亀裂に対する連続体弱層モデルと その亀裂進展解析への適用

小早川博亮*¹·京谷孝史²

¹(財) 電力中央研究所 地球工学研究所 地圈科学領域(〒 270-1194 我孫子市我孫子 1646) ²東北大学 工学部 土木工学科(〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 06) *E-mail: h-koba@criepi.denken.or.jp

岩盤の強度特性は不連続面の力学特性に影響を受ける.その主な要因として,亀裂のかみ合わせによる剛性 の増加があると考えられる.本報告では,亀裂を連続体として仮定し,かみ合わせによる剛性の増加を考慮し た非線形弾性モデルを提示し,そのモデルのパラメータの決定方法を述べる.さらに,非線形弾性モデルを亀 裂進展解析に適用した結果について述べる.

Key Words: discontinuous rock mass, carck propagation, mechanical properties, weak layer model

1. はじめに

重要構造物の基礎岩盤の強度特性は,原位置試験に よって評価されることが通常である.しかし,原位置 岩盤の力学特性を詳細に評価するためには,多くの試 験結果を求めるために多大な費用と労力が必要とされ, これを改善する方法が求められている.

この方法の一つとして,数値解析的な強度評価の方 法を併用する方法が考えられる.例えば,京谷ら¹⁾は, 岩盤の内部構造の画像情報とそれを構成する岩石の力 学特性をもとに,岩盤要素の変形強度特性を評価し,さ らにそれを極限荷重解析に適用することによって巨視 的スケールにおける岩盤構造物の安定解析を行うとい う方法を提案している.この方法の利点は,構成する 岩石の力学特性(変形,強度)と幾何情報のみから岩 盤要素の力学特性を推定できること,岩石の力学モデ ルに弾性体という非常に単純な構成則を用いているに もかかわらず変形の異方性や岩盤の強度を推定できる 枠組みを提示していることが挙げられる.しかし,岩 盤の強度評価を行った場合に,垂直応力の増加に伴う せん断応力の増加がうまく表現されないことがあるこ とが指摘されており、その原因として、亀裂の閉合が 考慮されないことが考えられている。

本報告では,以上の数値解析的な岩盤強度の評価法 の精度向上を目指した亀裂のモデルを提示することを 目的として,亀裂のかみ合わという力学的挙動に置い て支配的な現象を考慮した数値モデルを示し,そのパ ラメータの決定方法を検討する.さらに,提示したモ デルの適用の一つとして,亀裂の進展解析を行った例 を示す.



図-1 花崗閃緑岩試験体の引張り割れ目の垂直圧縮²⁾

2. 亀裂に対する連続体弱層モデルの提案

(1) 亀裂の変形挙動を考慮した弱層モデル

岩盤の内部に分布する亀裂が圧縮条件下で閉合する ことにより,岩盤の剛性が増加することは一般的に知 られており,実験的にも確認されている事実である^{2),3)}

図-1に示すように, 亀裂を含まない健全な岩石部分 は初期剛性は大きいが変位の増加に伴う荷重の増加の 割合にほとんど変化は認められないのに対し, 亀裂を 含む岩石は,初期剛性は小さいが変位の増加に伴う荷 重の増加が大きく, 剛性が変位レベルに応じて変化し ていることがわかる.この現象は亀裂の凹凸がかみ合 うことによって抵抗力を増し,凹凸がつぶれるか滑り による乗り越えが起こるまでは,見かけの剛性は増加 していくと理解することができる.この剛性の上昇程 度は亀裂の形状や状態,さらには健全な岩石部分の変 形強度特性などの要因が関係している.しかし,これ らのすべての要因を詳細に表してモデルを構築するこ とは困難であり,これら要因が絡み合った応答の結果 として得られる応力ひずみ関係を数学モデルとして定 式化することが現実的である^{2),4),5)}.

さて,そのようにして構築するモデルはパラメータ の数が出来るだけ少なく,それらを決定する方法が簡 単で明確でなければ実務への適用は難しい.そこで,本 研究では,亀裂とその周辺の基質部を含んだ薄い部分 を連続体弱層に置き換えてモデル化することを考える. その際,その弱層モデルは亀裂がかみ合うことによる 剛性の上昇を表現できるものとし,それを割線弾性係 数で表現することする.また,モデルのパラメータに は,亀裂を含んだ部分の特性値で決定方法が明確であ る初期の割線弾性係数と最終的な弾性係数を用いる.

亀裂を含めた弱層の割線弾性係数を E* として, 亀裂 のかみ合わせによるその上昇を考慮した応力ひずみ関 係式を次のように提案する.まず,線形弾性体のそれ と類似の式を考える.

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \tag{1}$$

$$D_{ijkl} = \frac{E^* \cdot \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \delta_{kl}$$

$$E^* \tag{2}$$

$$+ \frac{E^*}{2(1+\nu)} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} \right)$$

ここに, σ_{ij} , ε_{kl} は弱層の応力とひずみ, D_{ijkl} は弱層 の弾性係数テンソル, ν は弱層のポアソン比, δ_{ij} はク ロネッカーデルタである.ここで, 亀裂の閉合に伴う 亀裂周辺の剛性上昇を表現するために,式中の割線弾 性係数 (E^*)を, 亀裂の閉合の程度と関係する弱層の体 積ひずみ $e_v^* = \frac{\Delta V}{V}$ の関数として次のように表す.

$$E^{*}(e_{v}^{*}) = E_{0} + E_{\alpha} \times (1 - \exp(-\beta [e_{v}^{*}]^{n}))$$
$$[e_{v}^{*}] = \frac{1}{2}(|e_{v}^{*}| - e_{v}^{*}) = \begin{cases} 0 & (e_{v}^{*} > 0) \\ e_{v}^{*} & (e_{v}^{*} \le 0) \end{cases}$$
(3)

(3) 式に見るとおり, $[e_v^*]$ は引張側では0であり, 圧縮 変形が生じるときのかみ合わせ効果だけを考慮している.式(3)において

$$\lim_{e^* \to 0} E^*(e_v^*) = E^*(0) = E_0 \tag{4}$$

$$\lim_{e^* \to \infty} E^*(e_v^*) = E_\infty = E_0 + E_\alpha \tag{5}$$

が成立することから明らかなように, E_0 は $e_v^* = 0$ の時の初期割線弾性係数, E_α は $e_v^* \to \infty$ において漸近する最大割線弾性係数 E_∞ に関係するパラメータである. E_∞ は基質部の弾性係数 E_I と等しくなると考えら



れるので,

$$E_{\alpha} = E_I - E_0 \tag{6}$$

である.また, $\beta \ge n$ は,弱層の割線弾性係数 E^* が E_0 から E^*_{max} ($\Rightarrow E_I$)まで変化する様子を支配するパラ メータである.これらのパラメータによって,亀裂の 形状や状態に応じたかみ合わせ効果の程度を表現する.

(2) 実験結果に基づくパラメータの設定方法

弱層モデルのパラメータの決定には, 亀裂を含んだ 供試体と亀裂を含まない供試体の一軸圧縮試験におけ る応力ひずみ関係を用いる.それらの差から亀裂を含 んだ弱層部の応力ひずみ関係を定義し,それを基に逆 解析的に亀裂弱層モデルのパラメータを決定する.以 下にその一連の流れについて述べる.

図-2上に示すように, 亀裂を含んだ弱層部の荷重変 位関係は, 亀裂を含んだ供試体の変位と亀裂を含まな い供試体の変位の差として抽出される.ここで,解析に 用いる有限要素分割に応じて弱層の厚さを d としてモ デル化することに決めれば,変位を d で除して(図-2) 下に示すような弱層モデルが表現すべき一軸応力ひず み関係が得られる.

また,亀裂を含む弱層部は,亀裂が完全に密着する までは圧縮に伴う横方向の変形は小さいと考えられる ことから,弱層モデルのポアソン比はゼロとして良い. したがって,一軸ひずみがそのまま体積ひずみを表す. こうしてモデル化すべき弱層部の応力ひずみ (体積ひず み) 曲線が得られたら,まず,曲線の初期の傾きを読み 取ることで初期割線弾性係数 E_0 が与えられる.また, それを基質部の弾性係数を E_I から引くことで, E_α は

$$E_{\alpha} = E_I - E_0 \tag{7}$$

と定まる.

 $\beta \ge n$ は E^* の変化を表すパラメータなので,曲線 の特徴を表す点に注目して定めるのがよい.ここでは, 曲率が最も大きくなる点のひずみ $e_1^* \ge ,$ 接線の傾きが 一定になり始める点のひずみ e_2^* を選ぶ.それぞれの点 における割線の傾き $E^*(e_1^*) \ge E^*(e_2^*)$ を読み取って式 (3) に代入すれば $\beta \ge n$ に関する連立方程式を得る.そ の解として $\beta \ge n$ が次式で定まる.

$$n = \log_{\frac{e_1}{e_2^*}} \frac{\log_e \left\{ (E_I - E^*(e_1^*)) / E_\alpha \right\}}{\log_e \left\{ (E_I - E^*(e_2^*)) / E_\alpha \right\}}$$
(8)

$$\beta = -\frac{1}{(e_1^*)^n} \log_e \left\{ 1 - \frac{E^*(e_1^*) - E_0}{E_\alpha} \right\}$$
(9)

3. 亀裂進展解析への適用

ここでは, 弱層モデルの応用の一つとして, 開口亀 裂を1本配した石膏供試体の亀裂の進展解析の例を示 す.この適用例を示す狙いは, 亀裂の開閉による剛性変 化という支配的なメカニズムを的確に表現したことに より, シンプルなモデルではあるが,本研究の弱層モ デルが,近い将来において亀裂の進展解析にも適用で きる十分な可能性を有していることを示すことにある.

(1) 開口亀裂を1本配した石膏供試体の一軸圧縮試験

対象とした実験は,石膏による亀裂模型の一軸圧 縮試験であり,載荷に伴って供試体内から発生する AE(Acoustic Emission)を計測していることが特徴であ る.AEの計測の目的はAE発生時期と載荷応力との関 係を把握することにある.供試体は四角柱であり,中 央には長さ20mm,幅0.8mmの開口亀裂を配し,亀裂 の角度を水平から時計回りに22.5°,45°,67.5°と変化 させ,角度毎に3つの供試体を作製した.開口亀裂は, 石膏打設時配したステンレス製の板を乾燥後に引き抜 くことで作製した.

亀裂角度 22.5°の実験結果を図-3に示す.いずれの 供試体においても,載荷に伴うひび割れは亀裂の先端 内側から発生し,亀裂にほぼ垂直な方向(載荷方向)に 進展した.目視で確認できるひび割れは,AEがはじめ て急増した点(以下では初期破壊と呼ぶ)とほぼ同時 に発生しており,初期破壊発生時の応力(以下では実験 の初期破壊応力と称す)は3つの供試体で3.60,3.65, 3.28MPa であり,ピーク時の応力の約30% である.

また, 亀裂の角度の違いによってひび割れの発生位置



やひび割れ進展の速度に変化が認められた.例えば,亀 裂角度67.5のひび割れ発生位置は,22.5°や45°の場合 と異なり,開口亀裂の先端であった.また,角度22.5° ではひび割れの確認と同時にある程度の長さを持った ひび割れが発生していたのに対し角度45°では初めて ひび割れを確認した時のものは非常に小さいが,載荷 とともに徐々に進展していく様子が確認できた.

(2) 弱層モデルによる亀裂進展解析

弱層モデルを用いた亀裂進展解析では,亀裂を含ん だ弱層部が進展する様子を追跡する.荷重あるいは強 制変位の漸増に伴って,基質部の材料における要素内 応力 σ_{ij}^e が材料の破壊規準を満たした時,その要素内に 亀裂が発生するとしてその要素を弱層モデルに置き換 えるという操作を行う.その際,石膏材料の破壊規準 $f(\sigma_{ij}^e) \ge 0$ にはDrucker-Prager型のものを用いる.こ の亀裂進展解析のアルゴリズムは図-4に示すように, 構造全体についてのつり合い式を解くNewton-Raphson 法による繰り返し計算と,各要素における破壊の有無 を調べて亀裂進展に対応した弱層の進展を判定する部 分から成る.手順を以下に示す.

- (a) 構造物がつり合い状態にある荷重ステップ n 終了
 時から,次の荷重ステップ n+1の載荷を行う.増
 分荷重に対し,Newton-Raphson法の繰り返し計算
 によって,つり合い式を解いて各要素の応力 σ^e_{ij} を
 得る.
- (b) 各要素毎の破壊発生の有無を破壊規準 f(σ^e_{ij})によっ て調べる.その際,要素の破壊の程度を示す荷重 倍率 β* を用いる.このとき,本解析では次のよう



図-4 連続体弱層モデルによる破壊進展解析のアルゴリズム

な指標
$$\beta^* \in \mathcal{F}$$
用いる .

$$\beta^* = \frac{K}{\alpha \sigma_{kk}^e + \sqrt{\frac{1}{2}} s_{ij}^e s_{ij}^e}$$

$$\begin{cases} \text{if } 1 \ge \beta^* \ge 0 \quad \text{then } f(\sigma_{ij}^e) \ge 0 \quad (\text{break}) \\ & \text{else } f(\sigma_{ij}^e) < 0 \quad (\text{not break}) \end{cases}$$

$$(10)$$

 $1 \ge \beta^* \ge 0$ ならば要素が破壊していると判定する.

- (c) 指標 β^* が破壊条件 $1 \ge \beta^* \ge 0$ を満たした要素を 弱層に置き換える.このとき,破壊と判定された要 素を全て弱層に置き換えることはせず, $1 \ge \beta^* \ge 0$ を満たした全ての要素の中で,最も β^* が小さい要 素を弱層と置き換える.これは,メッシュのサイ ズによっては,一度に亀裂が大幅に進展するよう な破壊進展が生じることがあり,この頻発を避け 亀裂の進展を慎重に追いかけるためである.
- (d) 破壊した要素を弱層に置き換えたら、その新しい 要素の構成のまま再び元の荷重ステップ n 終了時 のつり合い状態,すなわち,手順1に戻り,改め て荷重ステップ n+1のつり合い問題を解く.
- (e) 手順 (a)~(d) を繰り返して,弱層への置き換えを するたびにつり合い状態を更新する.全ての要素 に破壊が生じることがなければ,次の荷重ステッ プ n+2へ進む.

表-1 解析用物性值

基質部		E	ν	С	ϕ
		3040	0.12	2.05	56.3
弱層	厚さ(mm)	E_0	E_{α}	n	eta
	0.50	12.3	3028	4.96	0.16×10^{2}

弾性係数及び C の単位 (MPa)



図-5 連続体弱層モデルによる破壊進展解析の解析モデル

(3) 石膏供試体一軸圧縮試験の解析

円柱供試体により求めた石膏(基質部)の力学特性 を表-1に示す.同表に示す弱層のパラメータは,本実 験で用いた石膏と同等の材料特性を示す実験結果³⁾を 参考に決定した.解析モデルは図-5に示すように,幅 70mm,高さ140mmの供試体を140×280要素に分割し たものを用いた.1要素の大きさに関連する分割数は, 弱層の厚さを0.5mmとしてパラメータを設定したこと に基づいている.

解析は亀裂角度 22.5°, 45°, 67.5°の 3 ケースについ て行った.図-6に,代表例として亀裂角度が 22.5°の 場合の応力-垂直ひずみ関係および弱層の進展の様子を 示す.ここで応力とは垂直応力を示し,垂直ひずみは 全要素の垂直ひずみの平均値をとった値である.また, 「総弱層進展長さ L_d 」を式(11)で定義し, L_d と垂直応 力との関係を角度ごとに比較したものを図-7に示す.

 $L_d = \sum ($ 総弱層進展要素数 $) \times 要素長 (0.5 \text{mm})$ (11)

図-6に示すように, 亀裂角度が 22.5°の場合には新たな弱層は開口亀裂先端の内側で亀裂と直交方向に発生しており,その際の垂直応力(以下では計算の初期破壊応力と称す)は1.1MPaであった.亀裂角度が 45°の場合にもほぼ同様な傾向であったのに対し,67.5°の





場合には亀裂の先端から発生しており,計算の初期破 壊応力は2.6MPaと大きい.このように亀裂角度によっ て弱層の発生位置やその際の計算の初期破壊応力に違 いが生じている.

また,図-7より,弱層の進展する速さについては,角 度 22.5°では弱層進展が初めて生じた 1.1MPa 付近では L_d が 10mm 程度の瞬間的な進展が生じているのに対し, 角度 45°では初期の 1.2MPa 付近の L_d は 1 ~ 2mm 程度 とほとんど進展せず,その後のほぼ一定速度で進展し てる.それらに比べて,角度 67.5°では荷重方向への弱 層進展は極めて緩やかであり,4MPa 付近で急激に弱層 の進展が起こっていることがわかる.このように計算 結果は,亀裂角度によって弱層の進展速度に違いがあ



図-8 **亀**裂進展の様子

ることを示している.

図-8に実験と解析による亀裂進展の様子を示す. 亀 裂角度 22.5°の供試体のひび割れの発生は,実験では 開口亀裂先端の内側で発生しているのに対し,解析結 果でも開口亀裂先端の内側から弱層進展が発生してい る.さらに,亀裂の進展に関しても,実験・解析ともに 亀裂とほぼ垂直の荷重方向に亀裂が進展しており,解 析結果は実験結果をよく表現できていることがわかる. 亀裂角度が 45°の場合にも,ひび割れの発生位置およ び進展方向については実験と解析はよく一致している. 亀裂角度が 67.5°については,亀裂周辺の弱層進展は, 実験では確認できなかったのに対し,計算では初期破 壊直後に亀裂先端でわずかに進展した程度であり,傾 向は捉えている.これらのことから,本解析モデルで 弱層の進展を表現できると考えられる.

ひび割れの進展について,亀裂角度22.5°は,はじめ て認められたひび割れがある程度の長さを持つという 実験結果と,図-7に示した弱層の発生と同時に10mm 程度の瞬間的な進展が生じているという計算結果は整 合している.また,亀裂角度45°では,発生時のひび



割れは非常に小さく,載荷とともに徐々に進展してい くという実験結果に対し,解析でも初期のひび割れで はほとんど進展せず,その後はほぼ一定速度で進展す る結果を示している.以上より,解析は亀裂角度によ るひび割れの進展の違いを表現できる可能性がある.

解析において荷重方向の弱層進展がある程度進んだ安 定的な状態は実験における応力ひずみ曲線から読み取っ た初期降伏と対応している可能性がある.そこで,解 析の荷重垂直方向の弱層進展が発生した応力(図-6の 「最終状態」の応力)を解析の初期降伏応力として,実 験の初期降伏応力と比較した図を図-9に示す.

図より,解析結果は実験結果よりも小さい値を示し ているが,実験,解析ともに角度の増加に伴い初期降 伏応力が大きくなる傾向を示している.解析結果が小 さい値を示した一要因として,解析では一つの要素で 圧縮性の破壊が発生した際の応力を示していることが 挙げられる.実験では亀裂がある程度の長さにまで進 行して構造全体の剛性を低下させ始めた時点が初期降 伏であるため,初期降伏値は解析よりも大きな値となっ ていると考えられる.この点を精査することにより,亀 裂進展の様子を基にして構造全体に対するの初期降伏 あるいは破壊を予測評価するための指標を与えられる 可能性がある.

4. 結論

本研究で得られた知見を以下にまとめる.

- (a) 亀裂の閉合挙動をモデル化するに当たってモデル が備えているべき条件を整理し、それを満たすも のとして、亀裂を含んだ連続体の割線弾性係数を 指数関数で表現する弱層モデルを提示し、パラメー タを実験に基づいて設定する方法を提示した。
- (b) 弱層モデルを亀裂進展解析へ適用し,単一開口亀 裂供試体の載荷試験の計算を行った.実験による 初期のひび割れの発生する位置,方向および進展 する速さと,計算による亀裂進展はよく一致し,亀 裂が進展の様子を表現できるこを示した.さらに, 計算による初期降伏強度は実験値に比べて小さめ に評価されるが,亀裂の角度による強度の大小関 係を定性的に評価できることを確認した.

今後は,提案モデルのパラメータをせん断試験に基 づいて設定する方法を検討するとともに,均質化法に よる岩盤物性評価法へ適用し,評価精度の向上を図る. 謝辞: FEM解析ならびに室内実験においては,東北 大学旧大学院生の神部匡毅氏ならびに若生和則氏に多 大なるご協力を頂いた.ここに記して感謝します.

参考文献

- 京谷孝史,寺田賢二郎,欧陽立珠:岩石の力学特性と不 連続面画像情報による岩盤の変形強度特性評価,土木学 会論文集, No.631/III-48, pp.131-150, 1999.
- S.C.Bandis: Fundamentals of Rocd Joint Deformation , J Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. vol.20, No.6, pp.249-268, 1983.
- 3) 安原英明,岸田潔,藤井浩司,足立紀尚:応力比一定下で の不連続面の変形特性,第29回岩盤力学に関するシン ポジウム講演論文集,pp.146-150,1999.
- 4) S.R.Brown, C.H.Scholz: Closure of Rock Joints. J. of Geophysical Research, Vol.91, No.5, pp.4939-4948, 1986.
- 5) 蒋宇静,中川光雄,江崎哲郎:岩盤不連続体解析に必要 とする不連続面の挙動特性の評価法,土木学会論文集, No.624/III-47, pp.231-243, 1999.
- 6) Goodman R.E.: Methods of geologocal Engineering in Discontinuous Rock, West publishing company, 1976.(赤井浩一,川本 八万,大西有三共訳:不連続性岩盤の地質工学,森北出版社,1978)

ANALYSIS OF CRACK PROPAGATION USING A WEAK LAYER CONSTITUTIVE MODEL.

Hiroaki KOBAYAKAWA and Takashi KYOYA

The strength of rock mass is strongly affected by the mechanical behavior of cracks, such as closing, opening and sliding. In this study, in order to predict the rock mass strength a constitutive model that describes the mechanical behavior of a single crack, treating it as a continuum weak layer, is proposed. Propagation of a single crack is simulated, and the performance of the proposed weak layer model is examined.