第 37 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集
（社）土木学会　2008 年１月　講演番号 25

3 次元落石運動解析における
軌跡の拡がりに関する検討

西村　強[1*]・福田　毅[2]・橋本　純成[1]・木山　英郎[3]

[1]鳥取大学工学部　土木工学科（〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101）
[2]地層科学研究所　大阪事務所（〒532-0011 大阪市淀川区西中島5-7-19　第7新大阪ビル）
[3]鳥取大学名誉教授　（〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101）
*E-mail:tnishi@cv.tottori-u.ac.jp

落石に関係するリスクを評価する際には，数値モデルを用いることが多い．解析結果のもっともらしさは，数値モデルに用いられる入力変数の不確実性や空間的な分布に影響を受ける．しかしながら，これらの因子が軌跡の拡がりに与える影響を系統的に解析した例は見当たらないようである．そこで，本研究では，著者らが開発した解析プログラムを用いて，地形や斜面表面などの幾何学的要因が与える影響について 3 次元解析を実施した．すなわち，平均勾配の異なる 2 つの面から成る地形を設定し，平均勾配の大きさと微視的地形変化に注目して解析している．特に，水平方向への軌跡の拡がりと上記の 2 つの因子の関係をパラメトリックスタディとしてまとめている．

Key Words: *risk related to rockfall, three-dimensional numerical modeling, parametric simulation, lateral dispersion.*

1. 緒言

わが国は山地が多く，主要道路が山間部を縫うように走っている．脆い地盤が広く分布しているため，降雨や地震等により落石が発生し道路が寸断されることがある．さらに，何の前触れもなく突如として落石が発生し，通行車両に当たるなど重大な事故に繋がるケースもある．防災の観点から対策工を講ずる必要がある．たとえ，対策が施されていても，その対策工の吸収エネルギーを上回る落石が防護工を突き破り，道路に至る例もある．対策に際しては，落石の落下軌跡や到達距離を予測し，かつ，対策工の位置おいて，予測される運動エネルギーも解析しておく必要がある．このような要求は，数値モデルにて可能になる．

落石に関係するリスクを評価する際には，上述のように数値モデルを用いることが多い，あるいは，必要となる．解析結果の確からしさは，数値モデルに用いられる入力変数の不確実性や空間的な分布に影響を受けるものとなる．特に，3 次元解析に対して，最も期待されている役割は，地形などをより忠実に表わせるという点よりも，落石軌跡の水平方向への拡がりを表わせるという点であろう．このようなことからすれば，衝突時のエネルギー変化を表わす指標（速度比）や摩擦係数が与える影響とともに，地形や斜面表面などの幾何学的要因が与える影響にも注意が必要である．しかしながら，これらの軌跡の拡がりに対する影響を系統的に解析した例は見当たらないようである．そこで，本研究では，著者らが開発した解析プログラムを用いて，地形や斜面表面などの幾何学的要因が与える影響について 3 次元解析を実施した．すなわち，2 面から成る地形を設定し，それらの面は平均勾配によって表現し（1 つの面は，水平面と一致），さらに，各々の面には凹凸があるとして，細かく格子状に分割の上，斜面上の格子点の座標（標高）を設定する斜面モデルである．平均勾配，格子の大きさ（grid size）と凹凸（roughness）に注目した解析である．

以上に述べた他にも，本解析法に限れば，落石の形状も軌跡に影響を与える因子である．他の解析手法を用いる場合は，その手法の特徴を反映した因子を考慮して，軌跡の拡がりに対する影響を系統的に解析する必要が生じよう．つまり，ここに記す解析は，“地形や斜面表面などの幾何学的要因が軌跡の拡がりに与える影響を検討した”ということにはならない．単に，著者らが開発した解析プログラムの性能を表現したに過ぎない．しかしながら，前段落に述べたように，解析結果すなわち水平方

向の拡がりが対策工の位置や幅などの決定に用いられることを考えるとき，解析法の特徴（性能）を知って，技術者が判断をすることは重要である．このことは，他の解析手法においても例外ではないと考えられる．

2. 3 次元落石軌跡解析の概要

(1) 運動方程式の時間差分

ここで用いる計算モデルは，剛体の運動方程式の時間差分解法 [1)]に基づいた完全に動力学的な 3 次元モデル [2)] である．1 つのブロックの並進に関する運動方程式は次のように表せる．

$$\ddot{x}_i = F_i^c / m_i + g_i \tag{1}$$

ブロックの重心の加速度 $\ddot{x}_i$ で示し，F_i^cは地表面との接触力，m_iはブロックの質量，g_iは重力加速度ベクトルである．i は 1〜3 の範囲で，地形座標のベクトルの成分を表す．このモデルでは，重力方向と x_3軸が一致する．

剛体の回転運動はオイラー式で表され，ブロックの慣性主軸（ξ, η, ζ）に対して表される．

$$\begin{aligned} I_\xi \dot{\omega}_\xi + (I_\zeta - I_\eta)\omega_\zeta \omega_\eta &= M_\xi \\ I_\eta \dot{\omega}_\eta + (I_\xi - I_\zeta)\omega_\xi \omega_\zeta &= M_\eta \\ I_\zeta \dot{\omega}_\zeta + (I_\eta - I_\xi)\omega_\eta \omega_\xi &= M_\zeta \end{aligned} \tag{2}$$

ここに，I_ξ, I_η, I_ζは慣性主軸モーメント，ω_ξ, ω_η, ω_ζは主軸に対する回転速度，M_ξ, M_η, M_ζはブロックの主軸周りのモーメントである．なお，本解析法では，直方体と正六角柱を用いた解析が可能である．

次式は，それぞれ時刻 t のブロック重心の移動速度と回転速度を表す．

$$\dot{x}_i^{(t)} = \dot{x}_i^{(t-\Delta t)} + \ddot{x}_i^{(t)} \Delta t \tag{3}$$

$$\omega_a^{(t)} = \omega_a^{(t-\Delta t)} + \dot{\omega}_a^{(t)} \Delta t \qquad (a = \xi, \eta, \zeta) \tag{4}$$

変位増分と重心位置は以下のように表される．

$$\Delta x_i^{(t)} = \dot{x}_i^{(t)} \Delta t \tag{5}$$

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \Delta x_i^{(t)} \tag{6}$$

次式より，回転角増分が求まる．

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ -\cos\theta_3 / \sin\theta_1 & \sin\theta_3 / \sin\theta_1 & 0 \\ \cot\theta_1 \cos\theta_3 & -\cot\theta_1 \sin\theta_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$\Delta\theta_i = \dot{\theta}_i \Delta t \tag{8}$$

ここで，θ は地形座標(固定座標)と回転後の座標の角度，すなわちオイラー角を表す．ここに，固定座標系(x_1, x_2, x_3)と慣性主軸系（ξ, η, ζ）には，次のような変換が可能である．

$$(\xi \quad \eta \quad \zeta)^T = [T](x_1 \quad x_2 \quad x_3)^T \tag{9}$$

ブロックの頂点の新たな位置は(10)式となる．

$$x_i^{v(t)} = x_i^{(t)} + [T_{ij}] \underline{x}_j^v \tag{10}$$

ここに，$\underline{x}_j^v$ は慣性主軸座標系内の頂点座標である．また，[T] は慣性主軸座標系と全体座標系間の変換を表すものである． 成分の記述は省略する．

(2) 地表面との接触と接触力

地表面は三角形要素の分割し，できるだけ原地形に近づける．剛体要素 1 頂点 P(x_1^v, x_2^v, x_3^v)の三角形要素への接触は，三角形要素の頂点座標を$(x_1 - x_2)$ 面に投影した後，次のように判定する．まず，投影した三角形内に(x_1^v, x_2^v)が存在すること，そして，三角形の 3 頂点を含む平面の方程式を Z(x_1, x_2, x_3)=0 として，

$$Z(x_1^v, x_2^v, x_3^v) < 0 \tag{11}$$

となるとき，頂点 P が地表面に接していると判定する．

1 頂点の時間増分内の変位増分は次式で算定される．

$$\Delta U_i = x_i^{v(t)} - x_i^{v(t-\Delta t)} \tag{12}$$

接触力は，まず,接触していると判定した三角形要素に設けた局所座標系(n, s, t)内で算定される．この座標系では接触点を原点に，n 軸をその面の法線方向に，s および t 軸は三角形面上にとる．ΔU_iは面に沿う接線成分と法線成分に分解される．

$$(\Delta u_s \quad \Delta u_t \quad \Delta u_n)^T = [Q]\{\Delta U_i\} \tag{13}$$

［Q］は全体座標系から局所座標系(n, s, t)への座標変換マトリックスである．接触変位増分は接触力増分の算定に用いられる．接触力はバネーダシュポットの並列配置により評価され，バネによる弾性成分 e_n, e_s, e_t（バネ係数 k_n, $k_s(=k_t)$）と粘性ダシュポットによる成分 d_n, d_s, d_t（粘性係数η_n, $\eta_s(=\eta_t)$）の和として次式となる．

$$\begin{aligned} f_n &= e_n + d_n \\ f_s &= e_s + d_s \\ f_t &= e_t + d_t \end{aligned} \tag{14}$$

当然，地表面との接触に際しては，摩擦角φを与えて，e_s, e_t には摩擦に関する条件がつけられる．そののち，式(1)中の F_i^cは，

$$F_i^c = [Q]^{-1}(f_s \quad f_t \quad f_n)^T \tag{15}$$

表-1　平均斜面勾配および凹凸と軌跡の水平方向の拡がり（W/L）の関係

		Grid size d (m)		
		2	5	10
Roughness σ (m)	Average slope angle β (°)	W/L		
0.1	30	0.183	0.041	0.039
0.2	30	0.317	0.103	0.077
0.1	45	0.119	0.042	0.032
0.2	45	0.308	0.092	0.056
0.1	60	0.071	0.029	0.023
0.2	60	0.203	0.060	0.042

と求められる．F_i^c は以下のように，重心回りのモーメントの計算に用いられる．

$$M_a := M_a - e_{abc} F_c^c x_b^v \tag{16}$$

e_{abc} は，交代記号である．

3. 斜面モデルを用いた軌跡解析

(1) 斜面モデルの設定

第 1 章で述べたように，異なる平均勾配を有する 2 つの面からなる解析モデルを設定した．図-1 に一例を示す．まず，平均勾配βと一致する傾斜を有する 2 つの平面を設定した後（この内，一面は水平面(x_1-x_2)と一致させている），水平面上に生成した一辺 d の正方形格子を斜面に投影して斜面を小区画に分割する．斜面上の区画線交点には平均勾配により算出する高さに，乱数を用いて算定した（凹凸を表現する）調整量を加えて，交点の標高 x_3 を決定する．乱数の発生に際しては，正規分布（平均値 0，標準偏差σ）より抽出した．表-1 に斜面モデルの平均勾配β，格子長 d および標準偏差σを記載している．解析全領域は，水平面(x_1-x_2)上で 500m×250m の範囲とし，図-1 に示すように，斜面部および水平部の長さをそれぞれ 250m とした．斜面上の小区画は，当然のことながら，長方形であり，d が同一の値であっても，この長方形小区画の長辺の長さは，勾配により変化することになる．なお，解析においては，この小区画は，接触判定用の三角形に分割される．

落石岩塊を表現する剛体要素の形状には，立方体を選び，その 1 辺を 1m とした．この一辺長と対応させて，水平面上の正方形格子長 d を 2m, 5m, 10m と変化させて，凹凸の程度を表現しようとしている．また，要素形状の

表-2　解析条件

Block	Shape: Cubic, Hexagonal prism Density: 2.220Mg/m^3　Volume:1m^3 Initial velocity: 0 (at rest)
Ground surface	Contact stiffness: k_n=10 (MN/m) k_s=10 (MN/m) Cohesion c=0, Friction angle ϕ=25° Restitution coefficient e=0.3
Time step:	Δt=1.0x10^{-4}(sec)

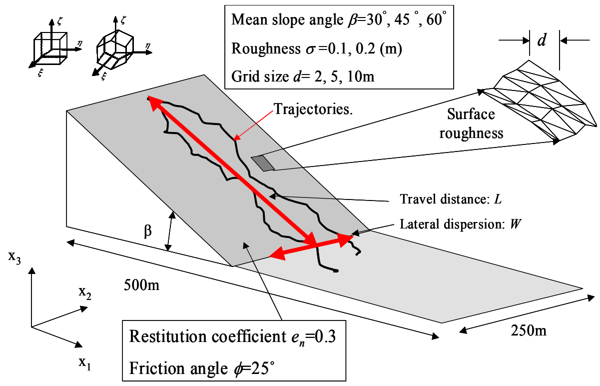


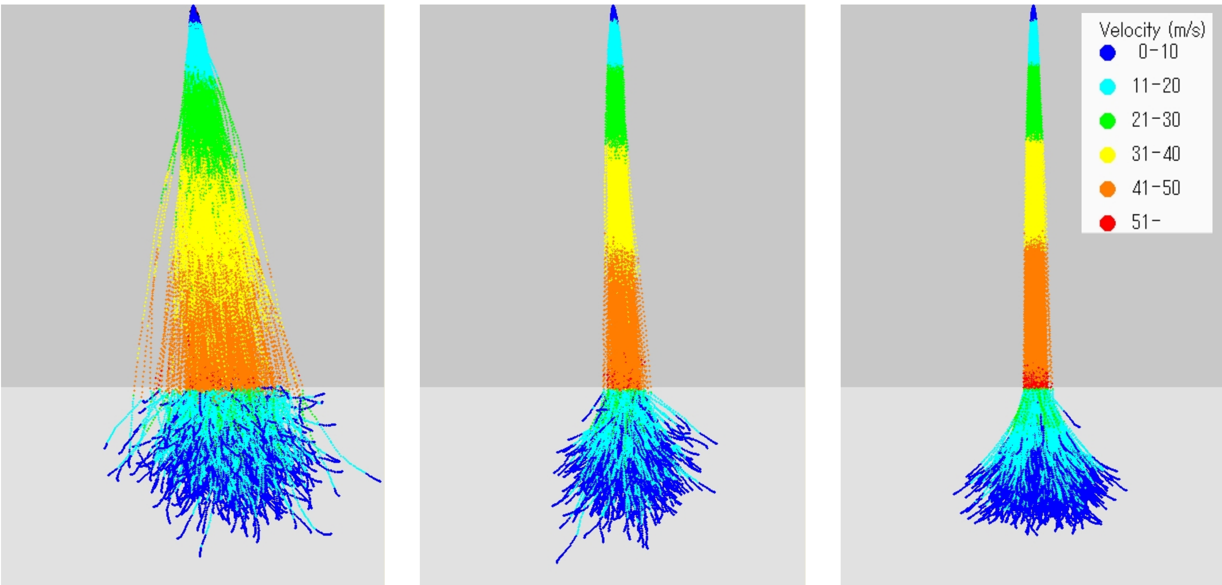
図-1　要素形状，座標系および斜面の設定

影響を知るため，この立方体と同体積を有する正六角柱を用いた解析をβ=45° について実施することにした．

計算に際して必要となる諸量は表-2 の通りである．摩擦角ϕおよび反発係数 e は全領域一定とし，解析においては，前述の平均勾配β，小地形の変化ならびに要素形状に注目することにした．なお，表-2 に示す反発係数 e に対して，次式によって，粘性係数ηを算出した．

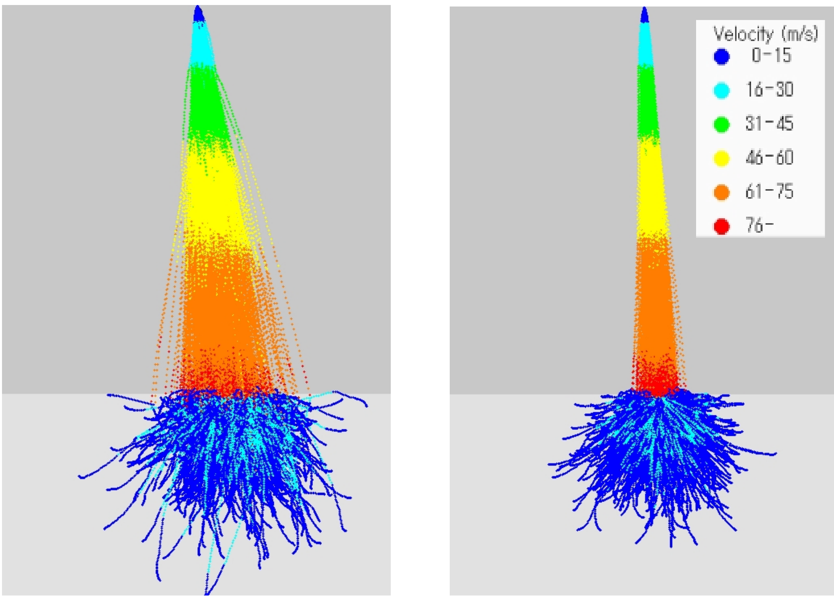
$$\eta = \frac{|\ln e| \cdot \eta_0}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e)^2}} \tag{17}$$

反発係数 e は，衝突面（接触面）法線方向の（衝突前後の）速度変化を表わす指標である．式（14）の第 2 および 3 式に用いられる接線方向の粘性係数に，そのまま使用するのは注意が必要である．本解析法では，接触点における反力の算出を法線方向と接線方向に独立に行っているが，接触力の弾性成分間には摩擦の条件を適用している．摩擦の条件が適用されたとき，ダシュポットの抗力は 0（ゼロ）となる．このような条件を与えた計算過程では，衝突後の接線方向速度は，法線方向の入射速度と摩擦角ϕの影響を受けることになる．すなわち，衝突前後の速度比の観点からすれば，反発係数 e を一定値として



(a)　d=2m　　(b)　d=5m　　(c)　d=10m

図-2　格子長 d の差異が軌跡の拡がりの与える影響　（β=45°，σ=0.2m）



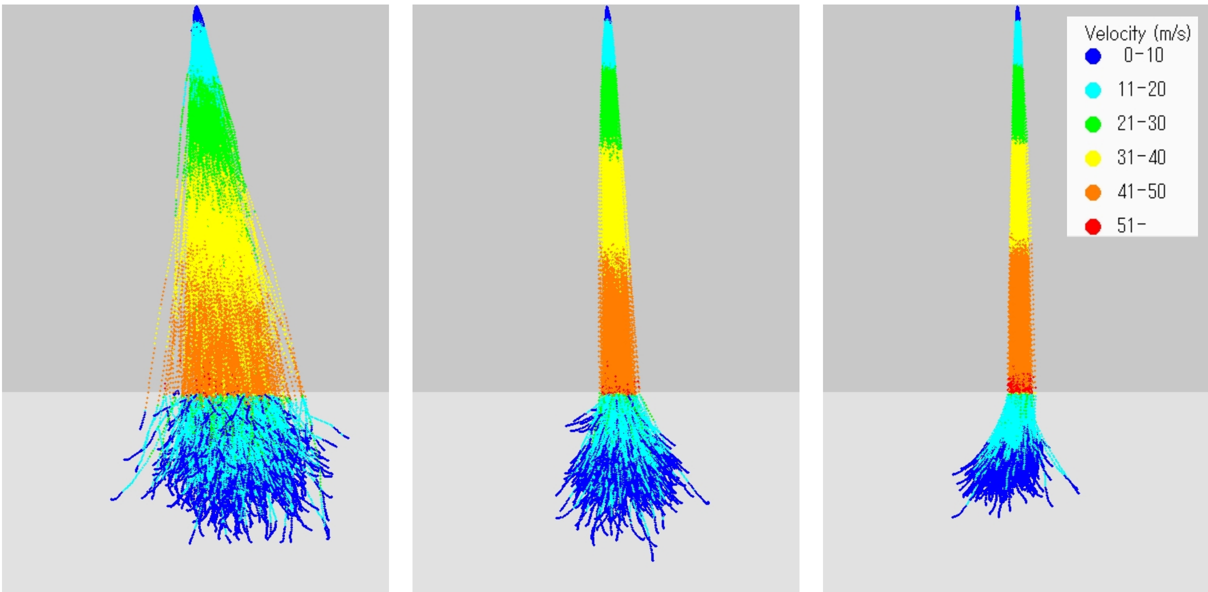
(a)　σ=0.2m　　(b)　σ=0.1m

図-3　斜面傾斜角と格子長を一定としたときの結果（β=60°，d=2m）

与えても，摩擦角に応じて，速度比は変化することになる．速度比を用いて，衝突前後のエネルギー損失を表現する手法もあるが，多面体剛体要素の 1 頂点ごとに平面への接触を取り扱う場合では，接触頂点ごとに速度比に基づいてエネルギー損失を求めた後，要素全体についてその総和などを求める，あるいは，速度比を重心位置の速度に対して用いた後，落石要素を剛体と仮定する条件のもと，各頂点の並進速度を決定する等の手順を考えざるを得ないと考えられる．いずれにせよ，（摩擦角など）入力値と解析アルゴリズムが影響を与えることは間違いない．第 1 章にも述べたように，解析法の特徴（性能）を知って，それを利用することが重要であると理解している．

(2) 水平方向への軌跡の拡がり

表-1 に示したように，立方体要素について，計 18 例の



(a) d=2m　(b) d=5m　(c) d=10m

図-4　要素形状の影響　－正六角柱の例（β=45°，σ=0.2m）－

解析を実施した．実施に際しては，要素を斜面上部の境界線上に静置した状態（初速度 0）から，重力を作用させて運動を開始させた．（平均勾配βと偏差σを固定した）一斜面ごとに 1000 回の計算を実施したが，その計算ごとに斜面表面の凹凸を前述のように変化させている．軌跡の拡がりは，平均勾配β=30° のときの斜面長（L=288m）を基準として，x_1＝$L\cos\beta$を落石要素が通過するときの（1000 回の試行における）x_2の最大値と最小値の差 W で表すことにした．

図-2 は，格子長の差異が，軌跡の拡がりの与える影響を斜面傾斜角 45° としたときの，d=2, 5, 10m について示している．σは 0.2 m である．d=2m では，W/L=0.308 であるが，d=10m では，W/L=0.056 となっており，σ/d の値が小さくなるにつれ，拡がり幅 W が小さくなることがわかる．ちなみに，この斜面では，L=288m に対して，d=2m において，W=88.79m である．

図-3 は，斜面傾斜角と格子長を一定としたときの結果である．ここでも，σ/d が大きくなるにつれ，W/L も大きくなる傾向にある．また，これらの図の凡例からもわかるように，速度も読み取れるようにしている．なお，図-3 では，各色の表示している速度の範囲が，図-2 および 4 とは異なっている．速度を示すこれら数葉の図より，速度について言えることは，以下のようである．

- 図-2 (a) と図-3 (a) を比較すれば，当然のことながら，斜面傾斜角が大きいほど，斜面下端における速度は大きくなることがわかる．また，これら 2 例より σ/d の値が等しいとき，傾斜角が大きいほど軌跡の拡がりが小さいことが示されている．

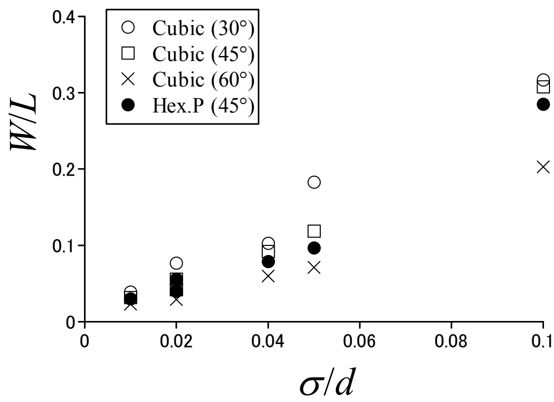


図-5　斜面表面の粗さ(σ/d)が W/L に与える影響

- σ/d が大きいほど，W/L は大きくなるが，逆に，斜面下端での速度は小さくなる傾向にある．

図-4 は，要素形状の影響を表現するために実施した正六角柱の解析例である．この図より，立方体の解析結果と比べて，W/L はやや小さいが速度については大きな差は認められない，などの特徴が読み取れる．

以上の結果を総合して，σ/d－W/L 関係としてまとめたものが図-5 である．この図から，以下のようなことがわかる．

- σ/d が大きいほど W/L は大きくなっており，軌跡の水平方向の拡がりが大きくなる傾向にある．
- 要素形状の影響をβ=45° の場合についてみると，立方体の場合の W/L が大きくなるが，大きな影響は認めにくい．

・ 傾斜の影響をみると βが大きいほど W/L が小さくなっていることがわかる．重力の斜面法線成分および斜面平行下向き成分の大小の影響と考えられる．

このような解析法の系統的な解析例による検討は，Crosta[3)]らも実施している．Crosta は，彼らが開発した落石軌跡解析ソフト STONE を用いている．STONE は，質点系の解析ソフトであるので，一概な比較は避けなければならないが， d=2m，σ=0.2(m)の場合を例示すると，β=30° のとき，本解析では W/L=0.317，STONE では，W/L=0.098 であり，また，β=60° のとき，本解析では W/L=0.203，STONE では，W/L=0.048 となっており，剛体を用いている本解析法が大きな W/L を示している．

4. 結　語

落石岩塊の形状が球形であり，また，斜面が凹凸のない，一様勾配の連続として存在するならば，落石の運動は，予測しやすい（すなわち‘単純’）ものとできるであろう．3 次元解析を用いる必要性は小さい．実際には，形状や斜面状態（地形およびその微視的部分（凹凸））の空間的変化のため，予測しにくい（すなわち，‘複雑’）ものとなり，工学的モデル化およびそれによる解析結果には，推計的な部分を含むことになる．さらに，2 次元解析にくらべ，3 次元解析では，このような点への配慮の重要性は大きくなる．

本解析では，模擬斜面を設定して，斜面の平均勾配と微小な地形変化が水平方向の拡がりに与える影響を例示した．水平方向の拡がりに関する結果は，防護工（策）の必要性のみならず，その設置位置や長さの決定に用いることができる．ここに示した結果からは，地形に関する情報の収集の重要性が伝わってくる．なお，今回の解析では，表面摩擦角と反発係数は一定値としている．これらも，落石岩塊の形状，斜面の微小な地形変化や植生などを反映すると考えられる．解析法の特徴（性能）を知る上では，検討をしておく必要があるかもしれない．

参考文献

1) Cundall, P. A. : A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems. *Symposium on rock mechanics*, Nancy, Vol. 2, pp.129-136, 1971.

2) Nishimura, T., Seiyama, T., Kiyama, H. and Taniguchi, Y. : A three-dimensional simulation model for rockfall using distinct element method, *Proceedings of the 3rd international symposium on rock stress*, RS Kumamoto 03, pp.449-454, 2003.

3) Crosta, G. B. and Agliardi, F. : Parametric evaluation of 3D dispersion of rockfall trajectories, *Natural Hazard and Earth Sciences*, Vol.4, pp.583-598, 2004.

PARAMETRIC THREE-DIMENSIONAL SIMULATIONS OF DISPERSION OF ROCKFALL TRAJECTORIES

Tsuyoshi NISHIMURA, Tsuyoshi FUKUDA, Junsei HASHIMOTO and Hideo KIYAMA

Evaluation of risk related to rockfall is mostly carried out with numerical modeling. In particular, the most important role of three-dimensional simulation is to display the lateral dispersion of trajectories. Nevertheless, the reliability of numerical modeling is greatly affected by the variability of slope geometry and local asperities. In this paper, the influence of these controlling factors on the dispersion has been evaluated by conducting 3D simulation. Parametric simulations have been performed at different spatial resolutions using sets of synthetic biplanar slopes characterized by mean inclination and local asperities.