

3次元落石運動解析における 入力値の設定法に関する考察

西村 強¹・木山 英郎²・谷口 洋二³

¹正会員 鳥取大学工学部 土木工学科 (〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101)

E-mail:tnishi@cv.tottori-u.ac.jp

²正会員 鳥取大学工学部 土木工学科 (〒680-8552 鳥取市湖山町南4-101)

³正会員 サンイン技術コンサルタント (〒683-0037 米子市昭和町25-1)

落石の軌跡解析には多くのパラメーターを要する。これらのパラメーターの値の決定には不確実性を伴うが、それは、該当パラメーターが未知である、つまり、何らかの値を仮定せざるを得ない、あるいは、ランダム性を有しており、分布を有するものとして取り扱わねばならないことによる。運動解析手法にモンテカルロ法を併用して起こりうる軌跡を求める例が多いが、不確実性下の解析となるので、入力値の設定および(複数の入力パラメーターが存在する場合は)それらの組み合わせ方にも注意する必要がある。本研究では、ランダムサンプリング法に加え、ラテンハイパーキューブ法を導入して入力値の設定法について検討するとともに、3次元個別要素法により軌跡解析を実施した例について報告する。

Key Words : rockfall, three-dimensional analysis, DEM, probability, Monte-Carlo

1. はじめに

山地の多いわが国では、主要道路が山間部を縫うように走っている。脆い地盤が広く分布しているため、降雨や地震等により落石が発生し道路が寸断される、または通行車両に当たるなど重大な事故に至る場合がある。落石の軌跡を数値計算によって表現しようとする研究は今までにも多くの例がある¹⁾。それらの結果は、岩塊の到達距離や速度の予測に、そして、防護策を講じるとすれば、どの位置に、どの程度の規模で実施すべきかの決定に役立てられてきている。

不連続性岩盤斜面や斜面上に存在する岩塊の安定性は、多くの物理的および力学的因子に依存する。たとえば、落石の場合、岩塊の形状、斜面の傾斜、接触面の粗さ、あるいは、その面の挟在物などである。これらの素因に、降雨や地震などの誘因が加わって、崩壊あるいは落石が発生する。前述の防護策の計画を検討するとき、崩壊発生の予測とともに落下岩塊が道路や居住地域などに達する可能性の有無も重要な検討項目となる。岩塊が、一旦、運動を開始してしまえば、その運動形態は、岩塊の形状と斜面の状況、つまり、傾斜や微小起伏および表面の状態(植生など)の影響を受けることになる。これ

らの因子に関する情報を解析対象領域に網羅することは不可能であり、数値シミュレーションによって、落石の軌跡を解析する際には、必要となるパラメーターにどのような値を用いればよいのかとの問題が生じる。入力値の不確実性を考慮してモンテカルロ法を導入し、ある地点の跳躍高さや運動エネルギーは確定値ではなく、ある範囲を持った結果として出力されることになる。この場合、相当数の繰返しを行なわねば、入力値の分布を反映した出力値の分布が得られない、また、複数の入力変数の組み合わせも加わって、試行回数も増加することも予想される。効率的に入力値を組み合わせ、入力値群の特性を反映した出力を得ることが必要となる。

落石の運動を数値計算によって表現しようとする研究は今まで実施されてきたが、その多くは2次元解析であり、地形が急変する斜面における運動を対象とするとき、水平方向への広がりが表現できない。落石の到達域を予測する上では、3次元解析が有効である。本研究では、個別要素法²⁾により落石の到達域の予測を行った。解析に際しては、落石運動に影響を与える入力変数に対してLatin Hypercube Sampling法³⁾を適用して、その入力値を選出した。そして、選出した入力値を用いて3次元落石軌跡数値シミュレーションを示している。

2. 落石の運動を支配する条件

先述したように、斜面上に存在する岩塊の安定性は、多くの物理的および力学的因子に依存する。たとえば、岩塊の形状、斜面の傾斜、不安定岩塊と基盤との接触面の粗さあるいはその面の挟在物などである。これらを素因とすれば、地震などの外力や降雨あるいは凍結融解に伴う間隙水圧変動などが誘因となって、落下運動が始まる。これらも不確定要因である。確率降雨や地震の発生確率などを考えて、斜面上の岩塊の安定性（落下発生年確率など）を評価することは可能であるが、その結果が、注目断面への落石到達頻度を表現するとは限らないし、この研究では、一つ一つの岩塊の安定性を対象とはしていない。対象地点の落石発生率（つまり、“この地点では、これくらいのサイズの落石は、何年に一度発生する（している）”との“起こりやすさ”に置き換える）をもとに、落石が注目断面に達するか否かの解析に重点を置くことにする。このように考え、落石の運動に影響を与える因子として岩塊の形状と斜面の状況、つまり、傾斜や微小起伏および表面の状態（植生など）などに注目する。これらには、以下のような項目が挙げられる。

- 岩塊に関する事項、
体積、密度、形状、初期位置、初速度など、
- 地表面に関する事項、
表面形状、地表面の微視的变化、接線および法線方向速度比、摩擦係数など。

これらの因子が不確実性を持つものとして取り扱わねばならないことは前述したが、それは、パラメーターが計測不可能であるため未知である、あるいは、計測可能であるが、場所ごとに变化する、いわゆる分布をもつ量として取り扱わねばならないなどのことに由来する。このような場合、モンテカルロ法が導入され、ある地点の跳躍高さや運動エネルギーは確定値ではなく、ある範囲を持った結果として出力されることになるが、相当数の繰り返しを行なわねば、入力値の分布を反映した出力値の分布が得られない、また、複数の入力変数があるときは、それらの組み合わせも加わって、相当数の試行回数を要することになる。先に述べたとおりである。

3. 入力値の設定法

ここでは、複数の入力変数があるとき、それらの値の組み合わせの効率的な方法について述べる。まず、入力値が $X_1, X_2, \dots, X_N$ の N 個必要であるとする（これは N 個の入力変数があるのではなく、 N 個の数値が必要であるという意味である）。入力変数 X の全体分布から N 個の数値をサンプリングし、出力値 Y の分布を推定する。このよ

うな方法は、Random Sampling と称せられる。この方法では、かなりの試行回数を行わないと入力値に偏りが発生することがある。そこで、試行回数を抑えながら、このような偏りを避ける工夫として、入力変数 X の分布 S を小区間（あるいは小空間） $S_j(j=1, 2, \dots, J)$ に分割し、空間 S_j からサンプリング $X_{kj}(j=1, 2, \dots, J) (\sum n_k=N)$ としてやれば、全区間に対して入力値を得ることができる。もし、 $J=1$ とするならば、前述のRandom Samplingとなる。このような手法の利点は、 X の分布 S を表すのに用いる N を減少させることができるということであり、Stratified Samplingと称せられる。さて、入力すべき変数が k 個存在する場合を考える。この場合、ある入力変数 X_k を N 個の区間に分ける。ここにおいて、すべての一区間の再現確率は $1/N$ で同一であるとする。まず、一区間より、一入力値のサンプリングを行う。そうすれば、 X_k に対して $X_{kj}(j=1, 2, \dots, N)$ となる N 個の数値が準備されることになる。次に、この作業を全ての入力変数に対して実施する。すなわち、 $X_k(k=1, 2, \dots, k)$ にそれぞれに $X_i(i=1, 2, \dots, N)$ が与えられる。この後、 X_k をランダムに組合せ1回あたりの入力値（群）とするSampling法である。Random Samplingより少ない回数で、既定の分布からまんべんなくサンプリングを行い、入力変数の不確実性を網羅できる手法として、Latin Hypercube Samplingが紹介されている。この手法は、Mckayらによって提案されたが、工学的な解析でも有効な手法として使用され始めている⁹⁾。

4. 3次元個別要素解析プログラム

(1)運動方程式の時間差分

ここで述べる計算モデルは、個別要素法に基づいた完全に動力学的な3次元モデルである。既に、報告している⁹⁾が、その概要を以下にまとめておく。1つのブロックの並進運動方程式は次のように表せる。

$$\ddot{x}_i = F_i / m_i + g_i \quad (1)$$

ブロックの重心の加速度 $\ddot{x}_i$ で示し、 F_i は地表面との接触力、 m_i はブロックの質量、 g_i は重力加速度ベクトルである。 i は1~3の範囲で、地形座標のベクトルの成分を表す。このモデルでは、重力方向と x_3 軸が一致する。剛体の回転運動について示すと以下のとおりとなる。回転運動はオイラー式で表され、ブロックの慣性主軸に対して表される。

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_3 \omega_2 &= M_1 \\ I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_1 \omega_3 &= M_2 \\ I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_2 \omega_1 &= M_3 \end{aligned} \quad (2)$$

I_1, I_2, I_3 は慣性主軸モーメント、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ は主軸に対する回転速度、 M_1, M_2, M_3 はブロックの主軸周りのモーメン

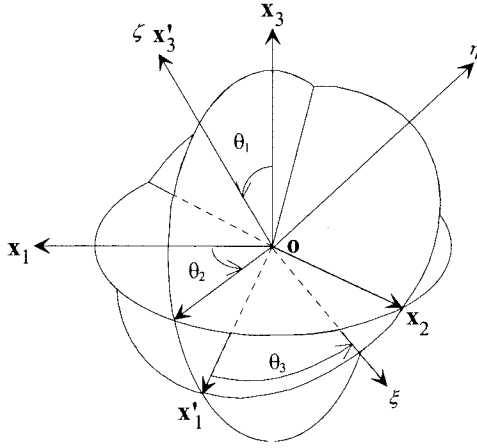


図-1 剛体の回転運動の分解

トである。次式は、それぞれ時刻 t の移動速度と回転速度を表す。

$$\dot{x}_i^{(t)} = \dot{x}_i^{(t-\Delta t)} + \ddot{x}_i^{(t)} \Delta t \quad (3)$$

$$\omega_a^{(t)} = \omega_a^{(t-\Delta t)} + \dot{\omega}_a^{(t)} \Delta t \quad (a=1,2,3) \quad (4)$$

変位増分とブロックの重心位置は以下のように表される。

$$\Delta x_i^{(t)} = \dot{x}_i^{(t)} \Delta t \quad (5)$$

$$x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \Delta x_i^{(t)} \quad (6)$$

次式より、回転増分が求まる。

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ -\cos \theta_3 / \sin \theta_1 & \sin \theta_3 / \sin \theta_1 & 0 \\ \cot \theta_1 \cos \theta_3 & -\cot \theta_1 \sin \theta_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\Delta \theta_i = \dot{\theta}_i \Delta t \quad (8)$$

ここで、 θ は地形座標(固定座標)と回転後の座標の角度、すなわちオイラー角を表す。ここに、固定座標系(x_1, x_2, x_3)と慣性主軸系(ξ, η, ζ)を図-1のように定義すると、両座標系間には、次のような変換が可能である。

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = [T] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

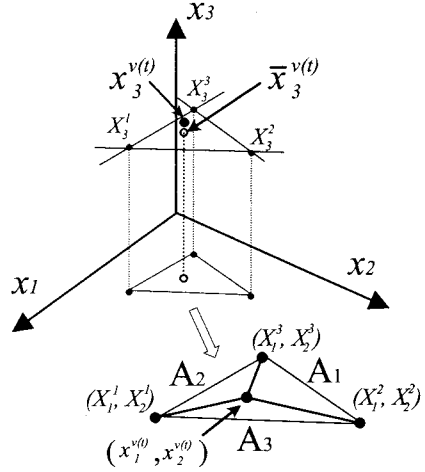


図-2 地表面の分割と接触判定

ブロックの頂点の新たな位置は(9)式で与えられる。

$$x_i^{v(t)} = x_i^{(t)} + [T]_{ij} x_j^v \quad (10)$$

ここに、 x_j^v は慣性主軸座標系内の頂点座標である。また、 $[T]$ は式(11)で示される慣性主軸座標系と全体座標系間の変換を表すものである。

(2)地表面との接触と接触力

地表面は三角形要素の分割し、できるだけ原地形に近づける。剛体要素1頂点の三角形要素への接触は、三角形要素および当該頂点の座標を水平面に投影した後、まず、次式を満足する必要がある。

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \quad (12)$$

さらに、

$$dz = x_3^{v(t)} - \bar{x}_3^{v(t)} < 0 \quad (13)$$

なるとき、岩塊は地表面に接触していると判定でき、接触相手の三角形要素(地表面)も特定できる。なお、 x_3^v が三角形要素の頂点座標を示すとき、

$$\bar{x}_3^{v(t)} = \sum_{l=1}^3 x_3^l \frac{A_l}{A} \quad (14)$$

と求めることができる(図-2参照)。

一頂点の時間増分内の変位増分は次式(15)式で算定される。

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 & \sin \theta_2 \cos \theta_1 \cos \theta_3 + \cos \theta_2 \sin \theta_3 & -\sin \theta_1 \cos \theta_3 \\ -\cos \theta_2 \cos \theta_1 \sin \theta_3 - \sin \theta_2 \cos \theta_3 & -\sin \theta_2 \cos \theta_1 \sin \theta_3 + \cos \theta_3 \cos \theta_3 & \sin \theta_1 \sin \theta_3 \\ \cos \theta_2 \sin \theta_1 & \sin \theta_2 \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\Delta U_i = x_i^{v(t)} - x_i^{v(t-\Delta t)} \quad (15)$$

接触力は、まず、接触平面に設けた局所座標系(n,s,t)内で算定される。この座標系では、原点を接触点にn軸をその面の法線方向に、sおよびt軸は平面上にとる。 ΔU_i は面に沿って、接線成分と法線成分に分解される。

$$\begin{pmatrix} \Delta u_s \\ \Delta u_t \\ \Delta u_n \end{pmatrix} = [Q] \{ \Delta U_i \} \quad (16)$$

$[Q]$ は全体座標系から局所座標系(n,s,t)への座標変換マトリックスである。接触変位増分は接触力増分の算定に用いられる。接触力の算出については、個別要素法において従来より用いられているモデルと同様であるので、ここでは、その説明を省略する。

接触力は弾性成分と粘性ダッシュポットによる成分の和として次式となる。

$$\begin{aligned} f_n &= e_n + d_n, \\ f_s &= e_s + d_s, \\ f_t &= e_t + d_t. \end{aligned} \quad (17)$$

そして、式(1)中の F_i^B は、

$$F_i := F_i + F_i^B \quad (18)$$

ここに、

$$F_i^B = [Q]^{-1} \begin{pmatrix} f_s \\ f_t \\ f_n \end{pmatrix} \quad (19)$$

と求められる。 F_i^B は以下のように、重心周りのモーメントの計算に用いられる。

$$M_a := M_a - e_{abc} \underline{F}_c^B \underline{x}_b^v \quad (20)$$

e_{abc} は、交代テンソルである。なお、ダッシュポットの粘性係数 η と反発係数 e を関係付ける式として次式を導入した。

$$\eta = \frac{|\ln e| \cdot \eta_0}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e)^2}} \quad (21)$$

ここに、 η_0 は臨界減衰係数。

この式は、減衰を伴う一自由度振動系の解を利用して誘導したものである。改めて記述するまでもなく、この解析では、岩塊は剛体と仮定している。したがって、質点の方程式より導いた式(21)は、岩塊の（地表面の）法線方向の入射速度と反射速度の比を的確に表現するものとはならない。衝突に伴うエネルギー損失を表すダッシュポットの係数を実測可能な指標（この場合は、反発係数）

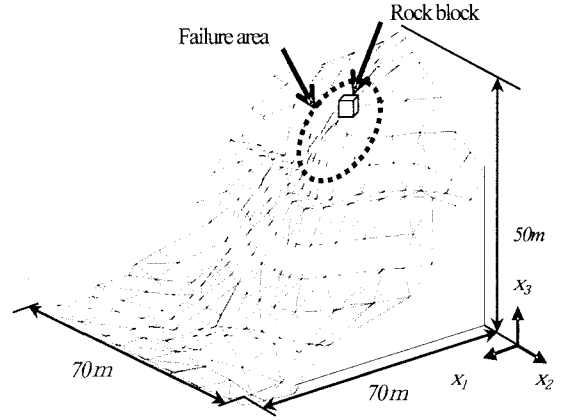


図-3 解析モデル

表-1 入力値の存在範囲

Block		Ground	
H(m)	0.50±0.50	e	0.10±0.05
b/h	1.0±0.5	ϕ (deg.)	25.0±5.00
b(m)	1.0±0.5		

から換算しようとしたに過ぎないことになる。岩塊の地表面への衝突時の法線方向速度比および接線方向速度比のそのものについては、岩塊の形状の選択および回転の影響と絡めて別途検討する必要がある。

5. 解析モデル及び入力値の決定

(1)入力値の決定

2. に述べたその運動に影響を与える因子に対して、この解析では、次のように条件を与えた。

- 岩塊に関する事項

体積：1m³，密度：2.220Mg/m³，初期速度：0（静止），形状：直方体，初期位置：水平位置5地点（初期落下高さHは地点ごとに変更）

- 地表面に関する事項

地表面形状：地形図を基にした3角形要素分割，地表面の微視的变化：考慮せず，接線および法線方向速度比：反発係数の一様分布を仮定，摩擦係数：一様分布。

解析に際しては、初期落下高さH，落石要素の幅b，幅と高さの比b/h，反発係数eおよび静止摩擦係数 ϕ の平均値を、仮定した分布より乱数を用いて決定した後、それらをランダムに組み合わせて一回あたりの入力値群を設定することを行った。表-1にこれらのパラメー

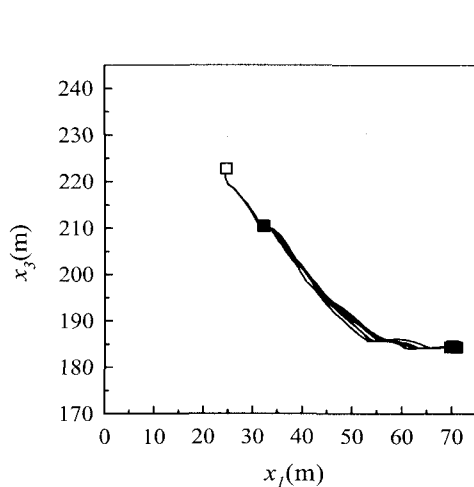


図-4 軌跡の鉛直断面への投影図。

ターの存在範囲を示した。これらのパラメータのうち、反発係数については、対象とした解析領域内でも場所ごと（接触地点ごとに）に異なるとして一様分布の仮定のもとに、先に定めた平均値 e に対して $\pm 20\%$ の範囲に一様に分布するとしている。

接触に関する入力値として以下を一定値とした。

接触剛性係数: $k_n=1000(\text{kN/m})$,
 $k_s=1000(\text{kN/m})$.

これらの値は、何らかの計測等に基づいたものではなく、岩塊を地表面に静的においたときの地表面への食い込み量が過度に大きくならないように、かつ、式(21)の基礎式となる運動方程式の解の固有周期が小さくなり、そのため、差分解の安定性を保証するための時間増分の基準値が、過度に小さくならないように配慮したものである。また、このような接触剛性係数の値のもとに、時間増分 $\Delta t=1.0 \times 10^{-4}(\text{sec})$ とした。

(2)解析結果

図-3に解析に用いた地形のモデルを示す。当該斜面は、下部平坦地からの高さ50mであり、崩壊地点直下に幅5m程度の小段を有する尾根型の斜面である。図-4には、図-5中A点よりの軌跡を鉛直断面への投影図として示した。この点からの解析では、落下開始点直下の平坦地に留まり、下部へ落下しない要素も見られる。斜面上の小段が有効に作用しているといえるが、これを超えて、要素が下部へ運動を続け、交通施設などに及ぶとすれば対策が必要となる。そのようなとき、このような解析手法は、対策を施すべき範囲の決定に有効である。当然のことながら、計算された軌跡は、計算手法の仮定と多くの入力変数の値に依存している。現地における過去の履歴

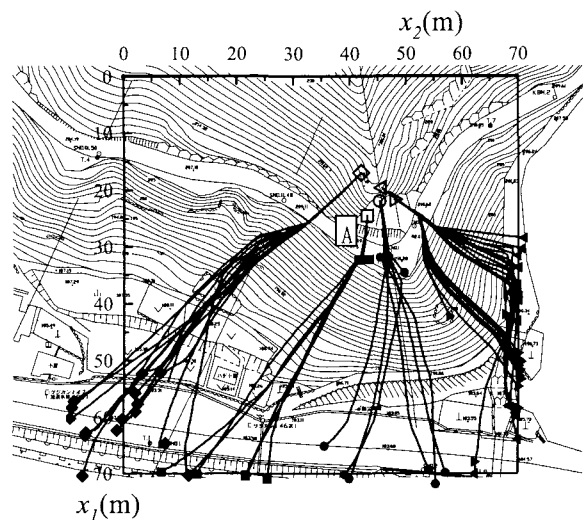


図-5 5点の異なる地点を開始点とするときの軌跡の水平面への投影図

等と照らし合わせながら解析結果の検討を行うことも重要である。

図-5に要素中心軌跡の水平面への投影図を示す。軌跡の水平方向への広がりを見ることができる。特に、初期位置直下の小段に達した後は地形の影響と接触状態によって要素は最大傾斜の方向へ落下している。これは尾根地形における落石運動の特徴をよく表現していると考えられる。

6. まとめ

本研究では落石運動における入力変数の設定をLatin Hypercube Sampling法を適用して選定した。そして、選定した入力値を用いて3次元数値シミュレーションを行った。その結果、入力値を入力変数値の存在範囲から偏りなく抽出できると考えている。当然のことながら、計算された軌跡は、計算手法の仮定と多くの入力変数の値に依存している。現地における過去の履歴等と照らし合わせながら解析結果の検討を行うことも重要である。

参考文献

- 1) 枘谷浩, 佐々木哲也, 倉岡千郎, 古賀泰之, 三木茂: 落石対策(落石運動のメカニズムと予測(その2)), 土と基礎, Vol.50, No.4, pp.48-53, 2002.
- 2) Cundall, P. A.: A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems. Symposium on rock mechanics. Nancy. Vol.2, pp.129-136, 1971.
- 3) McKay, M. D. and Conover, W. J.: A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a

computer code. *Technometrics*, Vol.21, No. 2: pp.239-245, 1979.

- 4) 若杉圭一郎, 小尾繁, 牧野仁史: モンテカルロシミュレーションによる高レベル放射性廃棄物地層処分の安全評価に対するデータ不確実性解析, 核燃料サイクル機構技報, No.14, pp.149-160, 2002.
- 5) Nishimura, T., Seiyama, T. Kiyama, H. and Taniguchi, Y. : A three-dimensional simulation model for rockfall using distinct element method. *Proceedings of the 3rd international symposium on rock stress*. RS Kumamoto 03, pp.449-454, 2003.

A study on selecting values of input variables in a three-dimensional numerical method

Tsuyoshi NISHIMURA, Hideo KIYAMA and Youji TANIGUCHI

A numerical method was prepared to study for the spatial movement of blocks striking a three-dimensional topography. When modeling real rockfall with a computer code, one often faced with the problem of what value to use for the inputs. This difficulty can arise from within the physical process itself when system parameters are not known and not constant but vary in some manner. In this paper, a strong effort to extend the method to cooperate with the data sampling technique has been done.