

不連続変形法 (DDA) を用いた 3 次元落石解析に関する研究

The Application of 3-Dimensional DDA with Spherical Rigid Block to Rockfall Simulation

布川哲也*¹・楊萌*²・大西有三*³・西山哲*⁴・三木茂*⁵

Tetsuya FUKAWA, Meng Yang, Yuzo OHNISHI, Satoshi NISHIYAMA, Shigeru MIKI

DDA is an effective dynamic numerical method to solve the problems in rock engineering field. In this paper, a 3-dimensional DDA with spherical-rigid-block is proposed in order to simulate the rockfall behaviors from a rock slope. The proposed method simplified the formulation for the displacement function and contact judgment due to the adoption of the spherical rigid block. Furthermore, this new method is applied to a practical rockfall analysis problem in Japan. The results of this preliminary application show the effectiveness for modeling various modes of rockfall movement and predicting the trajectory of falling rocks.

Key Words: DDA, 3-dimension, Spherical rigid block, Rockfall, Dynamic problem

1. はじめに

本研究は、落石の 3 次元挙動を解析するための不連続変形法(DDA)の研究に関するものである。DDA は、ポテンシャルエネルギー最小化原理に基づいた陰解法であるために、高精度かつ高速の解析が可能であり、また解析パラメータも容易に設定することが可能であるという特徴をもつ。これまで、多面体要素の 3 次元 DDA に関する論文が幾つか出されているが、3 次元多角形要素の接触の判定が複雑であり、接触判定に膨大な時間が費やされるという理由から実用的な 3 次元 DDA コードは開発されていない。

筆者らは、DDA を落石挙動のシミュレーションに適用するにあたり、剛体球を導入することにより、落石の 3 次元挙動の解析を可能にするコード開発を行ってきた。これまで、DDA では弾性多角形要素が用いられてきた。しかし、落石現象では落石中のブロックの変形よりも、並進、および回転の運動が卓越している。そのため、DDA での未知変数である、並進運動、回転運動、ブロックひずみに関する項のうち、ひずみに関する項を省略し、ブロックを剛体として扱った。ブロックを剛体としたことにより、未知の変数を減らすことができ、定式化において、弾性体要素の 3 次元 DDA に比べ簡略化される。また、ブロックを球でモデル化することにより、多面体要素では複雑であった、3 次元での接触の判定が大幅に簡略化される。このように、DDA に剛体球要素を導入することにより、計算を効率的に行うことができるようになる。

本論文において、DDA の基本原理、3 次元剛体球 DDA 解析の 3 次元化のための数値解析法についての詳細、及び落石現象への適用性について記述する。

*¹ 京都大学大学院 工学研究科都市環境工学専攻

*² 京都大学大学院 工学研究科都市環境工学専攻

*³ 工博 京都大学大学院教授 工学研究科都市環境工学専攻

*⁴ 工博 京都大学大学院助手 工学研究科都市環境工学専攻

*⁵ 理修 基礎地盤コンサルタンツ(株)

2. 不連続変形法 (DDA) の理論

DDA は、有限要素法と同じポテンシャルエネルギー最小化の原理を用いて、ブロックの動的相互運動を解析するものである。DDA ではブロックの変位が許され、ブロック間の相互すべり・分離及び接触が可能となるため、大変形問題の解析が可能である。不連続体解析の特徴である接触を扱う際、ブロック間の貫入を防ぐためにペナルティー法が導入されている。

剛体球要素を用いた 3 次元 DDA における定式化は、従来から用いられてきた多角形要素の DDA における定式化と同じ手順がとられる。そこで、まず一般的な DDA の原理、特徴について述べ、従来の DDA と本研究での 3 次元剛体球 DDA とで特に違いの大きい変位関数、及び接触判定について述べる。

(1) エネルギー最小化原理

DDA では、全ポテンシャルエネルギーの最小化から得られる全体釣り合い方程式を解くことで未知の変数が得られる。ここで、DDA における未知数はブロックの重心の変位、変形を表す変数である。ブロックシステムの全ポテンシャルエネルギー Π は、次式のように様々なエネルギーの足し合わせから成り立っており、

$$\Pi = \Pi_{PL} + \Pi_{LL} + \Pi_V + \Pi_I + \Pi_0 + \Pi_E + \Pi_\mu + \Pi_C + \Pi_W + \Pi_{fix} \quad (1)$$

と表される。ここで(1)式の右辺の各項はそれぞれ、点荷重、線荷重、体積力、内部応力、初期応力、弾性ひずみ、粘性力、接触力、水圧、固定バネによる力、によるエネルギーを表している。

ポテンシャルエネルギーの最小化は、未知の変形変数ベクトル D で微分し Π の停留値を求めることで求められる。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial D} = \frac{\partial \Pi_{PL}}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_{LL}}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_V}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_I}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_0}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_E}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_\mu}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_C}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_W}{\partial D} + \frac{\partial \Pi_{fix}}{\partial D} = 0 \quad (2)$$

(2) 全体方程式と変位関数

ポテンシャルエネルギー最小化から得られた式(2)から、ブロックごとの局所方程式が導かれる。局所方程式を重ね合わせることで、有限要素法と同様に次式(3)で表される全体釣り合い方程式が得られる。ブロックシステムに n 個のブロックがある場合、全体釣り合い方程式は、

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \cdots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \cdots & K_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} \quad (3)$$

と表される。ここで、 $[K_{ij}]$ はブロック i の物性に依存する対称マトリックスである。 $[K_{ij}]$ ($i \neq j$) はブロック i と j の接触により定義される。 $[D_i]$ はブロック i の変形変数のベクトルである。また、 $[F_i]$ はブロック i に作用する外力である。この全体釣り合い方程式を解くことにより、変形変数ベクトル $[D_i]$ が得られる。

変位変数ベクトル $[D_i]$ はブロック重心の変位、及び変形を表す変数からなる。 $[D_i]$ を用いることで、ブロック中の任意点 (x, y, z) の変位 (u, v, w) が得られ、各ステップの要素の変位が計算され、重心の位置が更新される。

弾性多角形を用いた 2 次元 DDA では、ブロック中の任意点の変位 (u, v) は、

$$\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}^T = [T(x, y)_i] \cdot [D_i] \quad (4)$$

$$[D_i]^T = (u_0 \quad v_0 \quad r_0 \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}) \quad (5)$$

$$[T(x, y)]_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -(y-y_0) & (x-x_0) & 0 & \frac{(y-y_0)}{2} \\ 0 & 1 & (x-x_0) & 0 & (y-y_0) & \frac{(x-x_0)}{2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

と表される。ここで、 $[D_i]$ の (u_0, v_0) は、ブロック内のある点 (x_0, y_0) の剛体変位を、 r_0 は (x_0, y_0) を中心とする回転角である。また、 $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ 、および γ_{xy} はそれぞれブロックの垂直ひずみ、せん断ひずみを表す。また、 $[T_i]$ は一次変位関数である。

弾性多角形要素を用いた3次元DDAでも同様に、全体方程式及び変位関数を定義できされ、ブロックの変位、変形の計算が行われる。

また、全体方程式(3)の、 $[K_{ij}]$ は 12×12 のマトリックス、 $[D_i]$ と $[F_i]$ は 1×12 のベクトルとなる。変位関数 $[T(x, y, z)]$ は 3×12 のマトリックスとなり、変位変数ベクトル $[D_i]$ は、剛体変位、回転垂直ひずみ、せん断ひずみ、それぞれ3個ずつ、計12個の変数からなる。

(3) 接触判定

接触判定は不連続性岩盤を対象とした解析手法の大きな特徴である。ブロックに大変位が生じるとき、接触形態はステップごとに変化する。接触形態を正確に表現するために、各ステップの接触を判定する手法を定義しておく必要がある。

DDAでは、接触判定は3段階に区分される。まず、接近したブロックの抽出が行われる。次に、抽出されたブロックについて、接触の可能性の判断が行われる。そして、接触すると判定されたブロックに対し、貫入の判定が行われる。貫入が生じると判定された場合、DDAでは、ブロックの貫入を防ぐために法線方向に接触バネが導入される。法線方向接触バネが伸縮することにより、接触によるポテンシャルエネルギーが加えられる。

DDAでは、ステップごとの接触計算において、最適なバネのパターンの配置をするために“オープンクローズしてレーション”と呼ばれる繰り返し計算が行われ、貫入も引っ張りも生じないとき最小エネルギーが得られる。これにより、接触に関する項が全体釣り合い方程式に組み込まれる。

多角形要素の3次元DDAについての論文は幾つか出されている。しかし、実用的なコードは開発されていない。この主な理由は、3次元の複雑な接触機構により、接触判定に膨大な時間がかかることにある。

3. 3次元剛体球DDAの理論

落石現象では並進運動、及び回転運動が、ブロックの変形より卓越すると考えられる。このため、ブロックを剛体として扱うことができる。また、3次元多角形DDAでは、接触判定が複雑であり、接触を扱うことは困難である。そこで、球要素を導入することにより、接触判定を単純化される。3次元剛体球DDAは、弾性多角形ブロック要素を用いたDDAと多くの点で共通した特長がある。しかしながら、剛体球要素を導入することにより、未知数のうちひずみに関する項が無視される。これにより、変位関数及び全体方程式、また、接触判定が大幅に簡略化される。

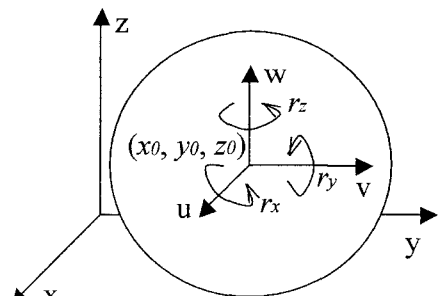


図-1 球要素の座標と未知数

(1) 3次元剛体球 DDA の全体方程式及び変位関数

剛体球要素を用いた場合にも、多角形 DDA の場合と同様に全体方程式及び変位関数が定義される。ただし、全体方程式(3)において、 $[K_{ij}]$ は 6×6 のマトリックス、 $[D_i]$ と $[F_i]$ は 1×6 のベクトルとなる。また、変位関数は、剛体という仮定により、垂直、及びせん断のひずみに関する変数が省略され、

$$(u \quad v \quad w)^T = [T(x, y, z)_i] \cdot [D_i] \quad (7)$$

$$[D_i]^T = (u_0 \quad v_0 \quad w_0 \quad r_x \quad r_y \quad r_z) \quad (8)$$

$$[T(x, y, z)_i] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z - z_0 & -(y - y_0) \\ 0 & 1 & 0 & -(z - z_0) & 0 & x - x_0 \\ 0 & 0 & 1 & y - y_0 & -(x - x_0) & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

と表される。変形変数ベクトルは剛体変位及び回転に関する項のみの6変数となる。ここで、 (x, y, z) は、ブロックの任意点の座標を表し、 (x_0, y_0, z_0) は剛体球の中心の座標を表している。 (u_0, v_0, w_0) はそれぞれ x, y, z 方向の変位であり、 (r_x, r_y, r_z) は x, y, z 軸に関する回転を表している。

このように剛体球を用いることにより、全体釣り合い方程式、及び変位関数は、多角形要素を用いた3次元 DDA よりも大幅に簡略化され、効率的に計算が行われる。

(2) 3次元剛体球 DDA の接触判定

剛体球要素を用いると、接触判定は単純化される。3次元剛体球 DDA の場合、接触判定は、多角形での貫入判定のように複雑なものではなく、簡単な幾何の問題となる。

2個の剛体球ブロック間に貫入が生じた場合、要素の重心間に法線方向接触ペナルティーバネが計算に導入され、先に述べた、オープンクローズイテレーションにより、繰り返し計算がなされる。

2個の剛体球の接触の場合、剛体球間の距離と、2個の球半径の和との大小から貫入の判定がなされる。球剛体球要素 i と剛体球要素 j の中心の座標を (x_i, y_i, z_i) , (x_j, y_j, z_j) とし半径を r_i, r_j とすると、接触の判定は、

$$s_n = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} - (r_i + r_j) \quad (10)$$

の正負で判定される。貫入が生じた場合 s_n は負の値となる。これにより、ポテンシャルエネルギーを最小化され、接触時の局所マトリックスおよび外力ベクトル式(11)が得られる。

$$\begin{aligned} k_n [T_i]^T (l_x \quad l_y \quad l_z)^T (l_x \quad l_y \quad l_z) [T_i] &\rightarrow [K_{ii}] \\ k_n [T_j]^T (l_x \quad l_y \quad l_z)^T (l_x \quad l_y \quad l_z) [T_j] &\rightarrow [K_{jj}] \\ -k_n [T_i]^T (l_x \quad l_y \quad l_z)^T (l_x \quad l_y \quad l_z) [T_j] &\rightarrow [K_{ij}] \\ -k_n [T_j]^T (l_x \quad l_y \quad l_z)^T (l_x \quad l_y \quad l_z) [T_i] &\rightarrow [K_{ji}] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} -k_n s_n [T_i]^T (l_x \quad l_y \quad l_z)^T &\rightarrow [F_i] \\ k_n s_n [T_j]^T (l_x \quad l_y \quad l_z)^T &\rightarrow [F_j] \\ l_x = \frac{(x_i - x_j)}{l} \quad l_y = \frac{(y_i - y_j)}{l} \quad l_z = \frac{(z_i - z_j)}{l} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、 l_x, l_y, l_z は剛体球要素間の方向余弦であり、ブロック間の接触ペナルティーバネの剛性を k_n とする。 $[K_{ij}]$ は 6×6 マトリックス $[F_i]$ は 6×1 マトリックスであり、 $[K_{ij}]$ を全体釣り合い方程式(3)の係数マトリックスに、 $[F_i]$ を右辺の外力ベクトルに重ね合わせることで、2剛体球要素の接触による項が全体方程式に組み込まれる。次元剛体球 DDA では、壁要素という平面要素が用いられることがある。壁要素は厚みのない多角形平面であり、

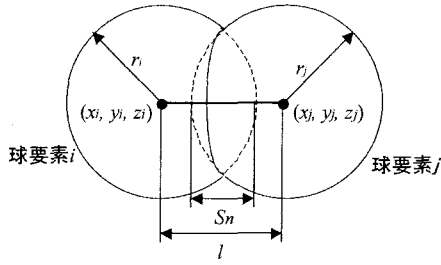


図-2 剛体球同士の接触

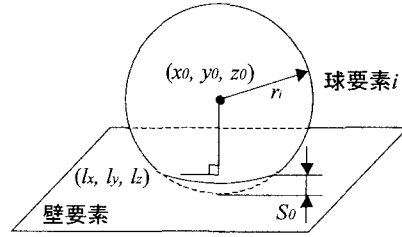


図-3 剛体球と壁要素の接触

落石問題を取り扱うとき、壁要素は斜面構成要素となる。剛体球と平面の間で接触が生じると、平面に垂直な方向に、球の中心と平面間に法線方向接触バネが挿入される。この場合、接触判定は平面と球の重心との距離と、球の半径の大小から判定される。平面の方程式は a, b, c, d を定数として、

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (13)$$

で表せる。接触判定距離 S_0 は、

$$s_0 = \frac{ax_0 + by_0 + cz_0 + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} - r_i \quad (14)$$

となり、 S_0 が負のとき貫入が生じたことになる。この時、エネルギーの最小化により接触による局所マトリックス、及び外力ベクトルは、

$$\begin{aligned} k_n [T_i]^T (l_x \ l_y \ l_z)^T (l_x \ l_y \ l_z) &\rightarrow [K_n] \\ -k_n s_0 [T_i]^T (l_x \ l_y \ l_z)^T &\rightarrow [F_i] \end{aligned} \quad (15)$$

$$l_x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \quad l_y = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \quad l_z = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (16)$$

と表される。ここで、 $(l_x \ l_y \ l_z)$ は、壁要素の単位法線ベクトルであり、 $[K_n]$ は 6×6 マトリックス $[F]$ は 6×1 マトリックスであり、 $[K_n]$ を全体釣り合い方程式(3)の係数マトリックスに、 $[F]$ を右辺の外力ベクトルに重ね合わせることで、剛体球要素と平面要素の接触に関する項が全体方程式に組み込まれる。

4. 適用事例

3次元剛体球 DDA は多くの岩盤工学的問題の解析に適用ができる。その応用例の一つとして、落石問題の解析事例を示した。

(1) 落石解析事例及び考察

図-4 は解析対象の斜面モデルを示したものである。この斜面上において、0.5m(重量約 1.3t)、1.0m(重量約 10.5t)の半径を持つ落石について解析を行った。この時、落石径以外の解析条件は同一としている。図-5 は、ロックシェッドからの高さが 200m に落石の初期位置を設定した時の軌跡を示したものである。図からは、跳躍、衝突、転がりなどの落石現象を確認することができる。

落石は斜面への衝突、飛行といった運動が繰り返し行われる。落石の斜面衝突後の跳躍量および速度は衝突時のエネルギー損失に大きく影響を受ける。このため、衝突時のエネルギー損失を解析で再現する必要がある。DDA では、このエネルギー損失を評価するパラメータとして、速度エネルギー比が用いられている。速度エネルギー比は衝突前後での速度の 2 乗比である。また、DDA では接触時に貫入が生じないように、ペナルティーバネが導入される。これらのパラメータを変えることによって解析結果は変わってくる。これらのパラメータは斜面の物性、勾配の影響を受けると考えられる。このような、物性、勾配などによる、パラメータへの影響の評価について

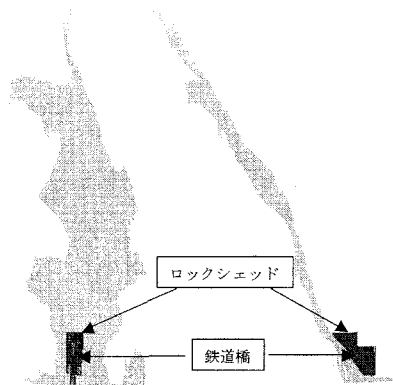


図-4 解析斜面

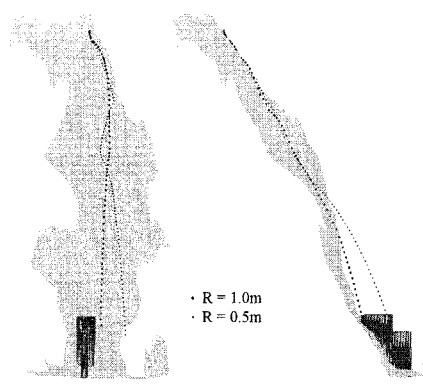


図-5 解析結果（落石軌跡）

では、今後落石実験等の解析及び検証を通じて、決定していく必要がある。本研究で示した事例では、速度エネルギー比 0.5 という値が用いられた。しかしこれは、この斜面における確定値ではない。このため、この斜面における落石現象を解析しようとする際、速度エネルギー比などの解析パラメータに幅を持たせ、多数回解析を行い解析結果の妥当性の評価を行う必要がある。

5. まとめ

本研究において剛体球要素を用いた 3 次元 DDA 解析を導入するとともに、この手法の有用性を確かめるために、落石問題に適用し解析を行った。

- 剛体球要素の 3 次元 DDA への導入

剛体球要素を導入することで、接触の判定において多面体の場合に比べ簡略化される。また、定式化において簡略化され、未知数は 3 次元の多角形要素の場合 12 であるのに対し、剛体球要素を用いた場合、未知数は 6 となり、大変位大変形の動的問題を効率的に計算をすることができる。

- 本手法の有用性

ある実斜面を対象とし落石の解析を行い、3 次元剛体球 DDA の落石解析への有用性を示した。

6. 参考文献

- 1) Chen, G. & Ohnishi, Y. 1999. Slope Stability Analysis Using Discontinuous Deformation Analysis Method. Proc. 37th U.S. ROCK MECHANICS SYMPOSIUM, Vail., Colorado, USA A.A. Balkema: Rotterdam, 535-541
- 2) 大西有三, 西山哲, 三木茂 2003: 3 次元粒状体 DDA とその応用, 計算工学講演会論文集 Vol.8, No.1, pp.171-174
- 3) Shi, G. 1988. BLOCK SYSTEM MODELING by Discontinuous Deformation Analysis, Ph.D Thesis, University of California, Berkeley, USA
- 4) Shi, G. 2001. Three Dimensional Discontinuous Deformational Analysis. Proc. 4th Int. Conf. On Analysis of Discontinuous Deformation, Glasgow, Scotland, UK. Nenad Bicanic, pp 1-21
- 5) Wu, J. 2003. Numerical Analysis of Discontinuous Rock masses Using Discontinuous Deformation Analysis, Ph.D Thesis, Kyoto University, Kyoto, Japan
- 6) 西村 浩史 2003: 不連続変形法(DDA)を用いた空積み石垣の安定性に関する研究, 京都大学大学院修士論文
- 7) (社)日本道路協会: 落石対策便覧に関する参考資料—落石シミュレーション手法の調査研究資料—平成 14 年 4 月