

落石運動に影響を与える不確定要因のモデル化と

3 次元軌跡解析

Treatment of uncertainties in a three-dimensional rockfall simulation

サンイン技術コンサルタント 谷口洋二*

鳥取大学工学部 西村 強**・精山誉志***・木山英郎**

Yoji Taniguchi, Tsuyoshi Nishimura, Takashi Seiyama and Hideo Kiyama

The major aim of rockfall simulations is to predict all possible trajectories of all potential rocks, in order to estimate impact stresses against protective structures. An optimum design requires flight heights and kinetic energy at any point in the topography. Such information will be given by a fully three-dimensional analysis. A numerical simulation using Distinct Element Method is developed for the study of the spatial movement of blocks striking a three-dimensional topography.

It is often said that rockfalls are highly uncertain phenomena, mainly due to uncertainties of the following parameters.

- Parameters related to the ground surface
- Parameters related to a rock block

Uncertainties of these parameters are treated in two manners. A case study of rockfall is also presented.

Key Words: Rockfall, Distinct Element Method, Three-dimension, Probability

1. はじめに

山地の多いわが国では、主要幹線道路や観光道路が、山間部を縫うように走っている。脆い地盤が広く分布しているため、降雨や地震等によって土石流や落石が発生し、道路が寸断されるあるいは重大な事故に通じるといった事例が後を絶たない。2000 年 10 月に発生した鳥取県西部地震においても落石が発生し、被害が発生している。山間地域での道路交通の安全確保は重要な問題といえる。

このうち落石についてみれば、ロックシェッドやストーンガードなどの防護施設の施工が進められている。しかし、このような防護工の設計に際しては、(1) 落石の発生位置、規模、(2) 落石の運動形態、最終落下位置および速度、(3) 到達域、などの推定などが必要となる。(1) に対しては、現地調査が有効な手段となる。一方、防護工への衝撃力の算定については、調査より明らかとなる落下の可能性のある岩塊の大きさ、斜面勾配や植生をもとに決定されるのが一般的であるが、落石の最終到達位置や跳躍運動を含む落石の運動エネルギーを算定する方法は確立されているとはいえない。岩塊を質点あるいは剛体と見なした解析が提案されている。このうちの多くは 2 次元解析であるが、これは、ある一鉛直断面内あるいは谷筋に沿った線上

* 正会員 サンイン技術コンサルタント

正会員 鳥取大学工学部土木工学科 *学生会員 鳥取大学大学院土木工学専攻

で実施されるため、軌跡の水平方向への広がりを表現できない。3次元解析を用いれば、水平方向への広がりや跳躍高さに関する解析が可能になる。この本文では、個別要素法を用いた3次元落石数値シミュレーションの開発について述べる。併せて、入力定数の不確定性の取り扱いについても考察する。

2. 落石の3次元数値シミュレーション法

ここで述べる計算モデルは、個別要素法 (DEM) ¹⁾ に基づいた完全に動力学的な3次元モデルである。このシミュレーション法の開発の大きなポイントは、剛体の3次元空間内における回転運動の表現にある。DEMについては、市販されているプログラムもあるが、地形を表現する固定座標系 (全体) と剛体要素の慣性座標系 (局所) の関係を簡略化して取り扱っているものが多い。その場合、後出式(3)-(5)からも理解できるように剛体の回転運動の表現に支障が発生すると判断される。本法では、これらに対しても厳密に定式化を施した。並進運動は次式のように記述できる。

$$\ddot{x}_i = F_i / m_i + g_i \quad (1)$$

ここに、 $\ddot{x}_i$ は剛体の重心の加速度、 F_i は、地表面との接触力、 m_i は剛体の質量、 g_i は重力加速度の成分、指標 i は 1 から 3 の値を取り、全体座標系を表現する。ここでは、 $i=3$ のとき、重力方向と一致する。一方、剛体の回転運動について示すと以下のとおりとなる。回転運動はオイラー式で表され、剛体要素の慣性主軸に対して記述される。

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_3 \omega_2 &= M_1 \\ I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_1 \omega_3 &= M_2 \\ I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_2 \omega_1 &= M_3 \end{aligned} \quad (2)$$

I_1, I_2, I_3 は慣性主軸モーメント、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ は主軸に対する回転速度、 M_1, M_2, M_3 は主軸周りの力のモーメントである。次式は、時刻 t の並進および回転速度を表す。

$$\dot{x}_i^{(t)} = \dot{x}_i^{(t-\Delta t)} + \ddot{x}_i^{(t)} \Delta t \quad (3)$$

$$\omega_i^{(t)} = \omega_i^{(t-\Delta t)} + \dot{\omega}_i^{(t)} \Delta t \quad (i=1, 2, 3) \quad (4)$$

次式より、回転増分が求まる。

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ -\cos\theta_3/\sin\theta_1 & \sin\theta_3/\sin\theta_1 & 0 \\ \cot\theta_1 \cos\theta_3 & -\cot\theta_1 \sin\theta_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\Delta\theta_i = \dot{\theta}_i \Delta t \quad (6)$$

ここで、 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ は全体座標 (固定座標) と回転後の慣性座標系のなす角度、すなわち、オイラー角と呼ばれる。 θ は次式のように頂点座標 $x_i^{(0)}$ の決定にも重要である。

$$x_i^{v(t+\Delta t)} = x_i^{v(t)} + \Delta x_i^{(t)} + e_{ijk} \Delta\theta_j (x_k^{v(t)} - x_k^{(t)}) \quad (7)$$

$x_i^{(0)}$ は、時刻 t の剛体要素の重心座標を表し、 e^{ijk} は交代テンソルと呼ばれる。

次に、岩塊と地表面の接触判定について述べる。地表面は三角形要素の分割し、できるだけ原地形に近づける。剛体要素の1頂点の三角形要素への接触は、剛体要素および三角形要素の頂点座標を水平面 (x_1 - x_2 面) に投影した後、図-1 を参照して、まず、次式を満足する必要がある。

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \quad (8)$$

ここに、 A は三角形要素の面積である。さらに、

$$dz = x_3^{v(t)} - \bar{x}_3^{v(t)} < 0 \quad (9)$$

なるとき、剛体要素 (岩塊) は地表面に接触していると判定でき、接触相手の三角形要素が特定できる。なお、 X_3^l が三角形要素の頂点の座標を示すとき、

$$\bar{x}_3^{v(t)} = \sum_{l=1}^3 X_3^l \frac{A_l}{A} \quad (10)$$

と求めることができる。

さて、以上のような衝突が発生したとき、岩塊は運動エネルギーを失う。これは、法線方向速度係数比 (反発係数) あるいは接線速度係数比と言う用語で表現されている。このような衝突に伴う運動エネルギーの損失を、DEM は図-2 に示すような粘性ダッシュポットにより表現している。接触力は接触平面に設けた直交座標系 (n, s, t) 内で計算される。この座標系において、 n は接平面の法線方向を表し、 s と t は接平面内にある。

接触力の算出について記すと次のようである。頂点の速度および変位増分は次のように書ける。

$$V_i = \dot{x}_i^{(t)} + e_{ijk} \dot{\theta}_j (x_k^{v(t)} - x_k^{(t)}) \quad (11)$$

$$\Delta U_i = V_i \Delta t \quad (12)$$

ΔU_i は、全体座標系から局所座標系への変換行列 $[T]$ を用いて次のように変換される。

$$\begin{pmatrix} \Delta u_s \\ \Delta u_t \\ \Delta u_n \end{pmatrix} = [T] \{ \Delta U_i \} \quad (13)$$

接触力は次の通りである。

$$\begin{aligned} e_n &:= e_n + k_n \Delta u_n & d_n &= \eta_n \Delta u_n / \Delta t \\ e_s &:= e_s + k_s \Delta u_s & d_s &= \eta_s \Delta u_s / \Delta t \\ e_t &:= e_t + k_t \Delta u_t & d_t &= \eta_t \Delta u_t / \Delta t \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 k_n , $k_s (= k_t)$ は接触剛性係数、 η_n and $\eta_s (= \eta_t)$ はダッシュポットの粘性係数である。

摩擦角 ϕ を導入して、 $\sqrt{e_s^2 + e_t^2} > e_n \tan \phi$ なるときには、

$$\begin{aligned} e_s &:= e_n \tan \phi \cdot e_s / \sqrt{e_s^2 + e_t^2} \\ e_t &:= e_n \tan \phi \cdot e_t / \sqrt{e_s^2 + e_t^2} \\ d_s &= d_t = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

となり、式(1)中の接触力は次のように求められる。

$$F_i^B = [T]^{-1} \begin{pmatrix} e_s + d_s \\ e_t + d_t \\ e_n + d_n \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$F_i := F_i + F_i^B. \quad (17)$$

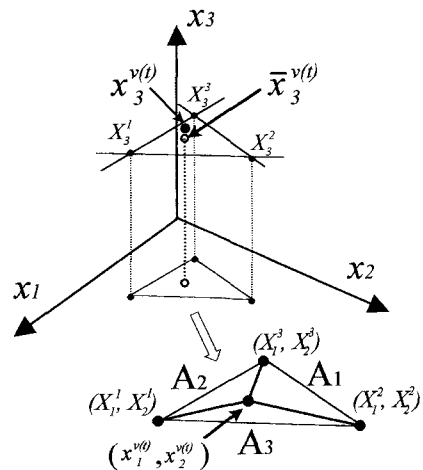


図-1 地表面の分割と接触判定

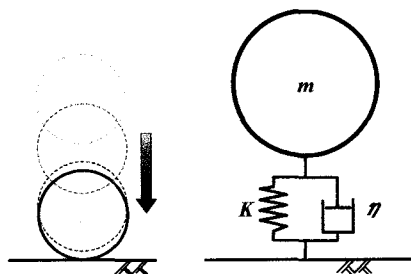


図-2 接触点に挿入したバネ-ダッシュポット系

慣性主軸周りのモーメントは次の通りである。

$$M_a := M_a - e_{abc} \frac{F_c^B}{c} \underline{x}_b^v \quad (18)$$

さて、図-2 中の粘性ダッシュポットは非弾性的衝突を理解するためのモデルであるので、粘性係数の実用的な決定法を検討しておく必要がある。ここでは、反発係数との関係について述べる。図-3 に示すように、接触面を $x_3=0$ に仮定し、岩塊が速度 v_1 を有して平面に時刻 t_1 に接触を開始し、 t_2 に非接触に復したとしよう。そして、この接触時の運動は次の方程式で表現できると考える。

$$m\ddot{x}_3 + \eta\dot{x}_3 + kx_3 = 0 \quad (19)$$

この式の解を利用すれば、次式を得ることができる。

$$v_2 = -v_1 \exp\left(-\beta \frac{\pi}{\omega_d}\right) \quad (20)$$

ここに、 $\beta = \eta/m$, $\omega_d = \sqrt{\omega_n^2 - \beta^2}$, $\omega_n = K/m$.

反発係数は次のようになる。

$$Re = \frac{v_2}{v_1} = \exp\left(-\beta \frac{\pi}{\omega_d}\right) \quad (21)$$

$C = \eta/\eta_0$ として、臨界減衰係数 ($\eta_0 = 2\sqrt{mK}$) を用

いて書きかえると、

$$Re = \exp\left(-\frac{C\pi}{\sqrt{1-C^2}}\right) \quad (22)$$

また、この関係を図化すれば、図-4 のようになる。図中の●印は、本解析プログラムの結果である。室内落下反発試験および解析を実施して反発係数と粘性係数比の関係を検討したが、この図（あるいは式）は粘性係数の決定に有効であることを確認している²⁾。

3. 入力変数の不確定性

- 確率論的アプローチ -

落石の運動を解析するには、次のような岩塊の諸元や地表面との接触に関する事項を把握する必要がある。

- 岩塊に関する事項、

体積、密度、形状、初期位置、初速度など、

- 地表面に関する事項、

表面形状、地表面の微視的变化、接線および法線方向速度比、摩擦係数など。

しかし、これらに関する情報を、事前に把握することは難しく、何らかの値を仮定する、さらにはある分布を持つ量として取り扱わざるを得ないことになる。本例では、これらの事項は2つの区分で取り扱うことにした。1つは“random”と呼ぶものであり、もう1つは“unknown”と呼ぶ区分である。random に属す変数は予め定義した分布に従い取り扱えるとする。この分布には、一様分布（最大値と最小値が既知）、三角形分布（前掲に加え、平均値かモード）あるいは正規分布等を用いる。一方、unknown に区分する変数は、解析に際して未知であり、何らかの値を仮定する。つまり、random に区分した変数は、用いられるとき（例えば、

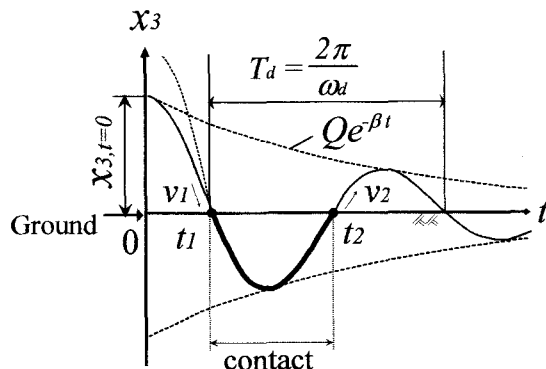


図-3 減衰のある一自由度系の運動方程式の解

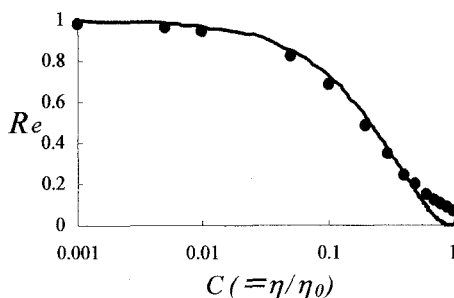


図-4 反発係数と粘性係数比の関係

岩塊が地表面に接する毎に), モンテ・カルロ法により, 既知の分布形に基づき決定されるのに対し, unknown に区分にした変数は岩塊の運動開始前に与えられ, その試行中は一定値として取り扱う. 当然, unknown とした変数の値を, 適宜変化させて試行を繰り返し, 運動軌跡への影響を知ることは可能である.

4. 落石軌跡解析への適用

本章では, 以上に述べたシミュレーション法による解析例を示す. 対象地点では, 古生層の泥質千枚岩が見られ, 風化が進行している. 落石の供給部分となる地点の断面図を示すと図-5 となる. また, 地形の概観を示すと図-6 のようになる. 尾根部を連ねる断面では, 斜面高さは 50m であり, 最大傾斜角は 90° に近く, 平均傾斜角は 40° となっている. この解析では, 入力条件次のように取り扱った.

- random とした事項

粘性係数比 $\eta/\eta_0 = \bar{\eta}/\eta_0 \pm 20\%$
(正規分布)

- unknown とした事項

岩塊の形状, 初期位置, 初速度, 地表面を表す三角形頂点の座標値, 地表面の微視的变化, 粘性係数比 η/η_0 と ϕ の中央値 ($\bar{\eta}/\eta_0$, $\bar{\phi}$)

これらの事項については, 次のような値を与えた.

- 形 状: 立方体,
- 大 き さ: $1\text{m} \times 1\text{m} \times 1\text{m}$,
- 密 度: 2.650Mg/m^3 ,
- 粘 性 係 数 比: $\bar{\eta}/\eta_0 = 0.16$
($R_e = 0.60$),
- 表面摩擦角: $\bar{\phi} = 30^\circ$

初期位置は, 一様分布を仮定して試行を繰り返すとともに, 表-1 に示す 5 例について解析を実施した.

図-7 は, 要素重心の軌跡を水平面への投影したものである. 各 Case, 5000 回の試行のうち, 500 例を示した. また,

これらの試行の結果から落石要素の最終停止位置を図-8 に示した. 初期位置から軌跡解析を繰り返し, 同じ標高まで到達した時の運動エネルギーの平均値を軌跡上に円として図-9 に示した. また, 解析領域内で停止した例の最終停止位置を密度マップとして図-10 に示した. これらの結果より, 尾根地形においては, 落石発生位置がわずかに変動するだけでも, 広範囲にわたって到達することがわかる.

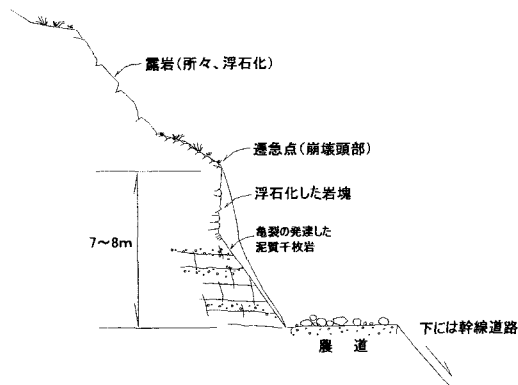


図-5 落石発生点の断面図

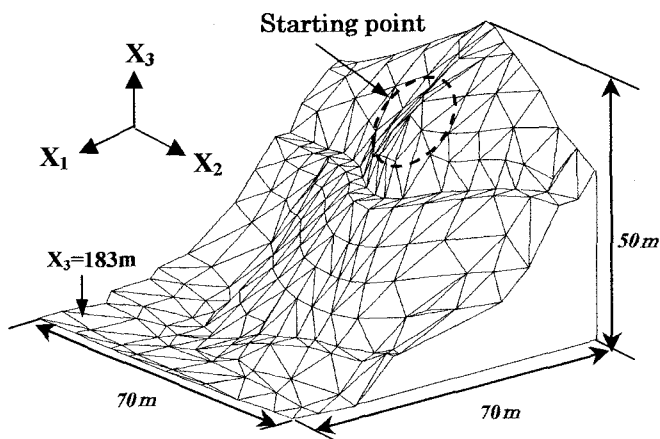


図-6 解析モデル図

表-1 落石要素の初期位置

case	$X_1(\text{m})$	$X_2(\text{m})$	$X_3(\text{m})$
A	18.50	41.55 ± 0.05	226.00 ± 0.50
B	22.00	42.55 ± 0.05	224.50 ± 0.50
C	22.50	45.05 ± 0.05	224.50 ± 0.50
D	19.50	45.05 ± 0.05	226.00 ± 0.50
E	22.00	47.55 ± 0.05	222.50 ± 0.50

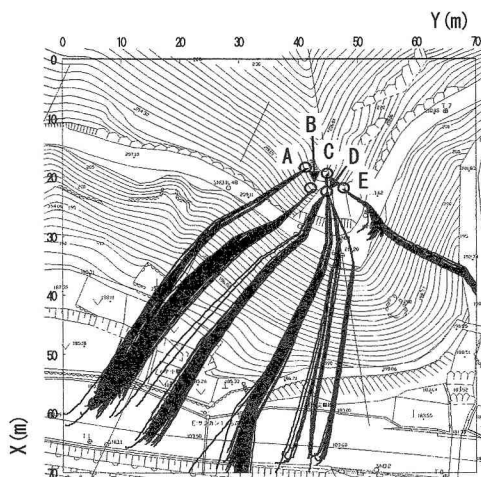


図-7 要素重心軌跡の水平面への投影図

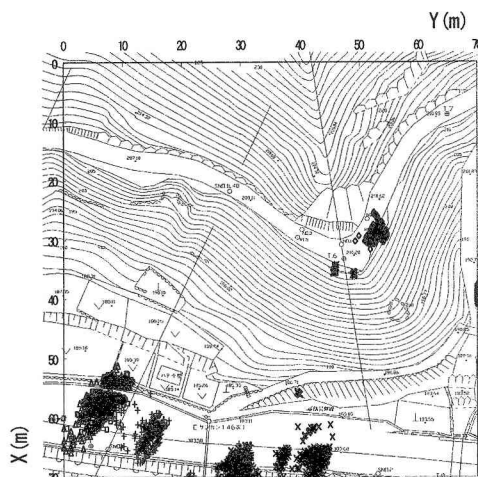


図-8 岩塊の最終到達位置

5. まとめ

落石が生活圏や交通施設におよぶ可能性を評価し、かつ到達速度などの客観的な設計資料を提供することが、このような数値解析法の役目である。本研究で示したことをまとめると以下になる。

1. 落石の運動に影響を与える事項を二つに区分し、それらの運動解析への与え方について考察した。
2. 上記 1.の内容を元に、入力条件の不確定性を考慮した 3 次元モデルを開発した。そして、ある地点を対象として解析を実施し、運動軌跡、落石の到達域、運動エネルギーの結果を示した。

参考文献

- [1] Cundall, P. A., 1971. A Computer model for Simulating Progressive, Large-scale Movements in Blocky Rock Systems. Symposium on Rock Mechanics. Nancy. Vol. 2, pp.129-136.
- [2] 精山 誉志, 谷口 洋二, 木山 英郎, 西村 強. 2003. 落石運動に関する個別要素解析と室内簡易模型実験, 平成15年度土木学会学術講演会概要集, 第3部門, pp.683-684.

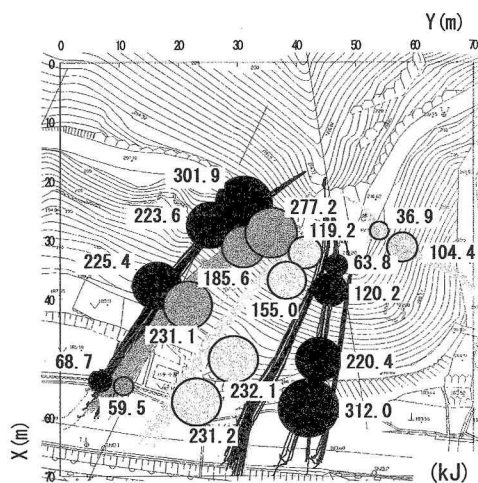


図-9 運動エネルギー

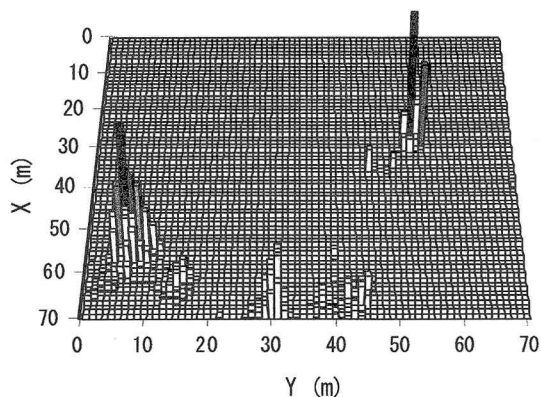


図-10 最終到達位置の密度マップ