は、不連続面を多く介在するブロック構造や高周波振動条件下で顕在化する。

DDA による微小変形過程に関する応答解析結果は弾性論に基づく理論解と合致することが確認され、ブロック構造の微小変形から大変形過程に至る一連の応答を解

析する上で有効な解析手法と考えられる。また、本検討では下端固定型の基盤ブロックを用いた振動条件の設定方法を導入し、振動条件の再現方法としての有効性を確認した。振動条件の設定方法としては、強制変位による方法やローラ型固定点等を用いて加速度を入力する方法等があるが、今回の方法は加速度を用いた原点復帰型の設定方法として特徴付けられ、過去の地震加速度記録を振動条件として設定する場合等において有効な方法と考えられる。

一方、今回の検討は比較的低周波の振動条件下における比較的単純なブロック形状を対称としたものあり、今後は高周波の振動条件に関する検討やブロックの形状・規模の影響等に関する検討が必要と考えられる。また、DDA の応答解析に用いられる解析パラメータのうち、不連続面の接触剛性（ペナルティ係数）を的確に設定することが重要と考えられる。ブロックの衝突現象に関する解析では、不連続面の接触剛性は有る程度の許容巾を有するパラメータであることが報告されているが⁹⁾、振動応答解析では接触剛性は解析結果の直接影響するものと捉えられる。接触剛性の決定方法としては不連続面を含む試料を用いた載荷試験等があるが、系全体の剛性と卓越周波数の関係ならびに系全体の剛性と不連続面の剛性との関係をもとに、数値解析（逆解析）によって求める方法も考えられ、今後の検討課題としてあげられる。

5. おわりに

本検討では、単純なブロック構造を対象として DDA による応答解析を実施し、ブロック構造の動的応答解析

に関する DDA の適用性並びにブロック構造の基本的な応答特性を把握した。また今後の課題として、高周波振動条件下での応答特性、ブロック形状・規模の影響や不連続面の接触剛性の決定方法に関する検討が考えられた。

参考文献

- 1) Hilbert L.B.JR, Yi W., Cook N.G.W., Cai Y. and Liang G.P. : *A new discontinuous finite element method for interaction of many deformable bodies in geomechanics*, U. C. Berkley, 1993.
- 2) Cundall P.A.: *A Computer Model for Simulation Progress, Large Scale Movement in Block System, ISRM Symp., Nancy, France, p.11-18, 1971.*
- 3) Shi G.H. , : *Block system modeling by discontinuous deformation analysis*, Univ. of California, Berkeley, Dept. of Civil Eng. August, 1989.
- 4) 佐々木猛, 大西有三, 吉中龍之進: 不連続変形法(DDA)とその岩盤工学への適用に関する研究, 土木学会論文集, 493/III-27, p.11-20, 1994.
- 5) 日本道路協会: 落石対策便覧に関する参考資料, 丸善, p.448, 2002.
- 6) Hatzor Y.H., Arzi A.A. and Tsesarsky M., *Realistic dynamic analysis of jointed rock slopes using DDA, Proc. of ICADD-5*, p. 47-56, BALKEMA, 2002.
- 7) Sasaki T., Hagiwara I., Sasaki K., Yoshinaka R., Ohnishi Y., Nishiyama S. : *Earthquake response analysis of a rock falling model by Discontinuous Deformation Analysis, ISRM Symp. & 3rd Asia Rock Mechanics Symp.*, Millpress, p.1267-1272, 2004.
- 8) 地盤工学会: 地盤技術者のための FEM シリーズ 1~3, 地盤工学会, 2003
- 9) Ishikawa T., Miura S., Ohnishi Y. : *Influence of input parameters on energy loss in free fall tests with DDA, Proc. of ICADD-7*, 2006.

DYNAMIC RESPONSE OF SIMPLE BLOCK STRUCTURES BY DISCONTINUOUS DEFORMATION ANALYSIS

Ikuo HAGIWARA, Takeshi SASAKI, Yuzo OHNISHI and Hiroshi ITO

In order to prepare for a shaking table experiment, the authors studied several cases of block structures applied harmonic accelerations by Discontinuous Deformation Analysis (DDA). We examined single and multi columned structure and compared results of DDA with the theoretical response, results of FEM and experiments. In the small deformation behavior, results of DDA were agrees elastic theory. In the large deformation behavior, the response of accelerations was influenced extremely by the collisions of blocks but the response of displacements was no influenced and fitted with experiments. We proposed the simulation method for the condition of shaking table using base-block with fixed points.