

# 複合降伏モデルによる不連続性岩盤における平板載荷試験の 解析的検討

## ANALYTICAL STUDIES OF A CYCLIC PLATE-LOADING TEST ON JOINTED ROCK MASS BY MULTIPLE YIELD MODEL

佐々木 猛\*・吉田 淳\*・佐々木勝司\*\*・吉中龍之進\*\*\*・岩田 直樹\*\*\*\*

Takeshi SASAKI, Jun YOSHIDA, Katsuji SASAKI, Ryunoshin YOSHINAKA and Naoki IWATA

### ABSTRACT

This paper describes the modeling of deformability and the strength of jointed rock masses for the loading and unloading processes on a plate-loading test by using an equivalent continuum model with the finite element method. The authors propose deformability and yield criteria, multiple yield models (MYM), of elastic-plastic analysis of the rock mass with non-oriented micro cracks and combined arbitrary oriented joint sets based on the compliance matrix method considering only the loading process. The authors improved the MYM by focusing on the plastic displacement on a joint system considering the unloading process and by analyzing plate-loading test models. The numerical results showed good agreement with those of experiments for the loading and unloading processes of a plate-loading test by using the proposed method.

**Key Words:** jointed rock mass, plate loading test, cyclic loading, FEM

### 1 はじめに

現位置での平板載荷試験において、載荷および除荷時に得られる非線形のヒステリシスループは重要な変形特性の一つである。これらの変形特性の理由の一つに岩盤内に存在する不連続面の弾性および塑性的な変形特性が影響していると考えられる。佐々木ら(1994)<sup>5)</sup>は、有限要素法の構成則に Hill(1963)<sup>4)</sup>、Singh(1973)<sup>6)</sup>らの弾性コンプライアンスを弾塑性解析に拡張し、複数の節理群を考慮した複合降伏モデル(the multiple-yield elastic-plastic model, MYM)を提案した。これは、岩盤の総変位は方向性を持たない微小な岩盤クラックを含む岩盤の弾塑的な変位と方向性を持つ複数のジョイント群のジョイント面に直角な軸変形とそれに平行なせん断変形の和として表現できると仮定している。しかし、これらは載荷過程のみを扱っている。

本研究では、載荷と除荷過程を考慮した現位置平板載荷試験のモデルに複合降伏モデルを適用する際の、節理群の載荷、除荷過程の弾塑性変形特性の提案を行い、解析に用いるパラメータの数値実験を実施した。

### 2 理論の概要

図-1は複合降伏モデルの概念を示す。本理論は式(1)に示すように、岩盤の総ひずみは、岩盤の母岩のひすみと節理群のひずみの和として表現されるものと仮定している。

$$\{\varepsilon_T\} = \sum \{\varepsilon_I\} + \{\varepsilon_R\} \quad (1)$$

これは、各節理群は周期的に存在し、それらの体積が母岩に比較して無視できるものと仮定している。また、母岩の応力と節理群の応力は一致しているものとしている。節理群 $I$ の剛性マトリックスは座標変換マトリックスにより、局所座標系から全体座標系で表される。

$$\{\varepsilon_T\} = [\sum [F_I] + [E]^{-1}] \cdot \{\sigma\} = [C] \cdot \{\sigma\} \quad (2)$$

\* 正会員 工学博士 サンコーコンサルタント(株) 岩盤工学研究室

\*\* 正会員 サンコーコンサルタント(株) 岩盤工学研究室

\*\*\* 正会員 工学博士 埼玉大学

\*\*\*\* 正会員 中電技術コンサルタント(株)

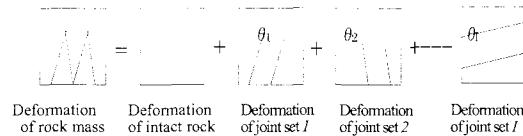


図-1 岩盤の変形(佐々木ら、1994)

ここに、 $\{\varepsilon_T\}$ : 岩盤の総ひずみベクトル、 $\{\sigma\}$ : 総応力ベクトルである。

$$\{\varepsilon_T\} = \{\varepsilon_{xT}, \varepsilon_{yT}, \varepsilon_{xyT}\}^T \quad (3) \quad \{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}\}^T \quad (4)$$

ここに、 $[E]$ : 等方弾性体の応力-ひずみマトリックス、 $[C]$ : 母岩と節理群の和のコンプライアンスマトリックスである。これらは、式(5)で表される。

$$[C] = [D]^{-1} \quad (5)$$

ここに、 $[D]$ : 母岩と節理群の和の応力-ひずみマトリックスである。

節理群のコンプライアンスマトリックス  $[F_I]$  は式(6)で表される。

$$[F_I] = [T_I]^T [C_I] [B_I] [T_I] \quad (6) \quad [C_I] = [K_I]^{-1} / S_I \quad (7)$$

ここに、 $S_I$ : 節理群番号  $I$  の間隔、 $[T_I]$ : 座標変換マトリックス、 $[K_I]$ : 節理群番号  $I$  剛性マトリックス、 $[B_I]$ : 応力集中マトリックス。

$$[T_I] = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta_I & \cos^2 \theta_I & -2 \sin \theta_I \cos \theta_I \\ -\sin \theta_I \cos \theta_I & \sin \theta_I \cos \theta_I & \cos^2 \theta_I - \sin^2 \theta_I \end{bmatrix} \quad (8) \quad [K_I] = \begin{bmatrix} K_{nl} & 0 \\ 0 & K_{sl} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここに、 $\theta_I$ : x 軸から反時計回りの節理群の角度。

節理群  $I$  の剛性は節理の幅を想定することにより、バネ定数  $K_{nl}$ (直交方向) と  $K_{sl}$ (せん断方向)で表すことができる。局所座標系の節理  $I$  の応力  $\{\sigma\} = \{\sigma_{nl}, \tau_{sl}\}^T$  とひずみ  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{nl}, \gamma_{sl}\}^T$  の関係は式(10)、(11)で表される。

$$\{\sigma\} = [T_I] \{\varepsilon\} \quad (10) \quad \{\varepsilon\} = [C_I] [T_I] \{\sigma\} = [C_I] \{\sigma\} \quad (11)$$

これらの応力とひずみの要素は式(12)および(13)で表される。

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{nl}, \tau_{sl}\}^T \quad (12) \quad \{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{nl}, \gamma_{sl}\}^T \quad (13)$$

ここに、 $\sigma_{nl}$ : 節理群  $I$  の法線応力、 $\tau_{sl}$ : 節理群  $I$  のせん断応力、 $\varepsilon_{nl}$ : 節理群  $I$  の法線方向ひずみである。

### (1) 節理群の降伏条件

図-2 は式(14)で示される任意方向の節理群の Mohr-Coulomb の降伏条件である。

$$F_s = |\tau_s| - (C - \sigma_n \tan \phi_J) \quad (14)$$

$$\tau_s = \tau_{xy} \cos 2\theta_I - ((\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta_I) / 2 \quad (15) \quad \sigma_n = (\sigma_x + \sigma_y) / 2 - ((\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta_I) / 2 - \tau_{xy} \sin 2\theta_I \quad (16)$$

ここに、 $\tau_s$ : 節理群のせん断応力、 $\sigma_n$ : 節理群の法線方向応力、 $\phi_J$ : 節理群の摩擦角である。

### (2) 岩盤不連続面の変形特性

図-3 に実験で得られた不連続面の非線形な変形特性を示す。以下にこれまでの代表的な研究を示す。

Bandis ら (1983)<sup>1)</sup> は式(17) で示す双曲線形のモデルを提案した。

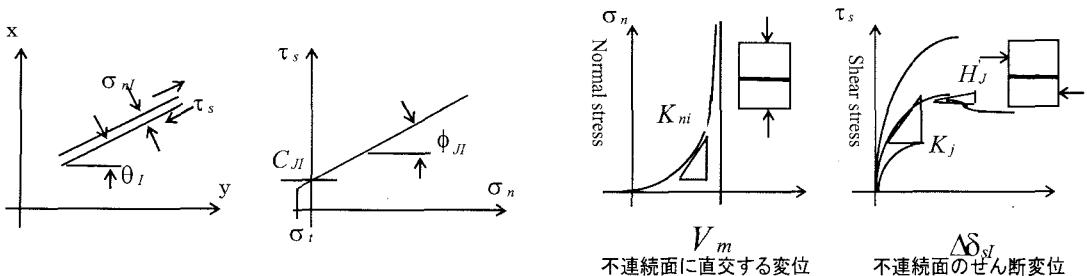


図-2 不連続面の降伏条件

図-3 岩盤不連続面の変形特性

$$K_n = K_{ni} \left[ 1 - \frac{\sigma_n}{V_m K_{ni} + \sigma_n} \right]^{-2} \quad (17)$$

ここに、 $K_{ni}$ : 初期法線方向剛性、 $V_m$ : 不連続面の最大閉合幅である。

また、Kulhaway (1975)は不連続面のせん断変形特性を式(18)に示す双曲線型の関数で表した。

$$K_{si} = K_j (\sigma_n)^j \left( 1 - \frac{\tau \cdot R_f}{\tau_p} \right)^2 \quad (18)$$

ここに、 $K_j$ : 初期せん断剛性、 $n_j$ : 係数、 $R_f$ : 0.7 から 0.9 の係数、 $\tau_p$ : せん断強度である。

しかしながら、ここで提案されている関係は載荷過程のみである。

その後、吉中ら (1990, 1992, 1995)<sup>7,8,9)</sup> は不連続面の繰り返し載荷過程の非線形な変形特性を提案している。著者らは図-4に示すように、これらの特性を単純化し、任意の応力  $\sigma_{ni}$ における不連続面の閉合量  $v_i$ を式(19)の弾性変位  $v_{ei}$  と塑性変位  $v_{pi}$  の和として表した。

$$v_i = v_{ei} + v_{pi} \quad (19)$$

さらに、弾性変位は不連続面の最大閉合量  $V_m$  の双曲線関数として式(20)のように表した。

$$v_{ei} = \left( 1 - \frac{v_i}{V_m} \right) V_i \quad (20)$$

不連続面の除荷過程での法線方向の剛性  $K_{i-u}$  を以下で表した。

$$K_{n-u(i)} = \frac{\sigma_{n(i)}}{v_{ei}} \quad (21)$$

ここに、 $v_e/V_m$ : 弹性変形率、 $v/V_m$ : ジョイント閉合率と呼ぶことにする。

図-5 はジョイント閉合率と弹性変形率の関係を示している。除荷過程でジョイント閉合率が大きな場合、弹性変形率は小さくなることを示している。

任意のせん断応力  $\tau_{p(i)}$ でのせん断変位  $u_i$ を弾性変位  $u_{ei}$  と塑性変位  $u_{pi}$  の和として表せるものとする。

$$u_i = u_{ei} + u_{pi} \quad (22)$$

この比率は吉中ら(1990)の実験を基に、せん断応力とせん断強度の比と双曲線関数を用いて式(23)で表した。

$$u_e = u_i \cdot \left( 1 - \frac{\tau_i R_f}{\tau_p} \right)^2 \quad (23)$$

したがって、除荷過程のせん断剛性  $K_{su(i)}$  は(24)で表される。

$$K_{su(i)} = \frac{\tau_i}{u_{ei}} \quad (24)$$

吉中らの実験によれば、これらの特性はジョイントの閉合に対して直線ではないが、ここでは簡単のために、それらを図-6 で示すように第一近似として直線と仮定した。図-7 は弹性変形率を式(25)で示す破壊接近度  $F_s$  の関係として表した。

$$F_s = \tau_i / \tau_p \quad (25)$$

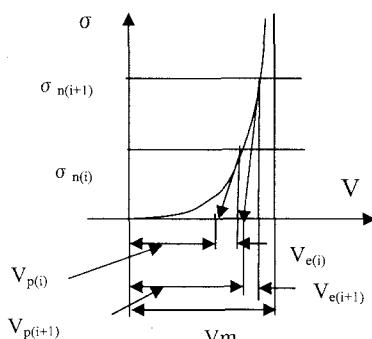


図-4 不連続面の除荷時の変形特性

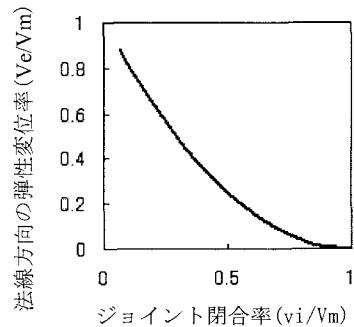


図-5 ジョイント閉合率と弹性変形量の関係

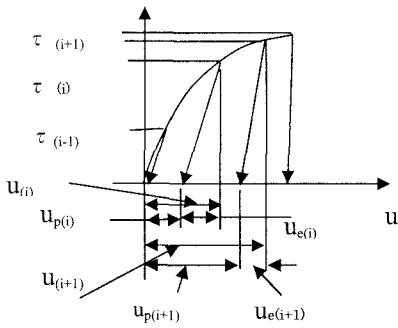


図-6 不連続面の除荷時のせん断応力-せん断変位特性

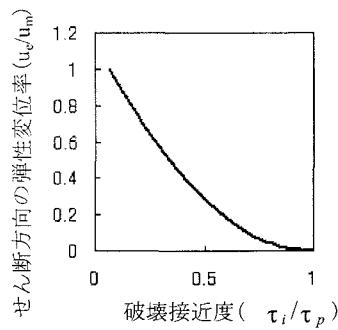


図-7 局所安全係数と弾性変形率の関係

もし、除荷過程で再載荷がなされた場合、変形特性の経路は載荷過程の交点まで同じ経路を戻り、その後、載荷過程の経路をたどり、これを繰り返す。

### 3 解析例

図-8 は平板載荷試験における解析モデルの領域、境界条件、荷重条件を示す。解析ステップを

(1)重力による初期応力の計算

(2)載荷過程の計算

(3)除荷過程の計算

の3段階とし、各段階ではそれぞれ10増分の計算を行った。

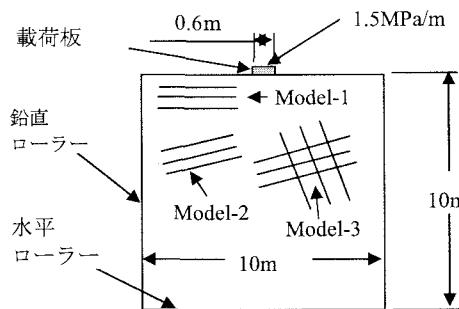


図-8 解析モデルの条件

表-1 は解析モデルの物性を示す。ここでは、2組の節理群を仮定した。2組の節理群は実験から比較的軟らかい剛性を持つものと硬い剛性を持つものを設定した。

図-9 は載荷板周辺の弾性解の鉛直変位分布を示す。

表-1 解析モデルの物性

載荷板の弾性係数	21GPa	ボアソン比	0.2
母岩の弾性係数	1GPa	単位体積重量	25kN/m <sup>3</sup>
法線剛性 Kn(節理群-1)	1GN/m <sup>3</sup>	法線剛性 Kn(節理群-2)	1GN/m <sup>3</sup>
節理のせん断剛性 Ks	10MN/m <sup>3</sup>	せん断剛性 Ks	10MN/m <sup>3</sup>
節理の最大閉合量	0.5 mm	節理の最大閉合量	0.1 mm
節理の摩擦角と粘着力	30degrees,1MPa	節理の摩擦角と粘着力	40degree,4MPa
節理間隔	0.2 m	節理間隔	0.5 m
節理の傾斜角	0 or 15 degrees	節理の傾斜角	105 degrees

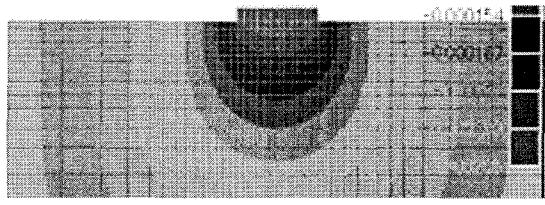


図-9 弾性解の載荷板周辺の鉛直変位分布

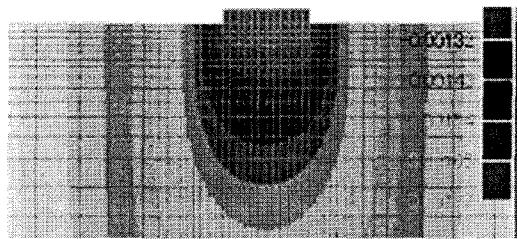


図-10 1組の節理群の鉛直変位分布(0度、Model-1)

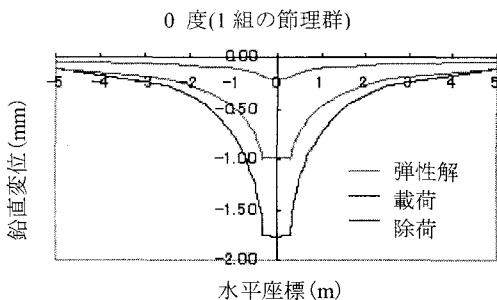


図-11 弾性解と節理群1組(0度)の表面鉛直変位分布

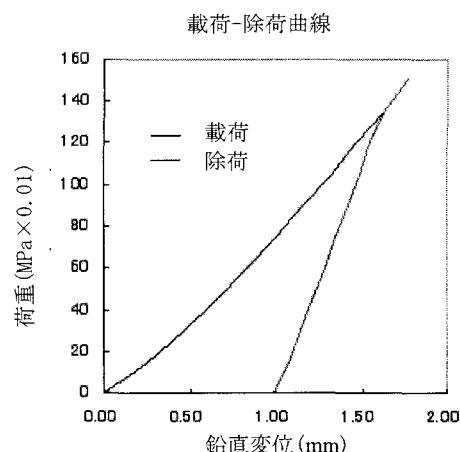


図-12 載荷および除荷過程の載荷板中央の鉛直変位経路

図-10 は 1 組の節理群(joint-1, 0 度) の載荷板近傍の鉛直変位分布を示す。図-11 は同様に除荷過程の鉛直変位分布である。図-12 は弾性解と 1 組の節理群(joint-1, 0 度) の表面鉛直変位分布の比較である。図-13 は載荷板中央の載荷と除荷過程の鉛直変位経路を示す。図-11 に示すように、総変位の約 90%が節理群であり、除荷過程後の残留変位は約 40%であり、これが塑性変位である。

図-14 は 15 度の角度を持つ 1 組の節理群 (Model-2) の載荷および除荷過程の表面鉛直変位分布である。載荷板の変形モードは節理群の角度に沿っている。

図-15 は 2 組の節理群(15+105 度、Model-3)を組み合わせた場合の載荷および除荷過程の表面鉛直変位分布である。載荷板中央の鉛直変位量は実験結果と良く合っていることが確認された。

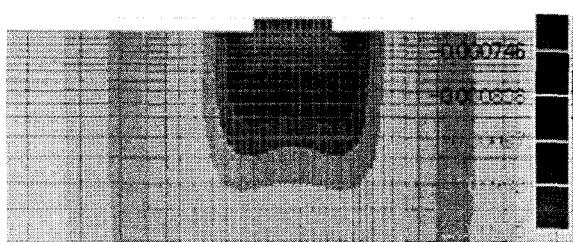


図-13 除荷後の1組の節理群(0度、Model-1)の表面鉛直変位

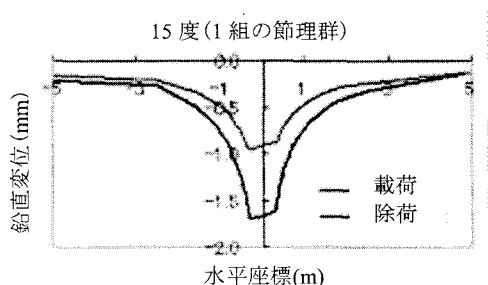


図-14 1組の節理群(15度、Model-2)の載荷-除荷過程の表面鉛直変位分布

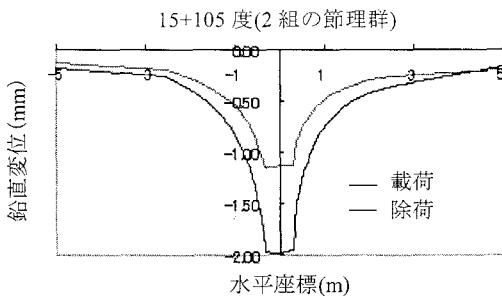


図-15 2組の節理群(15+105度)の載荷-除荷過程の表面鉛直変位分布

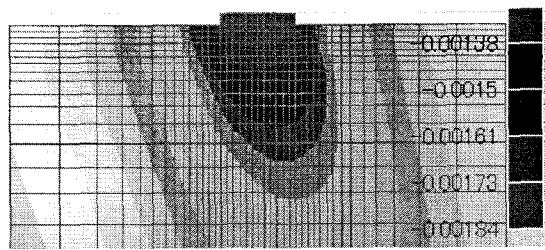


図-16 2組の節理群(15+105度、Model-3)の載荷時の載荷板近傍の鉛直変位分布



図-17 2組の節理群(15+105度、Model-3)の除荷過程後の載荷板近傍の鉛直変位分布

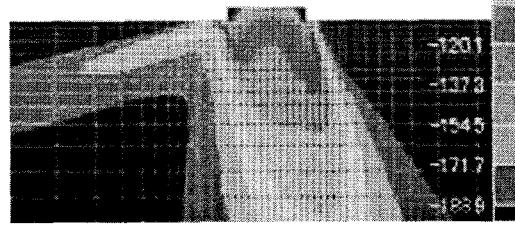


図-18 2組の節理群(15+105度、Model-3)の載荷板近傍の最大主応力分布

図-16は2組の節理群(15+105度)の組み合わせの場合の載荷板近傍の鉛直変位分布である。図-17は同様に除荷過程後の載荷板近傍の鉛直変位分布である。これららの結果から、節理群を含む岩盤の塑性変形は繰り返し荷重によって発生することが分かる。図-18は2組の節理群(15+105度)の組み合わせの場合の載荷時の載荷板近傍の最大主応力分布を示す。応力は節理群の方向に沿って分布し、最大応力が載荷板の両端に集中している。

#### 4 むすび

著者らは、等価連続体理論を基本に節理群の数値解析法を提案し、これらを載荷-除荷過程の平板載荷試験モデルに適用した。これらの提案した手法を用いた解析結果は定性および定量的に良く現象を説明できることが分かった。これらは、岩盤の変形の大部分は節理群によって生じることを示唆している。その中でも特にせん断変形が支配的である。しかし、本研究では、1回の繰り返し載荷モデルについて検討したに過ぎず、今後は多重繰り返し載荷モデルについて検討する予定である。

#### 参考文献

- 1) Bandis S. C., Limsden A. C. and Barton, H. R.; Fundamentals of rock joint deformation, *Int. J. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 20, No. 6, pp. 249-268, 1983.
- 2) Goodman R. E., :The mechanical properties of joints, *Proc. Third Congress of ISRM*, Denver, 1A, pp. 127-140, 1974.
- 3) Kulhaway F. H., :Stress-deformation properties of rock and discontinuities, *Engng. Geol.* 8, pp. 327-350, 1975.
- 4) Hill R., :Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles, *J. Mech., Phys. Solids*, pp. 357-372, 1963.
- 5) 佐々木猛、吉中龍之進、永井文男：有限要素法による節理性岩盤の複合降伏モデルに関する研究、土木学会論文集、No. 505/III-29, pp. 59-68, 1994.
- 6) Singh B. :Continuum characterization of jointed rock mass, Part I – The constitutive equations, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 10: 311-335, 1973.
- 7) 吉中龍之進、吉田淳、山辺正：岩盤不連続面の幾何特性とそのモデル化に関する研究、地盤工学会論文集、Vol. 30, No. 3, pp. 161-173, 1990.
- 8) 吉中龍之進、吉田淳、新井元、蟻坂俊英：岩盤不連続面の変形モデルに関する実験的研究、土木学会、第24回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集、pp. 211-215, 1992.
- 9) Yoshinaka R., Arisaka S., Sasaki K. and Yoshiida J., : Mechanism of scale effect in rock joint, *8th ISRM Tokyo Congress, Rock Foundation*, Balkema, pp. 223-228, 1995.