

トレースサンプリングのシミュレーションとAICを用いた岩盤亀裂サイズ分布推定手法について

Development of fracture size distribution method using trace sampling simulation and AIC

重野 喜政

Yoshimasa SHIGENO

The new method to infer rock fracture size distribution is proposed in this paper. In this method, trace sampling simulation and AIC are used to determine the distribution function type and its parameters. Relative frequency density of trace length is calculated by trace sampling simulation and is considered as PDF. The PDF is used to examine log likelihood value. Maximum log likelihood estimation is searched using grid method and then AIC is evaluated. First this new method is described in detail and then its accuracy is examined by the numerical test. As a result of the test, good accuracy is obtained over all distributions and the effectiveness of this new method can be shown.

keywords : fracture size, statistical analysis, AIC

1. はじめに

岩盤のモデル化に際し、多数の亀裂を考慮する必要がある場合には、幾何学的特性を確率論的にモデル化することがある。確率論的にモデル化される幾何学的特性の内、亀裂の大きさに関しては、2次元情報から3次元特性を推定する困難さから多くの試みがなされてきた。現在一般的に用いられるのは、Hudsonのスキャンラインを用いた手法か、Kulatilakeのウィンドウサンプリングを用いた手法であろう。両者とも優れた手法だが、式を導出した条件に拘束される煩わしさがある。これに対して、計算機上でトレースサンプリングを模擬して得られるデータと実測値とを比較することにより分布を推定する手法がある(Dershowitz 91)。この手法の特徴は、トレースサンプリングを行った状況に柔軟に対応できる点である。トレースサンプリングの模擬による手法は、基本的な手順はほぼ確立している。しかしながら、各過程で用いる具体的な手法に関しては、様々なアプローチが考えられる。特に、分布パラメーターの推定と分布形の選択に関しては、様々な方法を試みる必要があると考える。著者は、分布の選択はAICの利用が有効であるという観点から、分布パラメーターの推定に最尤法を用い、分布の選択にはAICを用いる手法を開発した。本論文では開発した手法の説明と、数値試験によりその精度を調べた結果について述べる。

2. 亀裂サイズ分布推定手法

亀裂サイズ分布の推定では、亀裂の形状を仮定する必要がある。亀裂の形状に関しては諸説があるが、ここでは、幾何学的な取り扱いの容易さから円盤であると仮定し、円盤の半径分布を亀裂サイズ分布とする。推定は次の手順で行う。①事前に求めた方向分布、中心分布に従い、亀裂の方向、中心を発生する、②亀裂半径分布を仮定し、半径を発生する、③設定したトレース面と仮定した亀裂分布を用いてトレースサンプリングを模擬する、④模擬したトレース長と実測値の分布とを比較する、⑤②～③を繰り返すことにより最

適な分布パラメーターを求める、⑥複数の半径分布関数から最適なものを選ぶ。

この手法の最大の特徴は先述した適用の柔軟性にある。③の段階で実際にトレースをサンプリングした状況を再現すれば、トレース面に関する条件に制限を加える必要はなく、トレースのバイアスに対する補正も不要である。特に、TBMによって掘削した断面でのトレースサンプリングは従来の手法では処理が難しく、本手法の適用が有効であると考えられる。

上記の手順の内、⑤⑥の分布パラメーターの最適化と分布の選択では、最適化の指標とアルゴリズムの選択が手法全体の精度と効率性を左右することになり重要である。Dershowitzらは、模擬により得られたトレース長分布と実測値の適合度を指標としている(Dershowitz 91)。しかしながら適合度はもともと2つの分布の適合性を判定する指標であり、分布パラメーターの推定や分布モデルの選択には利用しにくい点がある。特に分布モデルの選択では、AICを用いた方がより有効であると考えられる。なぜならば、AICでは、分布パラメーターの増大による自由度の増大が及ぼす影響を考慮することができるからである。AICの計算には、最大対数尤度が必要である。そのため、⑤分布パラメーターの最適化には最尤法を用いる。

最大対数尤度の計算には、トレース長分布の確率密度関数(PDF)が必要である。しかし、様々なサンプリング状況において、トレース長分布のPDFを定式化するのは困難である。そこで、サンプリングの模擬により得られた多数のトレース長から相対度数分布を求め、その相対度数密度をトレース長分布の確率密度関数の近似値として用いることにする。つまり、トレース長のPDFをモンテカルロ法により近似的に求め、対数尤度を計算することにより分布のパラメーターの推定と分布モデルの選択を行うのである。

半径分布を表す確率密度関数には指数分布、対数正規分布、ガンマ分布を用いる。これらの分布を用いるのは、既存の報告で亀裂サイズ分布がこれらの内のいずれかとなることが多いためである。

本節で説明した手法の流れ図を図1に示す。

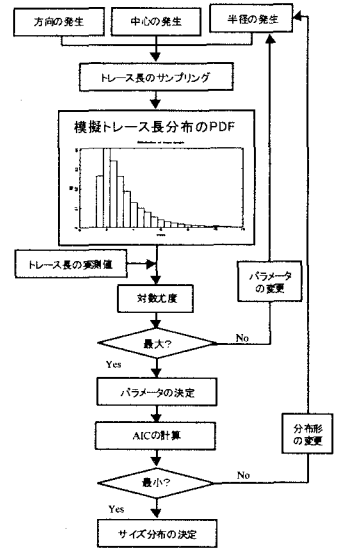


図1 亀裂サイズ分布パラメーター推定手法

3. 最尤点探索グリッド

最尤点の探索には格子探索法を用いて離散的に行う。離散的な探索を行うのは、探索変数を連続的に変化させた場合、モンテカルロ法の誤差により対数尤度が振動し最適解が得られないからである。探索を行う変数には、探索点を直感的に分かりやすくするため平均と標準偏差を用いる。探索グリッドの間隔は、トレース長と同程度の精度で良いと考え0.1mとした。各格子点では、格子点の値である平均と標準偏差をもつ半径分布を用いてトレースサンプリングを模擬し、トレース長分布の相対度数密度を求めPDFとする。

平均と標準偏差を探索変数とするので、平均と標準偏差から分布パラメーターを求める必要がある。亀裂半径は、合理的に発生させるため、トレーストランケーション長の半分以下の値を除外している。従って、半径分布の平均と標準偏差が変化することになり、トランケーション後の平均と標準偏差からパラメーターを求める必要が生じる。トランケーションを考慮せずに分布パラメーターを求める方が容易であるが、半径分布を打ち切る値と平均が近い場合、半径分布が大きく変化し不都合が生じる。

具体例として、平均0.3m~4.0m,標準偏差1.0mの対数正規分布を0.75mでトランケーションした後の平均と標準偏差を図2に示す。平均が1.7m以下の場合トランケーション後の平均が変化し、0.9m以下の場合標準偏差も変化している。探索を行う上で問題となるのは、平均1.0m~1.5m付近である。この付近では、トランケーション後の平均が類似した値となっており、標準偏差が変化していない。その結果トランケーション後の半径分布がほぼ類似した分布となり、最尤値を求めるのが困難になる。このことから、トランケーション後の平均と標準偏差を探索変数とする必要があることがわかる。

トランケーション後の平均と標準偏差から分布パラメーターを求めるために、対数正規分布とガンマ分布では次式に示す非線形方程式を解く必要がある。

$$\begin{aligned} \mu' &= E(R)(\xi, \eta) \\ \sigma'^2 &= E(R^2)(\xi, \eta) - \mu'^2 \quad a < r < \infty \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 μ' 、 σ' は、半径分布のトランケーション後の平均と標準偏差、 $E(R)$ 、 $E(R^2)$ はトランケーション後の半径分布の1次モーメントと2次モーメント、 ξ 、 η は半径分布のパラメーター、 a は半径分布のトランケーション長(トレーストランケーション長の1/2)である。

対数正規分布とガンマ分布は凸関数である特長を生かして標本へのフィティングを行うので、トランケーション長が分布頂点の左側になる場合を探索範囲とした方が合理的である。これを式(1)の制約条件とする。

本論文の数値試験で対数正規分布の場合に用いる探索グリッドを図3に示す。三角形上に探索点が分布している範囲の上部は、制約条件により除外された点である。

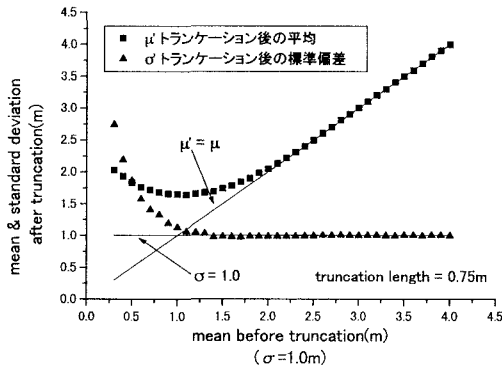


図2 トランケーションによる半径分布の統計量の変化
($\mu=0.3\sim 4.0\text{m}$, $\sigma=1.0\text{m}$)

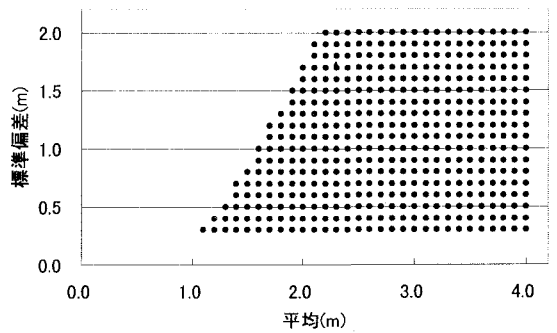


図3 対数正規分布の場合の最尤点探索グリッド

4. 数値試験による精度の確認

4. 1 数値試験の方法

想定した亀裂サイズ分布とトレース面から模擬トレース標本を作成し、亀裂サイズ分布の母数(平均と標準偏差とする)の最尤推定量(MLE)を求める数値試験を行う。数値試験の結果から母数推定の可能性と標本数による精度の変化を調べる。

模擬トレース標本は複数の亀裂サイズ分布と亀裂方向分布の組み合わせについて行う。模擬トレース標本作成に用いた亀裂の幾何学的性状を表1に示す。分布パラメーターは、HRLのデータを参考にして設定した(Miyakawa 93)。方向は問題を簡単にするために固定値を用いるが、Fisher分布についても1ケース行う。サンプリング面とサンプリングに関する条件を表2に示す。これは、HRLのPVCドラフトにおける実測条件を参考に設定した(重野 98)。ただし、今回の数値試験では坑道の向きは影響しないので、亀裂の走向と直行する向きにする。トランケーション長は、PVCドラフトのサンプリングと同様に、1.5mとする。

表1 模擬トレース標本用の割れ目幾何学的性状

要素	分布形	分布パラメーター	
サイズ	指数分布	平均 m	1.5, 2.0, 2.5
	対数正規分布	(平均, 標準偏差)	(1.5, 0.5), (2.0, 0.5)
	ガンマ分布	m	(2.0, 1.0), (2.5, 0.5) (2.5, 1.0)
方向	固定	(傾斜方向, 傾斜)	(0, 90), (0, 45)
	Fisher分布	(θ, ϕ, κ)	(90, 0, 10)
中心	一様分布	発生範囲	10mのブロック内

表2 トレース面とトレースサンプリング法

トレース面	断面形	矩形
	大きさ	幅5 m, 高さ5 m, 区間50m
サンプリング法	トランケーション長	1.5 m
	サンプリング法	3面に渡るトレース長を測定

模擬トレース標本数は、10本から100本まで10本ずつ変化させる。各標本数に対して100セットの標本を用意することにより100回の試行を行い、最尤推定量の平均と変動係数を調べる。探索グリッドの各格子点におけるトレース長の相対度数密度は、50万本のトレースから求める。

4.2 数値試験の結果

亀裂サイズ分布の母数に対するMLEを模擬標本毎にまとめ、その平均と変動係数について検討する。尚、亀裂の方向による違いがほとんど見られなかったので、傾斜角 90° の結果を示す。

(a)指数分布

指数分布はパラメーターが1つなので、母平均の推定のみでよい。母平均に対するMLEの統計量を図4に示す。母平均に対するMLEの平均は、ほぼ母平均と一致しており、推定が妥当であることを示している。母平均に対するMLEの変動係数からは、模擬トレース標本数の増加に伴い精度が向上していることがわかる。推定に必要な標本数は、変動係数の勾配と多くの標本を得ることが困難であることを考慮して判断する。ただし、この値はトレースサンプリングの条件によって異なるので、サンプリングの状況毎に調べるのが望ましい。今回のサンプリング条件で推定に必要な標本数は、主観的ではあるが、40本から50本程度であるといえることができる。

(b)対数正規分布, ガンマ分布

対数正規分布とガンマ分布は2つのパラメーターを有する分布であり、母平均と母分散(標準偏差)の推定が必要となる。

図5, 6に、母平均、母分散(標準偏差)のMLEの平均と変動係数を示す。図中黒塗りの記号は対数正規分布の値、白抜きの記号はガンマ分布の値を示す。また、凡例中の $\mu X \sigma Y$ は、母集団の平均がX、標準偏差がYであることを示す。

図5の母平均のMLEについては、標本数が40本程度以上あれば、全体的に母平均にほぼ一致しており、推定が妥当であることを示している。ただし、ガンマ分布 $\mu 1.5 \sigma 0.5$ では、MLEの平均が若干上方にシフトしている。標本数が40本より小さい場合は、変動係数が大きく、いくつかのケースでMLEの平均と母平均との差が大きくなり、良好な推定が行えていない。

図6の母分散(標準偏差)のMLEについては、標本数が50本以上の場合、標本数の増加に伴い精度の改善が見られ、推定値の平均は母分散(標準偏差)とほぼ一致している。また、標準偏差0.5mの推定も妥当な結果が得られている。一方、標本数が50本以下の場合、両分布とも標準偏差が1.0mのケースで推定値と母分散(標準偏差)の差が大きく、下方にシフトしている。また、変動係数も大きく推定精度が悪い。推定値の平均は、4ケースとも同様の曲線を示しており、共通の原因があると思われる。この点については、今後の課題としたい。

母平均と母分散(標準偏差)のMLEに対する統計量をあわせて考えると、ある程度の精度を確保するためには、最低限50本程度の標本が必要であるといえる。ただし、指数分布でも述べたように、今回のサンプリング条件における値であることに注意する必要がある。

5. まとめ

岩盤亀裂サイズ分布の推定手法として、トレースサンプリングのシミュレーションとAICを用いた手法を開発した。この手法の長所は次の3点である。①実測値の偏差に対する補正の必要がない、②様々なサンプリング状況に柔軟に対応できる、③AICを用いることにより、比較的容易に分布モデルの選択ができる。開発した手法を用いて、指数分布、対数正規分布、ガンマ分布における推定精度を数値試験により調べた。その結果、数値試験の条件下では、標本数が指数分布では、40本程度、対数正規分布とガンマ分布では50本程度の標本数があれば、良好な推定が行えることを示すことができた。

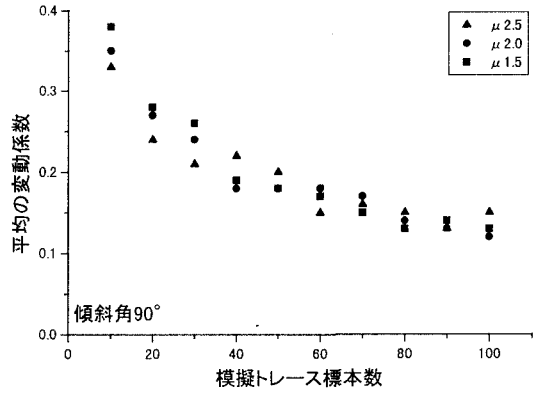
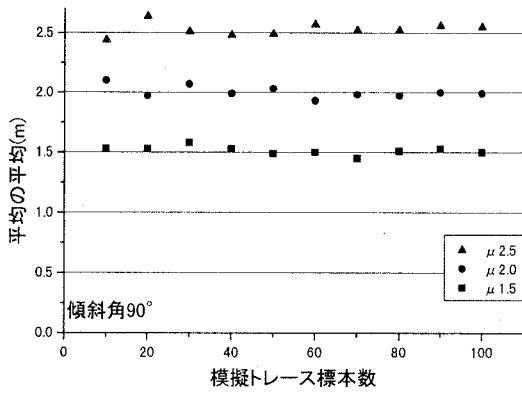


図4 指数分布における母平均のMLEの統計量

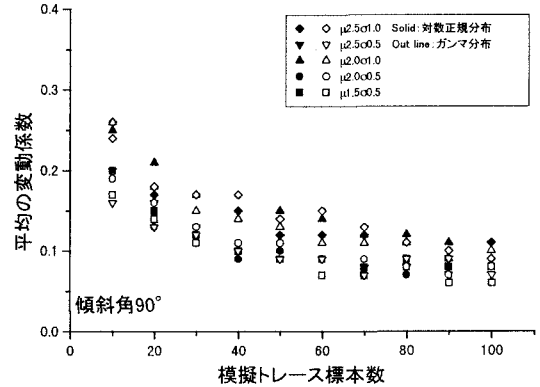
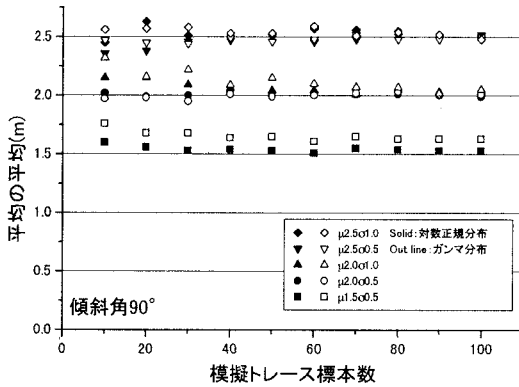


図5 対数正規分布とガンマ分布における母平均のMLEの統計量

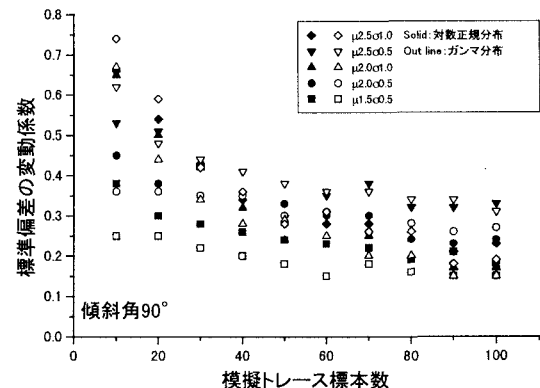
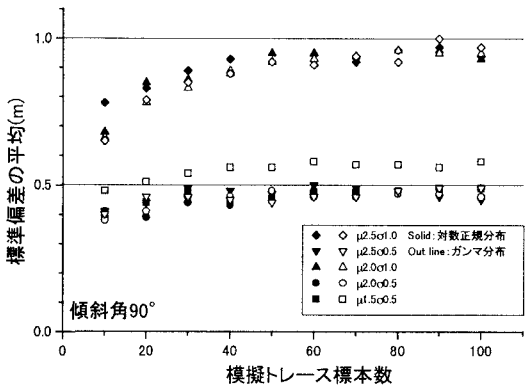


図6 対数正規分布とガンマ分布における母分散(標準偏差)のMLEの統計量

6. 参考文献

- 1) Dershowitz W.S., Willam P. and Kindred S. Discrete fracture modeling for the Stripa site characterization and validation drift inflow predictions. *SKB Stripa Project TR91-23* (1991)
- 2) Miyakawa K. Flow & Transport Detailed Scale- PVC Stage1. *Åspö Hard Rock Laboratory Technical Note 25-94-100*(1993)
- 3) 重野喜政, 宮川公雄. モンテカルロ法による亀裂サイズ分布の推定について. 第32回地盤工学研究発表会. pp. 1215-1216 (1997)
- 4) 重野喜政, モンテカルロ法を用いた亀裂サイズ分布推定手法の精度について, 第33回地盤工学研究発表会, pp. 1235-1236 (1998)
- 5) 重野喜政, AICを用いた亀裂サイズ分布推定手法の精度改善について, 土木学会第54回年次学術講演会第3部 (A), pp. 664-665 (1999)