

# トランジェントパルス法の一般化理論とその 室内透水試験への適用

加藤 昌治<sup>1</sup>・山田 淳司<sup>2</sup>・高橋 学<sup>3</sup>・金子 勝比古<sup>4</sup>

<sup>1</sup>北海道大学大学院 工学研究科環境フィールド工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

E-mail:kato@geo-er.eng.hokudai.ac.jp

<sup>2</sup>北海道大学大学院 工学研究科環境フィールド工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>3</sup>正会員 産業技術総合研究所 深部地質環境研究センター (〒305-8567 つくば市東1-1-1中央第7)

<sup>4</sup>正会員 北海道大学大学院 工学研究科環境フィールド工学専攻 (〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目)

低透水性岩石の水理特性を実験的に評価する場合には、試験時間の短縮を考えるとトランジェントパルス法が有用である。このとき、従来の理論では考慮されていなかった供試体の上流・下流間での間隙水の移動を伴わない圧力伝播も実験では起こりうる。一方、トランジェントパルス試験の準備段階として、セパレートバルブを閉めることにより、上流・下流両側に圧力パルスを与える現象も起きている。そこで、本研究では、従来の理論をも包含した形でトランジェントパルス法の理論を一般化し、厳密な解析解を導出した。そして、この一般化理論を従来のトランジェントパルス試験ならびに本論文で提案するセパレーティングパルス試験に対して適用し、その有効性を確認した。

**Key Words :** permeability test, transient pulse method, laboratory measurement, hydraulic conductivity, rock

## 1. はじめに

高レベル放射性廃棄物の地下処分においては、岩盤や遮水材の長期間に渡る遮水性の評価が重要である。このとき、対象となるのは低透水性の岩石や材料であり、これらの透水性評価は欠かせない。低透水性材料の水理特性を実験的に評価する場合には、試験時間を短縮するために、トランジェントパルス透水試験を実施することが多い。

トランジェントパルス試験において、供試体の水理定数(透水係数と比貯留率)を精度よく評価したい場合には、岩石試料の両端に接続されている二つの貯留槽の圧縮貯留量を独立に精度よく求めておかなければならない。しかし、流体移動がないように二つの貯留槽を完全に分離していたとしても、供試体の片方に設置されている貯留槽の圧力変化が、流体の移動を伴わずに、差圧計のダイヤフラムを介してもう片方に伝播するという現象が実験中に確認された。

そこで、本研究では、上記のような圧力伝播も考慮に入れて、従来の理論をも包含した形でトランジェントパルス法の理論を一般化し、厳密な解析解を導出した。そ

して、この一般化理論を従来のトランジェントパルス試験ならびに本論文で提案するセパレーティングパルス試験に対して適用し、その有効性を確認した。本論では、これらのことについて報告する。

## 2. 従来のトランジェントパルス法の理論

トランジェントパルス法は、高封圧・高間隙圧条件下において低透水性の岩石の透水性を評価するために Brace et al.<sup>1)</sup>が考案した透水試験手法である。この論文で、実験手法と近似解が初めて提示されている。その後、Hsieh et al.<sup>2)</sup>がその厳密解を導き、さらには図解法<sup>3)</sup>も提案している。

本節では、ここまでの流れ、すなわち、従来のトランジェントパルス法の理論について述べる。なお、本研究では、飽和多孔体内の一次元浸透流だけを対象としている。

### (1) 支配方程式と境界条件

一次元浸透流に関する水頭拡散方程式は、次のよう

な熱伝導方程式型の偏微分方程式で与えられる。

$$K \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - S' \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $h$ は水理水頭 (m) であり、一次元空間座標 $x$ と時間 $t$ の関数である。そして、 $K$ が透水係数 (m/s)、 $S'$ が比貯留率 (1/m) である。

供試体の下流側端面の位置を $x=0$ 、上流側端面の位置を $x=l$ とすると、初期条件と境界条件は以下のように表わされる。

$$\text{初期条件:} \quad h(x, 0) = 0 \quad (0 < x < l) \quad (2)$$

$$h_d(0) = 0 \quad (3)$$

$$h_u(0) = H \quad (4)$$

$$\text{境界条件:} \quad h(0, t) = h_d(t) \quad (t > 0) \quad (5)$$

$$KA \left[ \frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x=0} - S_d \frac{dh_d}{dt} = 0 \quad (t > 0) \quad (6)$$

$$h(l, t) = h_u(t) \quad (t > 0) \quad (7)$$

$$KA \left[ \frac{\partial h}{\partial x} \right]_{x=l} + S_u \frac{dh_u}{dt} = 0 \quad (t > 0) \quad (8)$$

ここで、 $h_d$ および $h_u$ は、それぞれ下流側貯留槽内の水頭および上流側貯留槽内の水頭を表わす。また、 $S_d$ と $S_u$ は、それぞれ下流側貯留槽の圧縮貯留量 (m<sup>2</sup>) および上流側貯留槽の圧縮貯留量 (m<sup>2</sup>) である。

## (2) 解析解

式(2)～(8)に示した初期・境界条件で式(1)を解くと、厳密な解析解は次式のように求められる<sup>2)</sup>。

$$\frac{h(x, t)}{H} = \frac{1}{1 + \beta + \gamma} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp(-\alpha \phi_m^2) \left\{ \cos \phi_m \xi - \frac{\gamma \phi_m}{\beta} \sin \phi_m \xi \right\}}{\left( 1 + \beta + \gamma - \frac{\gamma \phi_m^2}{\beta} \right) \cos \phi_m - \phi_m \left( 1 + \gamma + \frac{2\gamma}{\beta} \right) \sin \phi_m} \quad (9)$$

ただし、

$$\alpha = \frac{Kt}{S'l^2}, \quad \beta = \frac{S'dl}{S_u}, \quad \gamma = \frac{S_d}{S_u} \quad (10)$$

であり、 $\phi_m$ は次の非線形方程式の正の根である。

$$\tan \phi = \frac{(1 + \gamma)\phi}{\frac{\gamma \phi^2}{\beta} - \beta} \quad (11)$$

水頭増加を仮定せずに理論を構築しているからである。

## (1) 初期条件の一般化表現

理論を一般化するために、式(2)～(4)に示した初期条件を下記のように一般化することができる。

$$\text{初期条件:} \quad h(x, 0) = f(x) \quad (0 < x < l) \quad (12)$$

$$h_d(0) = H_d \quad (13)$$

$$h_u(0) = H_u \quad (14)$$

## 3. トランジェントパルス法の一般化理論

本節では、本研究の主題でもあるトランジェントパルス法の一般化理論について述べたい。ここで、「一般化」と言っているのは、これまでのトランジェントパルス法では、初期条件として一様な水頭分布状態において上流側に瞬時に水頭増加が与えられることを仮定しているが、本研究では、一様な初期水頭分布や上流側だけの

ここで、 $f(x)$ は試験開始時 ( $t=0$ ) における供試体内の初期水頭分布である。さらに、 $H_d$ と $H_u$ はそれぞれ、 $t=0$ において下流側および上流側に与えられる瞬時の水頭増加である。

## (2) 解析解

式(12)～(14)で表わされる初期条件と式(5)～(8)で表わされる境界条件を考慮して式(1)を解けば、煩雑ではあ

るが一般化された初期条件に対応した解析解が導かれる。しかし、本論文では、解析解の実用性も考え、実際の実験データの解析にも使用できるように、以下のような条件を付加して簡単化をおこない、厳密解を導出する。

初期水頭分布については、実際の実験では供試体の内部まで圧力を計測することができないため、われわれは知りえない。そのため、式(12)のままでは扱いにくい。そこで、一般化とは逆行することになるが、ここでは、初期水頭分布だけを式(2)に戻すことにする。室内試験を実施する際には、この初期条件を満たすよう、すなわち初期水頭分布が一樣になるように十分注意して実験をおこなっている。

式(13)と(14)で表わされているパルス水頭に関しては、次のように書き換える。

$$h_d(0) = \varepsilon H \quad (15)$$

$$h_u(0) = H \quad (16)$$

$$\frac{h(x,t)}{H} = \frac{\varepsilon\gamma + 1}{1 + \beta + \gamma} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp(-\alpha\phi_m^2) \left\{ \left( 1 + \varepsilon\gamma \cos \phi_m - \frac{\varepsilon\gamma\phi_m}{\beta} \sin \phi_m \right) \cos \phi_m \xi - \frac{\gamma}{\beta} (\phi_m - \varepsilon\phi_m \cos \phi_m - \varepsilon\beta \sin \phi_m) \sin \phi_m \xi \right\}}{\left( 1 + \beta + \gamma - \frac{\gamma\phi_m^2}{\beta} \right) \cos \phi_m - \phi_m \left( 1 + \gamma + \frac{2\gamma}{\beta} \right) \sin \phi_m} \quad (18)$$

ここで、 $\varepsilon$  以外の記号は式(9)と同じである。

式(18)において、 $\varepsilon=0$  とすれば、下流側のパルス水頭が0ということになり、式(9)とまったく同一の式となる。また、 $\varepsilon=1$  とすれば、上流側と下流側のパルス水頭が等しいことを意味するので、差圧には変化が現われないものの、等方圧密試験の逆の現象が観察される。この等方圧密試験の逆現象によって岩石の水利定数を評価する方法は加藤ら<sup>9)</sup>が既に報告している。

### (3) 従来の理論と一般化理論との比較

一般化理論と従来の理論との相違について考えるため、これら二つの理論解から計算される供試体内の水頭分布および感度係数の挙動を比較してみよう。水頭分布については図1に、感度係数については図2に示す。ここで、供試体の高さは5 cm、直径5 cm、透水係数 $K=5 \times 10^{-12}$  m/s、比貯留率 $S=10^{-6}$  m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>、 $S_0=5 \times 10^{-10}$  m<sup>2</sup>、 $S_0=5 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>としている。さらに、一般化理論を考えるときだけ、 $\varepsilon=0.5$  を仮定している。ただし、ここでは、二つの理論解の相違を際立たせるために、供試体としては低透水性のものを想

ここで、 $\varepsilon$  は、下流側のパルス水頭と上流側のそれとの比を意味する。すなわち、

$$\varepsilon = \frac{H_d}{H_u} \quad (17)$$

である。常に、上流側のパルス水頭が下流側のそれより大きいと仮定すると、 $\varepsilon$  は0から1の間にあることになる。

このように、比例定数 $\varepsilon$ を導入した理由は、次節で明らかになるが、実際の実験では装置の構成を変えなければパルス水頭の大きさに依存せず $\varepsilon$ が一定となっている場合があり、 $\varepsilon$ を導入すると便利だからである。なお、 $\varepsilon$ がパルス水頭に依存するような場合には、試験ごとに $\varepsilon$ を定めてやれば問題はない。

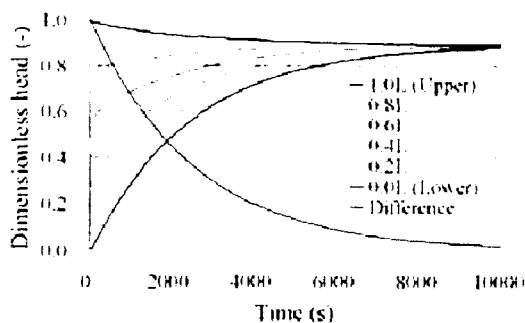
初期条件(式(2)、(15)、(16))と境界条件(式(5)～(8))を考慮して、ラプラス変換法により微分方程式(1)を解くと、供試体内の水頭分布の厳密解は次のように求まる。

定し、下流側貯留槽と上流側貯留槽との圧縮貯留量の比 $\gamma$ は0.1としている。

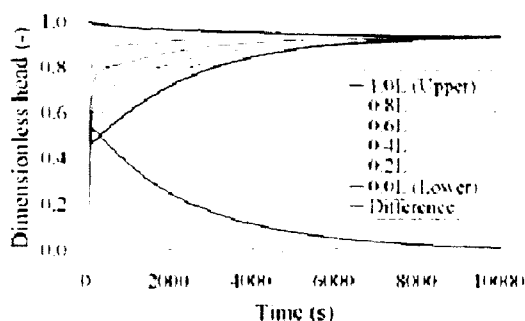
まず、もっとも顕著な違いは、 $t=0$  において、上流側貯留槽にパルス水頭を与えたときに、従来の理論では初期水頭差がパルス水頭と等しかったが、一般化理論ではそうはならないことである。これは、一般化理論では、下流側のパルス水頭を考慮しているためで、当然のことと言える。

水頭分布に関してもう一つ言えることは、従来の理論解では水頭差は単調減少するが、一般化理論ではそうなるとはかぎらないということである。図1(b)に示されているように、実験開始直後、下流側貯留槽での水頭が最初に減衰するために、その影響で水頭差としては最初に増加する挙動が見てとれる。

一方、図2に示した感度係数についてみると、一般化理論のほうが従来の理論に比べて $\varepsilon$  ( $\leq 1$ ) 倍の水頭差となっているため、透水係数に関しては、それだけ感度が落ちているということがわかる。比貯留率に関しては、

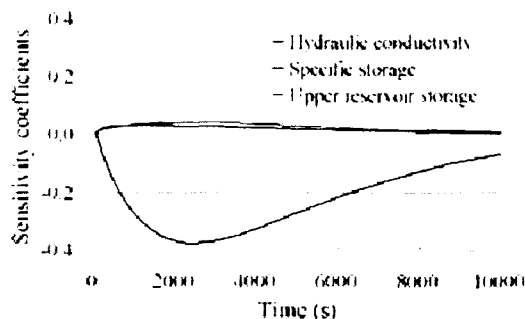


(a) 従来の理論

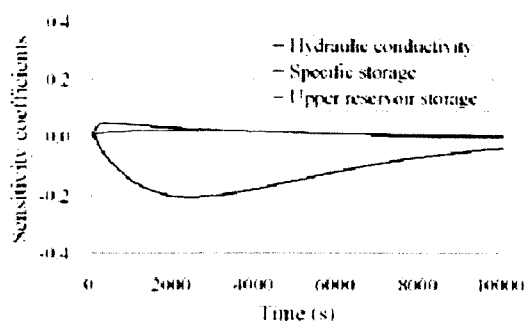


(b) 一般化理論

図-1 供試体内の水頭分布の経時変化



(a) 従来の理論



(b) 一般化理論

図-2 水理定数の感度係数

実験開始直後の挙動に違いが現れている。

なお、ここでは、水頭分布の挙動に大きく違いの見えるものを示したが、供試体の透水性が高かったり、下流側貯留槽の圧縮貯留量が上流側貯留槽のそれに比べて大きかったりする場合には、パルス水頭が $\varepsilon$ 倍になっているほかは顕著な違いは見い出せない。

#### 4. 適用例

本研究で導出した理論式の適用例として、以下の二つの場合を取り上げる。ひとつは、従来のトランジェントパルス透水試験で得られた実験データの解析に一般化理論式を適用したもので、もうひとつは、透水試験の準備段階として上流側と下流側の間隙水ラインを切り離す操作のときに得られたデータに対して適用したものである。以下では、前者を「従来のトランジェントパルス法」と呼び、後者を「セパレーティングパルス法」と名づける。

本研究では2種類の実験装置が使用されており、山田ら<sup>5)</sup>と加藤ら<sup>4)</sup>の実験で使用されたものと同じである。なお、実験データの解析には、厳密解に基づいた非線形最小二乗法を適用した。

##### (1) トランジェントパルス試験

トランジェントパルス透水試験では、通常、高精度の差圧計を使用する。本研究で使用している高ライン圧用の差圧計 (Validyne社製DP363-40) では、差圧の変化はダイヤフラム (金属製の仕切板) の変形から検出される。このダイヤフラムは、片方の面に対する圧力の増大があったときに、極端に言えば、圧力の高いほうがへこむように、逆に反対側の面は膨らむように変形する。そのため、上流側にだけ圧力をかけたつもりでいても、差圧計のダイヤフラムの変形で、実は下流側にまで圧力の上昇が起こっていることがある。この現象は、まさに、一般化理論の初期条件と一致する。

ここでは、白浜砂岩を供試体としてトランジェントパルス透水試験を実施した結果に対して一般化理論を適用する。実験装置は山田ら<sup>5)</sup>で使用されているものと同じである。この装置において、上流側と下流側にそれぞれ設置されている貯留槽の圧縮貯留量を独立に測定した。さらに、上流側に与えた圧力が差圧計のダイヤフラムを介して下流側の圧力にどのくらい影響を与えるのかを実験的に評価した。その結果を図3に示す。横軸に差圧計の読み値をとり、縦軸には上流側と下流側の圧力の値をとっている。この結果から、 $\varepsilon = 0.65$ が得られた。

一般化理論の適用結果の一例として、封圧が2 MPa、間隙圧が1 MPaの条件下において、24 kPaのパルス圧力を負荷したパルス試験の結果を解析したものを以下に示す。図4には、実験で得られた水頭差を規格化して示した。

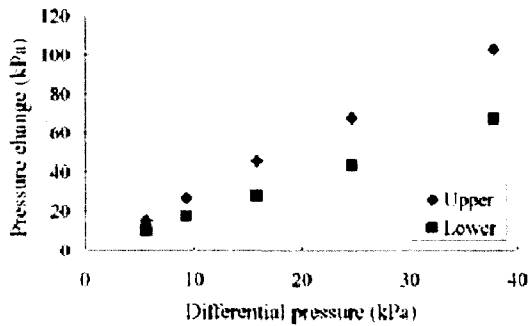


図-3 上流-下流間の圧力伝播

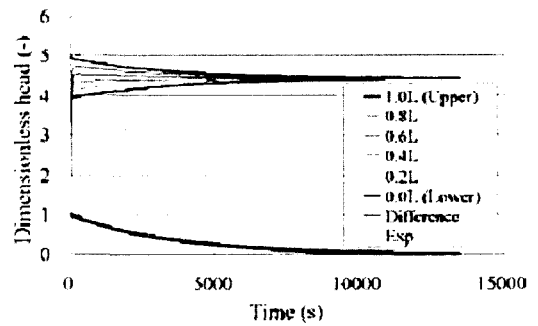


図-5 セパレーティングパルス試験の結果

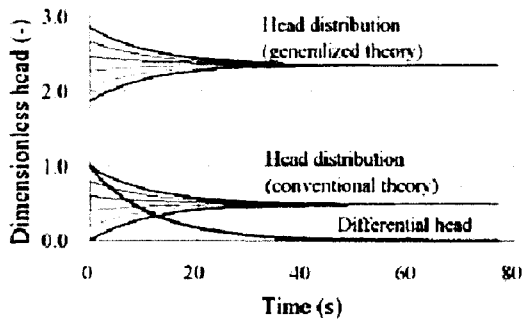


図-4 トランジェントパルス試験の結果

なお、実験では差圧を計測しているが、それを水頭に換算してから無次元化している。あわせて、水頭差の理論曲線と供試体内の水頭分布の経時変化の理論曲線も描いてある。この図から、水頭差の実験データと理論曲線とがよい一致を示していることがわかる。水頭分布の理論曲線に関しては、一般化理論を適用したものが図の上側に描かれており、従来の理論で得られた水頭分布の経時変化が下側に描かれている。それらの違いは明らかである。従来の理論では $\varepsilon$ を考慮していないので（すなわち、 $\varepsilon=0$ ）、パルス水頭と上流側の初期水頭の一致が見てとれる。ただし、水頭分布には明らかな違いがあるものの、データ解析で得られた供試体の水理定数（ $K=3.0 \times 10^{-10}$  m/s,  $S=4.3 \times 10^{-8}$  m<sup>3</sup>）には、供試体の透水性が高いため、一般化理論と従来の理論において違いはみられなかった。

## (2) セパレーティングパルス試験

本研究で使用している透水試験装置には、超高压用ニードルバルブ（Sno-Trik社製SS-445-FP）が用いられている。このバルブは、全開時に0.377 mLのデッドスペースをもち、バルブを閉め切るときには、決まった方向へ（片方のポートへ）流体が押し出されるような設計になっている。そのため、バルブを閉めるときにハンドルを

回していく操作をすると、最初はデッドスペースから両方のポートへ均等に流体が押し出されていき、最終的に閉め切る瞬間には、決まった方向にだけ流体を押し出すことになる。すなわち、最初はバルブ両側の流体圧を上昇させていき、閉め切る瞬間にはさらに決まったほうのポートの流体圧を増加させるということになる。

この現象は、トランジェントパルス透水試験などの準備段階として、上流側と下流側の間隙水ラインを切り離す操作のときに現われる。これは、まさに、本論文で提示している一般化理論の境界における初期条件にふさわしいものである。本論文では、このバルブを閉め切る操作をひとつの透水試験法として取り上げ、「セパレーティングパルス法」と呼ぶことにする。

ここでは、加藤ら<sup>4)</sup>の実験装置を利用し、稲田花崗岩を供試体として実施したセパレーティングパルス試験の結果に対して一般化理論を適用した例を示したい。圧力条件は、封圧4 MPa、間隙圧1 MPa、パルス圧0.26 kPaである。ただし、本装置に関しては正確に $\varepsilon$ の値を評価していないため、ここでは $\varepsilon=0.8$ を仮定している。実験で得られた水頭差の減衰データと解析で得られた水頭分布および水頭差の理論曲線を図5に示す。この図から、図4と同様に、水頭差の実験データと理論曲線とがよい一致を示していることがわかる。ここで得られた水理定数は、 $K=1.1 \times 10^{-11}$  m/s,  $S'=4.0 \times 10^{-6}$  m<sup>3</sup>であった。なお、比貯留率に関しては、本実験の性質上、透水係数に比べて精度は低いと考えられる。

## 5. まとめ

トランジェントパルス試験において、供試体の水理定数を精度よく評価したい場合には、岩石試料の両端に接続されている二つの貯留槽の圧縮貯留量を独立に精度よく求めておかなければならない。それに加えて、流体移動がないように分離されている二つの貯留槽間において、

片方の貯留槽の圧力変化が、流体の移動を伴わずに、差圧計のダイヤフラムを介してもう片方に伝播するという事も考慮したい。そこで、本研究では、流体移動を伴わない圧力伝播も考慮に入れて、従来の理論をも包含した形でトランジェントパルス法の理論を一般化し、厳密な解析解を導出した。そして、この一般化理論を従来のトランジェントパルス試験ならびに本論文で提案したセパレーティングパルス試験に対して適用し、その有効性を確認した。すなわち、本論で示したトランジェントパルス法の一般化理論に基づけば、従来のトランジェントパルス透水試験における問題点の解決や新たな透水試験手法の提案が可能である。

#### 参考文献

- 1) Brace, W. F., Walsh, J. B., and Frangos, W. T. : Permeability of granite under high pressure, *J. Geophys. Res.*, Vol. 73, pp. 2225-2236, 1968.
- 2) Hsieh, P. A., Tracy, J. V., Neuzil, C. E., Bredehoeft, J. D., and Sillman, S. E. : A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of 'tight' rocks - I. theory, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 18, pp. 245-252, 1981.
- 3) Neuzil, C. E., Cooley, C., Sillman, S. E., Bredehoeft, J. D., and Hsieh, P. A. : A transient laboratory method for determining the hydraulic properties of 'tight' rocks - II. application, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 18, pp. 253-258, 1981.
- 4) 加藤昌治, 川村考史, 高橋学, 金子勝比古 : 静水圧下における含水飽和岩石の変形とそれに伴う間隙水量変化との関係, 平成 17 年度資源・素材学会春季大会講演集, (I) 資源編, 東京, pp. 119-120, 2005.
- 5) 山田淳司, 川村考史, 加藤昌治, 高橋学, 金子勝比古 : 試験手法に依存した岩石の透水試験結果の比較, 第 34 回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, 東京, pp.435-440, 2005.

## GENERALIZED THEORY OF TRANSIENT PULSE METHOD AND ITS APPLICATION TO LABORATORY MEASUREMENT OF ROCK PERMEABILITY

Masaji KATO, Atsushi YAMADA, Manabu TAKAHASHI, and Katsuhiko KANEKO

This paper presents the generalized theory of transient pulse method for experimentally determining hydraulic properties of rocks and its application to a couple of laboratory measurements. The theory is applicable to the traditional transient pulse method with hydraulic head increase at the lower reservoir accompanying head pulse at the upper one and also to the separating pulse method, which is proposed in the paper, utilizing the action of shutting the valve for separation between upstream and downstream lines. Examples of application show the validity of the generalized theory of the pulse method.