

応力変化によって生じる間隙水圧変化に関する考察 — 岩盤と土質材料の比較 —

Consideration of Pore Pressure Response due to Loading - Comparison Between Rock and Soil -

細谷真一*・徳永朋祥**

Shinichi HOSOYA and Tomochika TOKUNAGA

Effective stress coefficient α , Skempton's B, and specific storage S_s are parameters which describe coupled phenomena with deformation and fluid flow. Since rock is much stiffer than soils, common assumptions of incompressible solid and fluid in soil mechanics are not adequate to rocks. Therefore, more general definitions of these parameters are introduced and examined. The results show that adequate definitions of these parameters for rocks are slightly different from those for soils.

Key Words: poroelasticity, effective stress, specific storage, pore pressure, consolidation

1. はじめに

被圧帯水層で揚水を行う場合には、比貯留係数（あるいは、比貯留率）として地盤の変形を考慮する。また、飽和地盤の変形を考える場合には、有効応力として間隙水圧の影響を考慮する。このような変形と地下水流動の連成理論は、未固結な砂や粘土（土質材料）を対象とした圧密理論（土質力学）や井戸理論（地下水学）として発展してきたが、連続体と考えることができる場合には岩盤に対しても適用されている。

しかし、岩盤と土質材料では変形特性や間隙率が大きく異なるため、土質材料に特有な仮定を設けて定義された有効応力や比貯留係数がそのまま岩盤に適用できるとは限らない。そこで本稿では、より一般的な変形と地下水流動の連成理論を出発点として、土質力学や地下水学で用いられている有効応力や比貯留係数が前提としている条件を明らかにするとともに、これらの概念の岩盤への適用性を考察する。

本稿では、地盤・岩盤を連続体として取り扱い、これらを線形等方弾性体と仮定する。このとき、変形と流体流動の連成挙動は多孔質弾性論(Biot(1941), 細谷・徳永(2003))によって体系化されるため、これに基づいて考察する。なお、すべての物理量は平衡状態からの偏差を表し、変化量は微小であるとする。

2. 有効応力係数・Skempton の B 値・比貯留係数の意味と定義

本稿では、変形と地下水流動の連成挙動を特徴付けるパラメータとして、有効応力係数 α 、Skempton の B 値、比貯留係数 S_s について考察する。はじめに、これらの定義、関係する現象、工学的意義について述べる。

(1) 有効応力係数 α

有効応力は、接触している固体粒子間に働く応力を意味し、多孔質材料の変形挙動を支配する。土質力学では(1)式のように表されることが多いが、多孔質弾性論では(2)式で表される(Wang(2000))。

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \quad (1)$$

* 正会員 (株)ダイヤコンサルタント ジオエンジニアリング事業部

** 正会員 工学博士 東京大学大学院工学系研究科地球システム工学専攻

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \alpha p \delta_{ij} \quad (2)$$

ここに、 σ'_{ij} は有効応力(引張を正)、 σ_{ij} は全応力(引張を正)、 p は間隙水圧、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタを表す。 $\alpha=1$ のとき(2)式は(1)式に一致するので、(2)式は(1)式よりも一般的な表現となっている。このパラメータ α は有効応力係数と呼ばれ、多孔質材料(バルク)の排水条件における体積弾性率 K と固体粒子部分の体積弾性率 K_s (厳密には孤立間隙も含む)を用いて(3)式のように表され、 $0 \leq \alpha \leq 1$ の値をとる(Skempton(1960))。

$$\alpha = 1 - K/K_s \quad (3)$$

(2) Skempton の B 値

Skempton の B 値は、次式で定義されるように、非排水条件下で拘束圧 $\sigma_{kk}/3$ を変化させたときの間隙水圧変化の比率を意味する(Skempton(1954))。

$$B = -\delta p / \delta(\sigma_{kk}/3)_{undrained} \quad (4)$$

したがって、盛土などの载荷(応力変化)によって载荷直後に発生する過剰間隙水圧の大きさ、気圧変動による間隙水圧変化の大きさなどはこの値と密接な関係にある。Terzaghi の圧密理論のように、土質材料では $B=1$ とみなすことが多く、このとき一次元载荷によって载荷直後に単位面積あたりの荷重と同じ過剰間隙水圧が発生する。

多孔質弾性論では、Skempton の B 値は次式のように表現され、 $0 \leq B \leq 1$ の値をとる(Wang(2000))。

$$B = \frac{1/K - 1/K_s}{1/K - 1/K_s + \phi(1/K_f - 1/K_\phi)} \quad (5)$$

ここに、 K_f は流体の体積弾性率、 ϕ は間隙率、 K_ϕ は間隙部分の体積弾性率である。多孔質材料が単一鉱物から構成されているときには $K_\phi=K_s$ の関係が成り立つので、本稿ではこれを仮定する。

(3) 比貯留係数

比貯留係数は、変形が鉛直方向のみかつ鉛直方向の応力が不変という仮定のもとに、単位水頭の減少 dh によって単位体積の多孔質材料から排出される流体の体積として定義される(例えば、徳永(1998))。

$$S_s = (dm_f/dh)/\rho_f \Big|_{assumptions \text{ in text}} \quad (6)$$

ここに、 dm_f は単位体積あたりの流体の質量変化、 ρ_f は流体の密度を表す。被圧帯水層や深部岩盤から揚水した場合のように非定常な地下水流動を考えるとときには、比貯留係数は必須のパラメータである。

多孔質弾性論では、比貯留係数は以下のように表現される。

$$S_s = \rho_f g \left[(1/K_v) + (\phi/K_f) - (1+\phi)/K_s \right] \quad (7)$$

ここに、 K_v は一次元変形時の多孔質材料の排水条件における体積弾性率であり、 K と排水条件におけるポアソン比 ν を用いて(8)式のように表される。

$$K_v = 3K[(1-\nu)/(1+\nu)] \quad (8)$$

ν の取りうる値の範囲($0 \leq \nu \leq 0.5$)を考慮すると、両者の関係は $1 \leq K/K_v \leq 3$ であることがわかる。 K や K_v が地盤材料によって数オーダーの差異があることを考慮すると、 K と K_v の差異は最大でも半オーダーと小さい。

3. 土質材料と岩盤の有効応力係数・Skempton の B 値・比貯留係数の比較

有効応力係数 α 、Skempton の B 値、比貯留係数 S_s は(3)、(5)、(7)式によって、 K または K_v および K_s, K_f, ϕ によって表される。したがって、これらが既知であれば、対象とする地盤・岩盤の有効応力、外力を急激に与えた直後の間隙水圧変化、揚水時の間隙水圧の非定常変化(このときは透水係数も必要)などを推測することができる。

ところで、流体として水を考えた場合には、 $K_f=2.3\text{GPa}$ である。また、石英、長石などの造岩鉱物の体積弾性率は $30\sim 80\text{GPa}$ の範囲にあるため(例えば、Mavko et al.(1998))、 K_s は石英の体積弾性率 37GPa で代表させて考える。これに対して、図-1に示すように K, K_v, ϕ は、地盤・岩盤の種類によって大きく異なる。また、 K, K_v と ϕ の間には明瞭な相関性が認められ、 ϕ が小さいほど K, K_v が大きい。このことは、間隙形状を考慮した理論によっても説明される(例えば、Berryman(1995))。したがって、 K または K_v によって、 α, B, S_s の概算値を推定することが可

能である。あるいは、 ϕ によってもこれらの概算値を推定することが可能であることを示唆している。

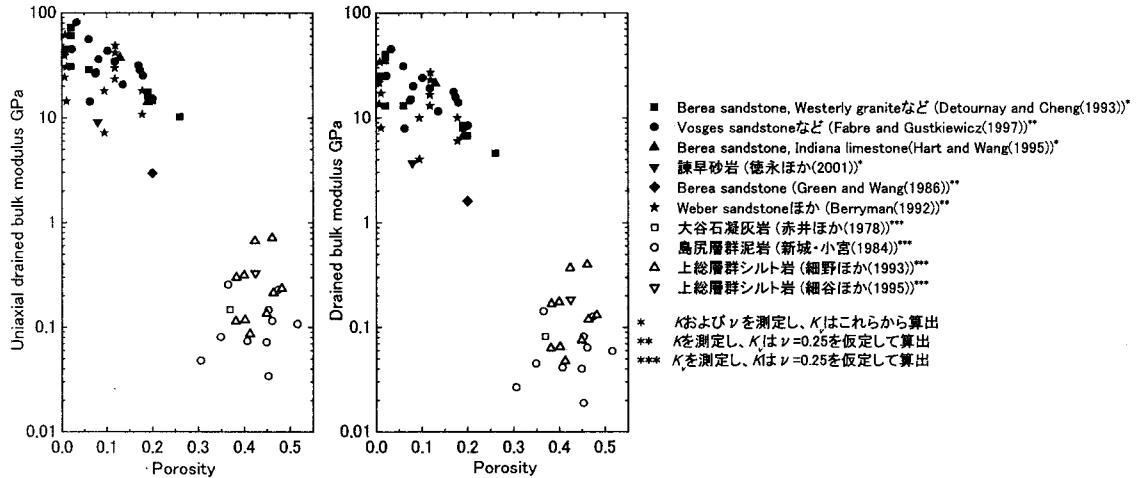


図-1 (左)一次元変形時の多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K_v と間隙率 ϕ
 (右)多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K と間隙率 ϕ

ここでは、 K と K_v の差異は最大でも半オーダーであることを考慮して、 K または K_v が地盤・岩盤の変形特性を最も端的に表すパラメータであるとみなし、これと α, B, S_s の関係を考察する。

(1) K, K_v が $K_f(2.3 \text{ GPa})$ よりも十分に小さい($K, K_v \ll K_f, K_f$)とき

(3),(5),(7)式において、 $K, K_v \ll K_f$ とくと、 α, B, S_s はそれぞれ以下のように表される。

$$\alpha = 1 \quad (9)$$

$$B = 1 \quad (10)$$

$$S_s = \rho_f g / K_v \quad (11)$$

すなわち、 K が K_f よりも十分に小さいときには、多孔質材料の変形が大きいために固体部分と流体部分の変形が無視できる。

(2) K, K_v が $K_s(37 \text{ GPa})$ よりも十分に小さい($K, K_v \ll K_s$)とき (ただし、 K_f よりはやや小さい程度のとき)

(3),(5),(7)式において、 $K, K_v \ll K_s$ とくと、 α, B, S_s はそれぞれ以下のように表される。

$$\alpha = 1 \quad (12)$$

$$B = K_f / (K_f + \phi K) \quad (13)$$

$$S_s = \rho_f g (1/K_v + \phi/K_f) \quad (14)$$

すなわち、 K が K_s よりも十分に小さいときには、多孔質材料および流体部分の変形が大きいために固体部分の変形が無視できる。

(3) K, K_v が $K_f(2.3 \text{ GPa})$ と同等もしくはそれより大きい($K_f \leq K, K_v$)とき

このときは、多孔質材料、流体部分、固体部分のすべての変形を考慮する必要があるため、 α, B, S_s は(3),(5),(7)式で表される。 $K_f \ll K_s$ とみなして、固体部分の変形を無視できるようにも考えられるが、 K, K_v が大きい材料は間隙率が小さいため(図-1 参照)、流体変形量も小さく固体部分の変形量は無視することは適切ではない。

K または K_v と α, B, S_s の関係を図-2および図-3に示す。 α については(3)式の関係、 B 値については(5), (13)式の関係を図示した。また、 S_s については、(7), (11), (14)式の関係を図示した。

有効応力係数 α については、(3)式に $K=1.1 \text{ GPa}$ を与えたときに、 $\alpha=0.97$ となる。図-2を参考にすると、 $K < 1.1 \text{ GPa}$ の場合には、0.03の誤差を許容すれば(9),(12)式のように $\alpha=1$ とみなすことができるが、 $K > 1.1 \text{ GPa}$ のときには $\alpha < 1$ であることがわかる。図-1を参考にすると、上総層群や大谷石のように軟岩と呼ばれる岩盤では $\alpha=1$ とみなしてよいが、それよりも硬質の岩盤では $\alpha < 1$ となるため、(2)式による有効応力を用いる方が適切である。

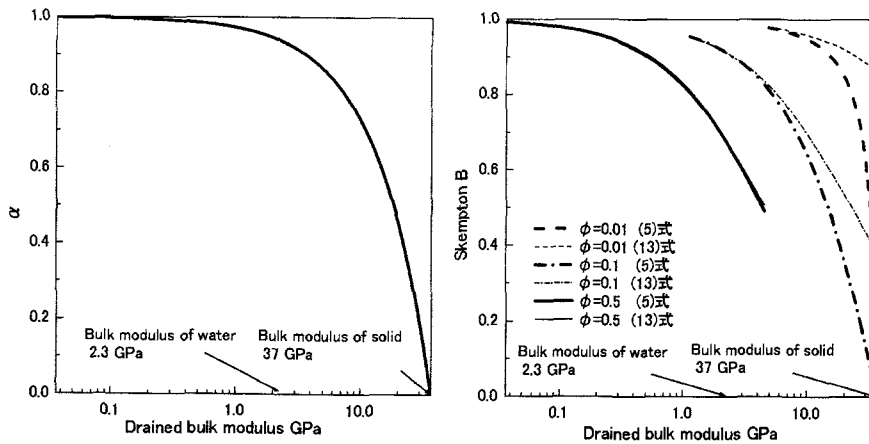


図-2 (左)多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K と有効応力係数 α の関係
(右) 多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K と Skempton の B 値との関係
太線が(5)式に基づく K と B の関係を示し、細線は(13)式に基づく K と B の関係を示す
図-1 を参考に、間隙率 ϕ を規定したとき、現実的ではない K の範囲は除外している
いずれも $K_s=37$ GPa、 $K_f=2.3$ GPa において

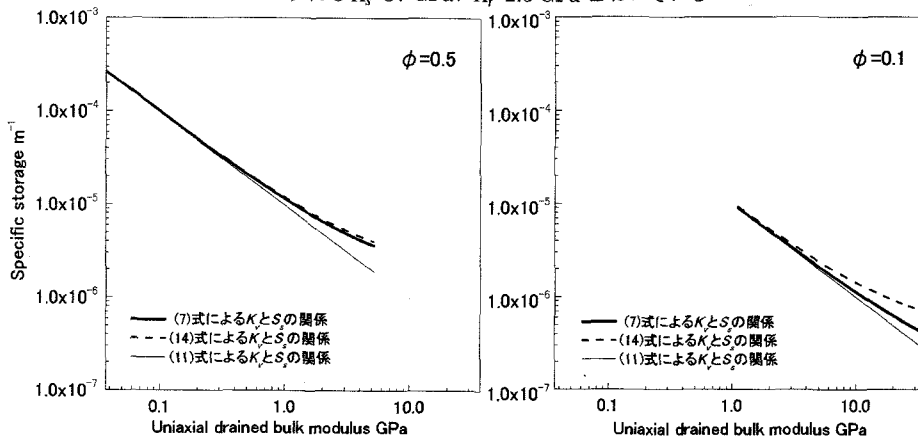


図-3 一次元変形時の多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K_v と比貯留係数 S_s の関係
(左) $\phi=0.5$ のとき (右) $\phi=0.1$ のとき 両図とも $K_s=37$ GPa、 $K_f=2.3$ GPa において
太線が(7)式による K_v と S_s の関係、点線は(14)式による K_v と S_s の関係、細線は(11)式による K_v と S_s の関係を示す

Skempton の B 値については、 $K=0.15$ GPa、 $\phi=0.5$ としたとき $B=0.97$ となる。また、 $K=7.4$ GPa、 $\phi=0.1$ を与えたとき、(5)式と(13)式で求めた B の差が 0.03 を越える。すなわち、 $K<0.15$ GPa 程度(K_s 、 ϕ にも多少依存するため)のときには、 $B=1$ とみなすことができるが、 0.15 GPa $< K < 7.4$ GPa 程度の場合には流体部分の変形を考慮した(13)式を、 $K>7.4$ GPa 程度の際にはさらに固体部分の変形を考慮した(5)式を適用する必要がある。図-1 を参考にすると $K=0.15$ GPa は上総層群のような軟岩相当の値であり、これよりも K の小さい土質材料では $B=1$ とみなすことが妥当であるが、これよりも K が大きい岩盤では、(5)式、または(13)式で表されるように $B<1$ となる。

比貯留係数については、 $K_v=0.5$ GPa、 $\phi=0.5$ のときに(11)式と(14)式から算出した S_s の比が 0.9 となる。また、 $K_v=3.5$ GPa、 $\phi=0.1$ のときに(7)式と(14)式から算出した S_s の比が 1.1 になる。すなわち、 $K_v<0.5$ GPa 程度の際には固体部分と流体部分の変形しないと仮定した(11)式を、 0.5 GPa $< K_v < 3.5$ GPa 程度の際には流体部分の変形を考慮した(14)式を、 $K_v>3.5$ GPa 程度の際にはすべての変形を考慮した(7)式を適用する必要がある。図-1 を参考にすると、上総層群のような軟岩ではほぼ $K_v<0.5$ GPa となるが、それよりも硬質の岩盤では 0.5 GPa、さらには 3.5 GPa を越える K_v の値を示すものも多い。地下水学では、比貯留係数を(14)式のように表すことが多い(例えば、山本(1983))が、硬質の岩盤に(14)式を適用した場合には、固体部分の変形を考慮しないことによって比貯留係数を

わずかに過大に評価する可能性があることがわかる。この場合には(7)式がより適切な表現となっている。

これまでの議論を受けて、 K , K_v の値に応じた適切な α , B , S_s と K , K_v などの関係を図-4 にまとめる。

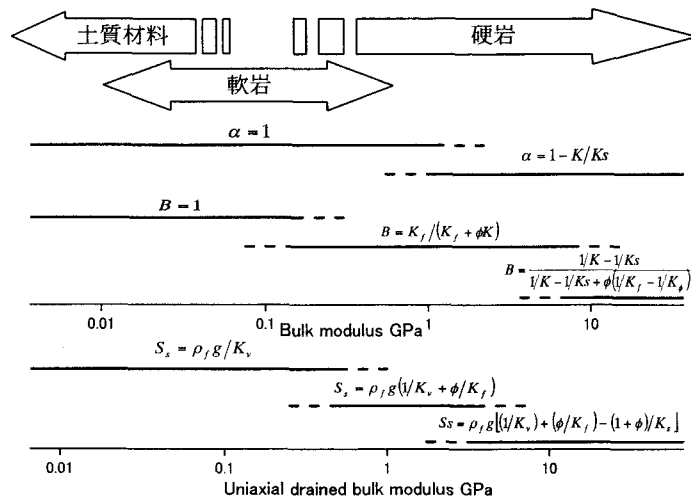


図-4 多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K と一次元変形時の多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K_v を指標とした場合の有効応力係数 α 、Skempton の B 値、比貯留係数 S_s の適切な関係
 $K_s=37$ GPa, $K_f=2.3$ GPa, $\phi=0.5$ または 0.1 としている(これらにも多少依存する)

4. 応力変化によって生じる間隙水圧変化－岩盤の場合

前節では、 α , B , S_s のそれぞれについて、岩盤では土質材料や帯水層を構成する材料よりもバルクの体積弾性率 K が大きいので、固体部分や流体部分の変形を考慮する必要があることを示した。 α , B , S_s のうち、 B は室内で測定が可能であるため、いくつかの測定例がある(図-5 の凡例参照)。そこで、前節で述べた考え方を確認するために、理論的に予測される K と B の関係を示した図-2 に実際の測定値を重ね合わせた図を図-5 に示す。間隙率や構成鉱物の差異などによってばらつきは大きいものの、 B が 1 よりも小さい測定値が得られていることが確認できる。

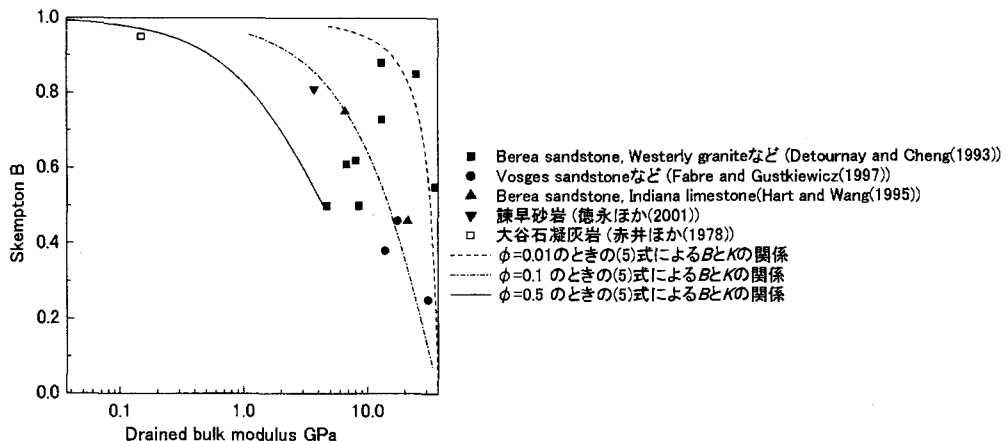


図-5 多孔質材料の排水条件における体積弾性率 K と Skempton の B 値との関係
 多孔質弾性論における関係(実線、破線、鎖線)と実際の測定結果の比較
 多孔質弾性論における関係では $K_s=37$ GPa, $K_f=2.3$ GPa としている

B 値を原位置で求めることは困難であるが、(15)式のように表される Loading efficiency γ は、原位置に設置した間隙水圧計によって求めることができる場合がある。

$$\gamma = \frac{1/K_v - 1/K_s}{1/K_v - 1/K_s + \phi(1/K_f - 1/K_s)} \quad (15)$$

気圧変化を一次元的な载荷とみなすことができる場合には、非排水条件下における間隙水圧の応答は(16)式のように表される(例えば、細谷・徳永(2003))。

$$p = -\gamma P_a \quad (16)$$

ここに、 P_a は気圧変化量(引張を正)である。したがって、気圧変化とそれに応答する間隙水圧変化を測定し、間隙水圧が非排水条件下で応答していることが確認できた場合(時間差がないことを確認すればよい)には、両者の比として γ を求めることができる。(15)式と(5)式の比較からわかるように、 K を K_v に置き換えることによって、 B についての議論を γ に適用することができる。したがって、土質材料では $\gamma=1$ となるが、岩盤では $\gamma<1$ となることが予測される。Hosoya and Tokunaga(2003)は新第三紀の軟岩を対象に $\gamma=0.47\sim0.56$ の値を得ており、原位置の岩盤でもこれまで考察してきた考え方が有効であることが確認できる。また、(15)式および図-4は K_v が大きいかつ ϕ が小さいほど γ が小さくなることを示唆しており、 K_v と ϕ が既知の場合には、気圧変化に伴う間隙水圧変化量が予測できること、逆に、気圧変動に伴う間隙水圧変化から岩盤の変形特性が把握できることを意味している。

5. まとめ

本稿では、有効応力係数 α 、Skemptonの B 値、比貯留係数 S_s について、最も一般的な表現を示し、この特殊な場合として固体部分および流体部分が変形しないと仮定できることを述べた。また、そのように仮定したときに土質力学や井戸理論で一般的な α 、 B 、 S_s に関する表現が導かれることを示した。さらに、排水条件下における体積弾性率 K または一次元変形時の排水条件における体積弾性率 K_v が相対的に大きい岩盤は土質材料とは異なり、 α 、 B 、 S_s を考える場合に固体部分あるいは流体部分の変形を考慮する必要があることを述べた。最後に、室内で測定されたSkemptonの B 値あるいは間隙水圧の気圧変化に伴う応答から得られたLoading efficiency γ が、理論的に予測されるとおり岩盤では $B<1$ および $\gamma<1$ であることを示した。本稿で述べた考え方は、土質材料や帯水層を対象に発展してきた流体と変形の連成パラメータを岩盤に適用する場合には、固体部分あるいは流体部分の変形を考慮することの重要性を示すものであり、岩盤を対象とした連成現象の今後の理解に役立つものである。

参考文献

- 赤井浩一・足立紀尚・西 好一(1978):堆積軟岩(多孔質凝灰岩)の弾塑性挙動,土木学会論文報告集,271,83-95.
- Berryman,J.G.(1992):Effective stress for transport properties of inhomogeneous porous rock, *J. Geophys. Res.*, 97,17409-17424.
- Berryman,J.G.(1995):Mixture theories for rock properties, in *A Handbook of Physical Constants*, T.J. Ahrens, ed. American Geophysical Union, Washington, D.C., 205-228.
- Biot,M.A.(1941):General theory of three-dimensional consolidation, *J. Appl. Phys.*, 12,155-164.
- Detournay,E. and Cheng A. H.-D.(1993):*Fundamentals of Poroelectricity*. In *Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects*, Vol. 2, ed. J.A. Hudson, 113-171. Pergamon Press, Oxford, UK.
- Fabre,D. and J.Gustkiewicz(1997):Poroelectric properties of limestones and sandstones under hydrostatic conditions, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 34,127-134.
- Green,D.H. and H.F.Wang(1986):Fluid pressure response to undrained compression in saturated sedimentary rock, *Geophysics*, 51,948-956.
- Hart,D.J. and H.F.Wang(1995):Laboratory measurements of a complete set of poroelectric moduli for Berea sandstone and Indiana limestone, *J. Geophys. Res.*, 100,17741-17751.
- 細野高康・小泉和広・杉田信隆・小川正二(1993):上総層群の高圧圧密特性,応用地質,34(5),223-232.
- Hosoya,S and T.Tokunaga(2003): Estimation of hydraulic properties from pore pressure fluctuation induced by atmospheric loading, Proceedings of the 7th international symposium on recent advances in exploration geophysics in Kyoto, 77-86.
- 細谷真一・徳永朋洋(2003):間隙水圧の気圧変動応答、地球潮汐応答を用いた水理特性評価技術の展望,地下水学会誌,45,299-318.
- 細谷真一・徳永朋洋・高橋孝・小島圭二・登坂博行(1995):三軸圧縮試験機による堆積軟岩の高圧 K_v 圧密試験第26回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集,271-275.
- Mavko,G.,T. Mukerji and J.Dvorkin(1998):*The Rock Physics Handbook*, Cambridge University Press, UK.
- Skempton,A.W.(1954):The pore pressure coefficients A and B, *Geotechnique*, 4,143-147.
- Skempton,A.W.(1960):Effective stress in soils, concrete and rock, in *Pore Pressure and Suction in Soils*, Butterworths, London, 4-16.
- 新城俊也・小宮康明(1984):第三紀層泥岩の高圧圧密特性,土と基礎,32(2),11-16.
- 徳永朋洋(1998):貯留係数に関する一、二の議論, 応用地質,39(5),475-479.
- 徳永朋洋・青柳理香・茂木勝郎・亀谷裕志・登坂博行(2001):流体圧力・歪の同時計測による透水係数および貯留係数の求め方について,応用地質,42(4), 208-213.
- 山本莊毅(1983):新版 地下水調査法,古今書院.
- Wang,H.F.(2000):*Theory of Linear Poroelectricity*, Princeton University Press, Princeton.