

せん断破壊する岩盤に対するMBCモデル

Micromechanics-Based Continuum Model for Rock Masses With Shear Failure

井上 岳*・堀井秀之**

Gaku INOUE and Hideyuki HORII

The mechanical behaviors of jointed rock masses are strongly affected by the property and geometry of the joints. In the case of considering shear failure of rock masses, the phenomena of shear sliding of joints and proceeding failure region is the governing mechanisms of behaviors of jointed rock masses. In the present study, A new constitutive Model which can represent these mechanical behaviors by extension of MBC(Micromechanics-Based Continuum) model is proposed and this constitutive model is implemented into FEM Program with 2D isoparametric element for the numerical solution of some engineering problems. In this paper, the program is used to analyze a biaxial compression test and a horizontal bearing capacity test of deep foundation.

1 はじめに

岩盤の力学的挙動は内部に多数存在するジョイントの特性によって特徴づけられるが、その密度、方向分布、連結性に大きく依存する。一般に代表的寸法に含まれる岩盤に含まれるジョイントの数は膨大であり、形状・分布も統計量でしか与えられないため、ジョイントの位置を個別に特定して解析するジョイント要素法、個別要素法は一般的な工学的問題における一般的な解析手法としては適当でなく、岩盤を連続体として取り扱う方が有利である。その場合ジョイントを内部に有する岩盤の構成方程式を定式化する必要がある。このような考えに基づく解析手法として大規模地下空洞掘削問題におけるジョイントの開口、せん断を反映したMBCモデルが提案されている[1][2]。しかしながら、このモデルは当初から岩盤に内包され、拘束されたジョイントの挙動のみを扱っている。せん断破壊する不連続性岩盤においては、ジョイントがせん断すべりを生じた後、破壊領域が拡大し、さらに互いに連結することにより、ジョイントの変形に対する周辺岩盤の拘束は低下を続ける。従来のMBCモデルはこのようなジョイント寸法の増大、変形に対する周辺拘束の低下は考慮されていない。本研究の目的は、従来のMBCモデルを拡張し、せん断破壊する岩盤に対する連続体モデルを開発することにある。なお、本研究ではジョイントの起伏は考慮せず、せん断すべりを生ずる平面状のジョイントを取り扱い、また基質岩盤のせん断破壊を考慮しないものとする。

2 ジョイントを有する岩盤の構成方程式の導出

(1) 平均ひずみと平均応力

ジョイントを有する岩盤の応力増分-ひずみ増分の関係は代表要素内の応力とひずみを平均化することによって求められる。代表要素内にジョイント(変位の不連続面)がある場合、その関係は次式によって与えられる。

$$\Delta \bar{\epsilon}_{ij} = D_{ijkl}^R \Delta \bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V} \sum_m \int_{\Omega^m} (\Delta [u_i^{(m)}] n_j^{(m)} + \Delta [u_j^{(m)}] n_i^{(m)}) dS \quad (1)$$

ここで、 D_{ijkl}^R は基質岩盤のコンプライアンス、 Ω^m は m 番目のジョイントの表面、 $n_i^{(m)}$ はその単位法線ベクトル、 $\Delta [u_i^{(m)}]$ はジョイント面での相対変位増分を表している。相対変位増分 $\Delta [u_i^{(m)}]$ が平均応力増分 $\Delta \bar{\sigma}_{ij}$ の関数として与えられれば、式(1)は $\Delta \bar{\epsilon}_{ij} = \bar{D}_{ijkl} \Delta \bar{\sigma}_{kl}$ の形になり増分方程式は閉じる。ここで、 \bar{D}_{ijkl} は岩盤の巨視的接線コンプライアンスである。

*学生員 東京大学大学院工学系研究科社会基盤工学専攻
**正会員 Ph.D 東京大学教授 大学院工学系研究科社会基盤工学専攻

(2) 岩盤におけるジョイントの挙動

ジョイントの平均相対変位増分とジョイントに作用する平均応力増分 $\bar{\sigma}_{ij}^J$ の関係は次式で与えられるものとする。

$$\Delta[\bar{u}_n^J] = k^n \Delta\bar{\sigma}_n^J, \Delta[\bar{u}_s^J] = k^s \Delta\bar{\sigma}_s^J \quad (2)$$

添字のプライムはジョイント面に沿った局所座標系に関する成分であることを示す。また、ジョイントの変形は周辺岩盤の拘束を受けている。ジョイントの変形とジョイントに作用する応力は次のように求められる。

図1のように、ジョイントを包含する周辺岩盤を等価な均一材料に置き換え、問題(a)をジョイントを含まない均一な物体(b)、ジョイントをくり抜いた物体(c)、くり抜かれたジョイント(d)の3つに分離する。ここで問題(c)におけるスリットの相対変位増分の平均値 $\Delta[\bar{u}^J]$ とスリットに作用する平均応力増分 $\Delta\bar{\sigma}' - \Delta\bar{\sigma}^J$ の関係は以下のように与えられる。

$$\Delta\bar{\sigma}'_n - \Delta\bar{\sigma}_n^J = \bar{K}_n \Delta[\bar{u}_n^J], \Delta\bar{\sigma}'_s - \Delta\bar{\sigma}_s^J = \bar{K}_s \Delta[\bar{u}_s^J], \bar{K}_n = \frac{\bar{E}}{\lambda_n^o \bar{a}^J}, \bar{K}_s = \frac{\bar{G}}{\lambda_s^o \bar{a}^J} \quad (3)$$

ここで、 \bar{K}_n, \bar{K}_s はそれぞれジョイント法線方向、接線方向の系の剛性である。 \bar{E}, \bar{G} はそれぞれジョイント垂直方向の等価接線ヤング係数、等価接線せん断係数であり、 \bar{a}^J はジョイントの代表寸法である。また、 λ_n^o, λ_s^o はジョイントの形状に関するパラメータであり、無限弾性体中に存在するクラックの解により導かれる。ジョイントを円形と仮定した場合、3次元問題では $\lambda_n^o = \frac{16(1-\nu^2)}{3\pi}$ 、 $\lambda_s^o = \frac{16(1-\nu)}{3\pi(2-\nu)}$ であり、2次元問題では、 $\lambda_n^o = \pi$ 、 $\lambda_s^o = \frac{\pi}{2(1+\nu)}$ である。

(3) 岩盤の接線コンプライアンス

式(2)(3)を連立することにより、包含するジョイントの変位拘束条件が満たされるため、式(1)が陽な形で表される。式(1)の第2項目のジョイントによる平均ひずみ増分 $\frac{1}{2V} \sum_m \int_{\Omega^m} (\Delta[u_i^{(m)}]n_j^{(m)} + \Delta[u_j^{(m)}]n_i^{(m)})dS$ が計算される。その局所座標系における成分をマトリクス表示すれば、

$$\begin{pmatrix} \Delta\bar{\epsilon}_{11}^J \\ \Delta\bar{\epsilon}_{22}^J \\ \Delta\bar{\epsilon}_{33}^J \\ \Delta\bar{\epsilon}_{12}^J \\ \Delta\bar{\epsilon}_{23}^J \\ \Delta\bar{\epsilon}_{31}^J \end{pmatrix} = \frac{1}{d^{(m)}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\bar{K}_n + k^n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{K}_s + k^s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{K}_s + k^s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\bar{\sigma}_{11}^J \\ \Delta\bar{\sigma}_{22}^J \\ \Delta\bar{\sigma}_{33}^J \\ \Delta\bar{\sigma}_{12}^J \\ \Delta\bar{\sigma}_{23}^J \\ \Delta\bar{\sigma}_{31}^J \end{pmatrix} \quad (4)$$

である。ここで座標系はジョイントの法線方向が x'_3 方向になるような座標系を選んだ。 $d^{(m)}$ はジョイントの平均間隔で $\frac{V}{S^{(m)}}$ に等しい。式(4)をテンソル表示すると、 $\Delta\bar{\epsilon}_{ij}^J = D_{ijkl}^{(m)} \Delta\bar{\sigma}_{kl}^J$ と表される。座標変換式 $D_{ijkl}^{(m)} = T_{pi}T_{qj}T_{rk}T_{sl}D_{pqrs}^{(m)}$ (ただし T_{ij} は $\mathbf{e}_i = T_{ij}\mathbf{e}'_j$ を満たす)により、最終的に式(1)は、 $\Delta\bar{\epsilon}_{ij} = [D_{ijkl}^R + \sum_m D_{ijkl}^{(m)J}] \Delta\bar{\sigma}_{kl} = \bar{D}_{ijkl} \Delta\bar{\sigma}_{kl}$ と表される。

(4) ジョイント拡大のモデル化

岩盤の変形の進行に伴って、ジョイント破壊部分の拡大・連結が生ずるものと考えられるが、これはあるジョイントにとっては周辺岩盤による拘束が弱まり、せん断すべりが容易になるという効果がある。このメカニズムは複雑であり、現象に忠実なモデル化は困難である、本研究では最も単純なモデル化として、線形破壊力学に従うジョイント長の拡大を採用した。

初期ジョイントを包含する岩石にせん断応力を加えた場合、ジョイント先端付近に応力が集中する。このときのジョイント先端の応力拡大係数 K_{II} は $\bar{\sigma}'_{12} \sqrt{\pi a}$ と表される。ジョイントの拡大条件としては応力拡大係数が破壊靱性値 K_c に達したときに進展するものと仮定する。与えられた応力、クラック半径に対して応力拡大係数を計算し、クラック進展条件である $K_{II} = K_c$ を用いてクラック進展長 Δa を計算する。具体的に Δa は次式によって計算される。

$$K_{II} = (\bar{\sigma}'_{12} + \Delta\bar{\sigma}'_{12}) \sqrt{\pi(a_m + \Delta a_m)} = \bar{\sigma}'_{12} \sqrt{\pi a_m} = K_c \quad (5)$$

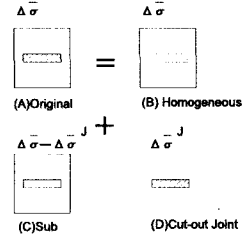


図1: 問題の重ね合わせ

式 (5) をさらに Taylor 展開すると、

$$\frac{\Delta \bar{\sigma}'_{12}}{\bar{\sigma}'_{12}} + \frac{\Delta a_m}{2a_m} = 0 \quad (6)$$

である。

(5) クラック進展時のコンプライアンスの増分

式 (6) によりクラック進展長が計算されるが、クラックの進展によりジョイントを含む岩盤の巨視的接線コンプライアンス \bar{D}_{ijkl} の値が変化する。あるジョイント系において Δa だけクラック進展が生じた場合、ひずみ増分と応力増分の関係は次式のように表される。

$$\Delta \bar{\epsilon}_{ij} = \bar{D}_{ijkl} \Delta \bar{\sigma}_{kl} + \Delta \bar{D}_{ijkl} \bar{\sigma}_{kl} \quad (7)$$

ここで、 $\Delta \bar{D}_{ijkl} = \sum_m \sum_{p,q,r,s} T_{ip} T_{jq} T_{kr} T_{ls} \Delta D'_{pqrs}$ である。さらに $\bar{K}_n \gg k^n, \bar{K}_s \gg k^s$ の近似をほどこせば、 $\Delta D'_{ijkl} = D'_{ijkl} \times \frac{\Delta a_m}{a_m}$ と表される。さらに、 $\bar{\sigma}'_{ij} = T'_{ip} T'_{jq} \bar{\sigma}_{pq}$ と式 (6) により、 $\Delta \bar{\sigma}, \Delta a_m$ が解析的に求まる。例として二つのジョイントセットを有する 2 次元岩盤に関する増分方程式を示す。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \bar{\epsilon}_{11} \\ \Delta \bar{\epsilon}_{22} \\ \Delta \bar{\epsilon}_{12} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D}_{1111} & \bar{D}_{1122} & D_{1112} & \sum \left(\frac{T_{1p} T_{1q} T_{kr} T_{ls} D'_{pqrs}}{a_1} \right) \sigma_{kl} & \sum \left(\frac{T_{1p} T_{1q} T_{kr} T_{ls} D'_{pqrs}}{a_2} \right) \sigma_{kl} \\ D_{2211} & D_{2222} & D_{2212} & \sum \left(\frac{T_{2p} T_{2q} T_{kr} T_{ls} D'_{pqrs}}{a_1} \right) \sigma_{kl} & \sum \left(\frac{T_{2p} T_{2q} T_{kr} T_{ls} D'_{pqrs}}{a_2} \right) \sigma_{kl} \\ D_{1211} & D_{1222} & D_{1212} & \sum \left(\frac{T_{1p} T_{2q} T_{kr} T_{ls} D'_{pqrs}}{a_1} \right) \sigma_{kl} & \sum \left(\frac{T_{1p} T_{2q} T_{kr} T_{ls} D'_{pqrs}}{a_2} \right) \sigma_{kl} \\ T'_{11} T'_{21} & T'_{12} T'_{22} & T'_{11} T'_{22} + T'_{12} T'_{21} & \frac{\sigma'_{12}}{2a_1} & 0 \\ T'_{11} T'_{21} & T'_{12} T'_{22} & T'_{11} T'_{22} + T'_{12} T'_{21} & 0 & \frac{\sigma'_{12}}{2a_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\sigma}_{11} \\ \Delta \bar{\sigma}_{22} \\ \Delta \bar{\sigma}_{12} \\ \Delta a_1 \\ \Delta a_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

さらに、式 (6) を用いて式 (8) から $\Delta a_{(m)}$ を消去したものが、クラック進展時のひずみ増分-応力増分式となる。また、3次元問題及び3つ以上のジョイントセットを考慮する場合も同様の方法でコンプライアンスを求めることが可能である。

3 有限要素解析例

開発された岩盤構成式モデルを有限要素解析プログラムに組み込み、任意のジョイント分布を有する岩盤構造物の任意の荷重履歴に対する 2 次元解析を可能とした。解析例として、岩盤ブロックせん断試験及び深礎水平支支持力試験を取り上げた。

(1) 岩盤ブロック二軸圧縮試験の解析

一方向に配向した二ジョイント系を含む $50\text{cm} \times 50\text{cm}$ の二次元岩盤ブロックの二軸圧縮試験の解析結果を図-2に示す。ジョイントの方向の異なる 2 ケースについて解析を行った。Case-1 ではジョイントセットを $\theta = 70, 110^\circ$ の方向に配し、Case-2 においては $\theta = 60, 120^\circ$ の方向に配した。さらにそれぞれにつき、拘束圧 p を $4, 8\text{kgf/cm}^2 (0.4, 0.8\text{MPa})$ の 2 ケースを考えた。各ケースとも初期ジョイント長 $2a = 200\text{cm}$ 、ジョイント平均間隔 50cm 、破壊靱性値 $K_c = 50\text{kgf/cm}^{3/2} (500\text{N/cm}^{3/2})$ とした。ジョイントの物性としては、クーロンの破壊条件が満たされるまではジョイントのせん断剛性 $k_s = 0.1\text{MPa/mm}$ で一定、破壊後は $k_s = 0$ とし、ジョイントの摩擦角は 30° とした。ジョイントの垂直剛性は十分大きい値として、 $k_n = 5\text{MPa/mm}$ を用いた。

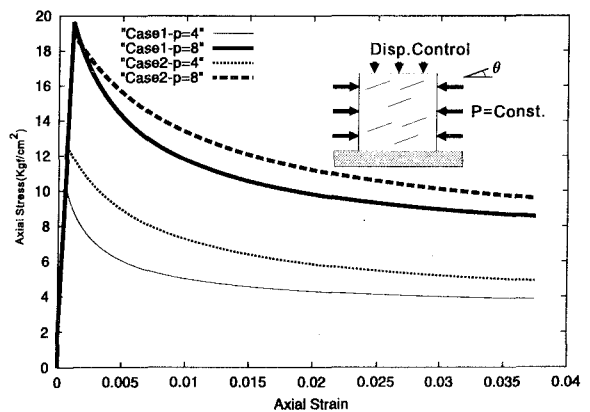


図 2: 岩盤ブロック二軸圧縮試験

岩盤はピーク前は線形挙動を示し、ピーク後は軟化し残留状態に至る。ピーク強度は拘束圧の増加とともに増大する。ピーク前の岩盤の剛性はジョイントの方向に依存する。また解析結果から得られる岩盤の c, ϕ は (i) Case 1, $c =$

$0.5\text{kgf}/\text{cm}^2(0.05\text{MPa})$, $\phi = 22^\circ$ (ii)Case2, $c = 5.5\text{kgf}/\text{cm}^2(0.55\text{MPa})$, $\phi = 15^\circ$ であり、岩盤の強度特性もジョイントの方向に大きく依存するという結果が得られた。これは実際の岩盤の挙動と定性的に一致する。

(2) 深礎水平支持力試験の解析

提案する手法を用いて深礎水平支持力試験の有限要素解析を行った。対象とする問題は、図-3のように比高10m、傾斜角50度の岩盤斜面における深礎の水平支持力試験である。ジョイントの走向は紙面に垂直で傾斜は70, 110°の二ジョイント系を有するものとする。初期ジョイント半径は100cm、ジョイント平均間隔は20cm、基質岩盤の材料定数として $E = 1500\text{MPa}$, $\nu = 0.2$, $K_c = 300\text{N}/\text{cm}^{3/2}$ 、杭部分(コンクリート)は $E = 20000\text{MPa}$, $\nu = 0.3$ の等方弾性体として解析を行った。

図-4は載荷点における水平変位と載荷荷重の関係を示している。変位2cm付近において荷重が急減しているが、これは岩盤斜面のジョイントが脆性的に進展し、応力が解放、再配分されることに起因している。二セットともジョイント長がこの荷重急減時に著しく増大することが、解析結果から分かった。荷重急落後は、まだ破壊に至っていない部分が応力を受け持ち、載荷点水平変位の増大とともに再び荷重が増加していく。

図-5は荷重急減時の最大せん断ひずみ分布を、図-6,7はその時の各ジョイントセットのクラック長の分布を示している。最大せん断ひずみが卓越する部分とクラック長の進展が顕著な部分がほぼ一致している。

紙面の都合省略したが、ジョイントの配向、物性を変えて解析を行った場合、岩盤斜面の破壊モード、ピーク荷重が著しく変化した。これは、構成方程式モデルがジョイントの分布、強度、密度に強く影響を受けることによる。

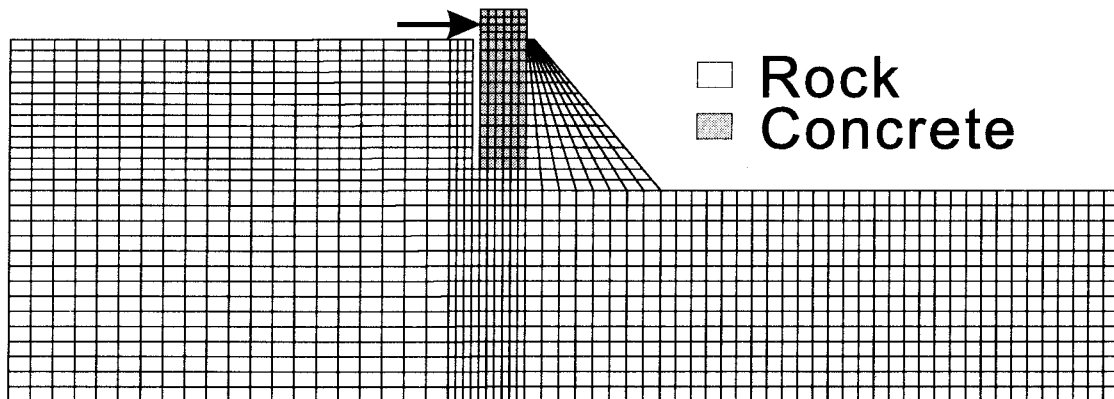


図 3: 深礎水平支持力試験に用いた有限要素メッシュ

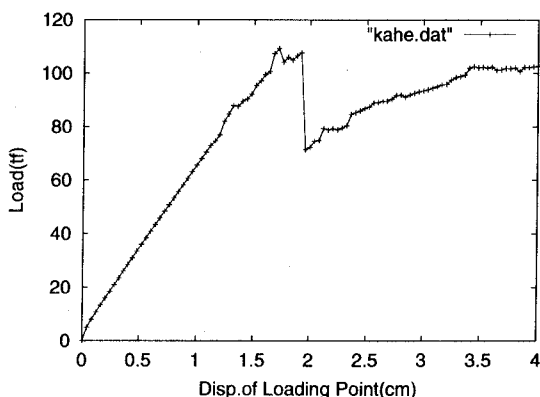


図 4: 荷重と載荷点水平変位の関係

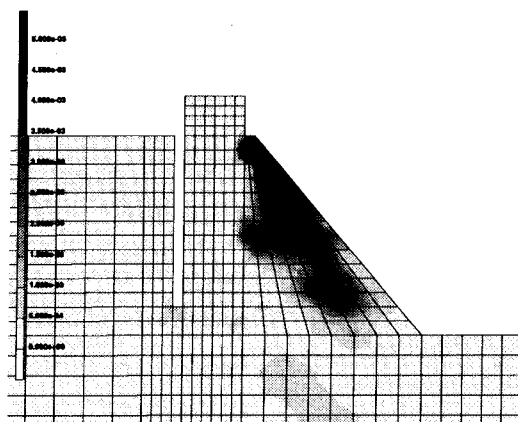


図 5: 最大せん断ひずみ分布

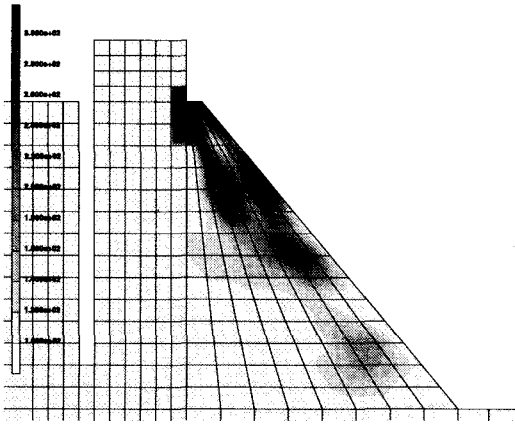


図 6: ジョイント長の分布 (右落ち 70 度)

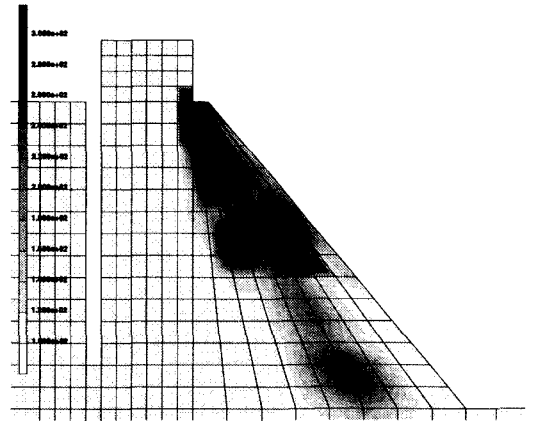


図 7: ジョイント長の分布 (左落ち 70 度)

4 おわりに

本研究では従来の MBC モデルを拡張することにより、せん断破壊する岩盤に対する連続体モデルを提案し、それに基づく 2 次元有限要素プログラムを構築した。提案したモデルの大きな特徴は、従来の MBC モデルでは扱っていない岩盤の変形の進行に伴うジョイント破壊部分の拡大・連結などの現象を、線形破壊力学に従うジョイントの拡大により取り扱っていることである。

解析例として岩盤ブロック二軸圧縮試験の解析を取り上げた。岩盤のピーク前の線形挙動を示し、ピーク後は軟化し残留状態に至るなど、解析で得られる岩盤の非線形挙動が実際の岩盤の力学的挙動に定性的に一致することが確認された。深礎水平支持力試験の解析では、岩盤の破壊開始に伴うジョイントの拡大現象とそれに伴う応力再配分現象に起因する荷重の急減を示す解が得られた。

今後の研究課題としては、有限要素解析プログラムの 3 次元解析への拡張、実際の試験・観測結果との比較による構成則の改良と適用性の検討が挙げられる。本研究ではジョイント破壊部分の拡大・連結といった複雑な現象を線形破壊力学に基づくジョイント長の拡大という単純なモデル化を行っているが、現実に近いモデル化を検討する必要がある。

参考文献

- [1] 吉田 秀典、堀井 秀之: マイクロメカニクスに基づく岩盤の連続体モデルと大規模空洞掘削の解析, 土木学会論文集 No.535/III-34, pp23-41, 1996.3
- [2] Cai, M. and Horii, H.: A Constitutive Model of Highly Jointed Rock Masses, *Mechanics of Materials*, 12, pp.217-246, 1992