

## ベントナイト中の拡散問題における均質化解析の適用に関する研究

A Diffusion Problem in Bentonite Clay by Using Homogenization Method

藤井 直樹\*・市川 康明\*\*・清木 隆文\*\*\*

Naoki FUJII, Yasuaki ICHIKAWA, Takafumi SEIKI

In high-level radioactive waste (HLRW) disposal, one of the key issues is to predict the contaminant transport phenomena in bentonite clay, which will be used as an important barrier system because of the low permeability and adsorbability. Clay is a typical micro-inhomogeneous material, so when we discuss the behavior, it is important to consider of the microscopic structure and characteristics.

This study presents a homogenization analysis for diffusive transport in bentonite material regarding as microscopic periodic structure.

### 1. はじめに

原子力発電に伴って発生する高レベル放射性廃棄物の地層処分が検討されている。すなわち、地下の隔離性・耐震性などを積極的に利用し、一定期間貯蔵された放射性廃棄物を地中深く処分する計画である。この処分法の特徴は、放射性廃棄物に対する人工の障壁(人工バリア)と、天然の障壁(天然バリア)の両方により必要とされる数万年の隔離期間の安全性を確保しようとする多重バリア方式を採用していることにある。人工バリアとしては、ガラス固化した廃棄体をオーバーパックと呼ばれる鋼製容器に入れた後、さらにその周りをベントナイト緩衝材で覆うことにしている。オーバーパックの主要な機能は、ガラス固化体と地下水の接触を一定期間阻止することにある。オーバーパックの外側に設置するベントナイト緩衝材には、周囲からの地下水の浸透やその中の流速を制限することに加え、地下水に溶出した放射性核種を吸着することによって、核種の移動を抑制する機能が期待されている。

地層処分の安全性を評価する際、放射性核種などの汚染物質の拡散現象を正確に把握することが重要である。本研究では緩衝材として用いられるベントナイトが微視的レベルにおいて確率的に周期構造を持つとして、その微視的構造と巨視的な挙動を結びつけることができる均質化理論を導入して拡散問題の数値解析を試みる。

### 2. 均質化法の概要

図-2に示すような、異種材料が規則的に配置された微視的に非均質な材料を仮定する。このような材料の特徴は、その物性が微視的にみて周期的かつその周期の中で急激に変化することである。

構造物全体の平均的な力学的挙動を求める(これを巨視的問題と呼ぶ)には、この微視的に異なる物性を、巨視的に等価な物性におきかえる必要がある。そのための数学的手法の1つとして均質化法がある。均質化法の基本的な手続きについて以下に述べる。

\* 学生会員 名古屋大学大学院博士後期課程 工学研究科地圏環境工学専攻

\*\* 正会員 工博 名古屋大学大学院助教授 工学研究科地圏環境工学専攻

\*\*\* 正会員 工博 宇都宮大学助教授 工学部建設学科

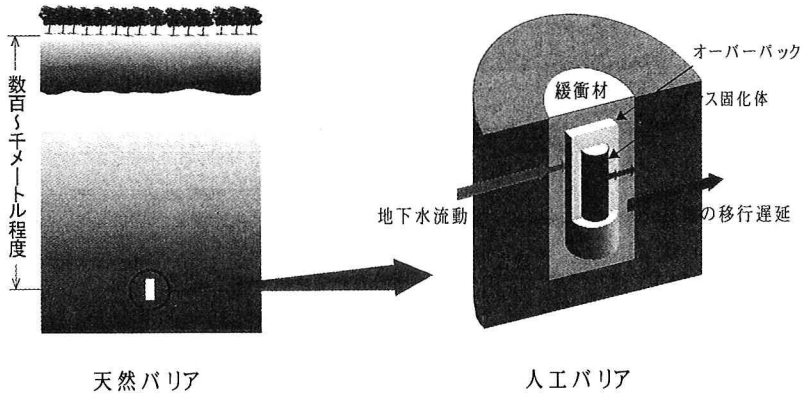


図-1 地層処分の概念図

まず、構造物全体の配置を大域座標系  $x$  により規定する。つぎに、材料の微視的な周期構造の各々（これをユニットセルと呼ぶ）についてその配置を局所座標系  $y$  によって規定する。これら2つの座標系はスケールファクター  $\varepsilon$  を用いて、 $y = \frac{x}{\varepsilon}$  と関連づけられている。

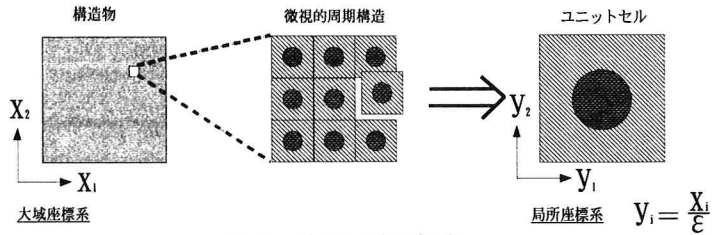


図-2 均質化法概念

このような微視的周期性を有する材料について考える場合、解を得るための準備として、関数  $\phi^\varepsilon(x)$  をつぎのような摂動法による漸近展開の形で表す。

$$\phi^\varepsilon(x) = \phi^0(x, y) + \varepsilon \phi^1(x, y) + \varepsilon^2 \phi^2(x, y) + \dots \quad (1)$$

この摂動展開を解くべき境界値問題に適用し、微視的スケールについて  $\varepsilon \rightarrow 0$  とすることにより巨視的問題と微視的問題の近似式を得ることができ、同時に平均化された材料の物性値が求められる。

### 3. 拡散問題への均質化法の適用

人工バリア内の溶質の移動は移流、物理的分散・拡散のフラックス、収着・脱着の和となり、以下の微分方程式と境界条件、初期条件で与えられる。

支配方程式

$$\frac{\partial c^\varepsilon}{\partial t} + V_j^\varepsilon \frac{\partial c^\varepsilon}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial c^\varepsilon}{\partial x_j} \right) - f^\varepsilon = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2)$$

境界条件

・第1種 (Dirichlet) 境界

$$c^\varepsilon(x, t) = \hat{c}^\varepsilon(t) \quad \text{on } \partial\Omega_c \quad (3)$$

・第2種 (Neumann) 境界

$$-D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial c^\varepsilon}{\partial x_j} n_i = \hat{q}(t) \quad \text{on } \partial\Omega_q \quad (4)$$

初期条件

$$c^\varepsilon(\mathbf{x}, t) = c_0^\varepsilon(\mathbf{x}) \quad \text{at } t = t_0 \quad (5)$$

ここで、変数  $c^\varepsilon$  は濃度であり空間および時間の関数となる。 $D_{ij}^\varepsilon$  は拡散係数、 $V_j^\varepsilon$  は移流の実流速、 $f^\varepsilon$  は単位体積当りの収着である。添え字の  $\varepsilon$  はユニットセルのスケールファクターを表す。

(1) 微視方程式と大域方程式の導出

いま、大域濃度関数  $c^\varepsilon(\mathbf{x}; t)$  を  $c^\varepsilon(\mathbf{x}; t) = c^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) + \varepsilon c^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) + \varepsilon^2 c^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) + \dots$  と摂動展開して (2) 式に代入し  $\varepsilon$  の各項について整理すると

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial c^0}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial c^1}{\partial t} + \varepsilon^2 \frac{\partial c^2}{\partial t} + \dots \right) \\ & + \left[ \frac{1}{\varepsilon} V_j^\varepsilon \frac{\partial c^0}{\partial y_j} + V_j^\varepsilon \left( \frac{\partial c^0}{\partial x_j} + \frac{\partial c^1}{\partial y_j} \right) + \varepsilon V_j^\varepsilon \left( \frac{\partial c^1}{\partial x_j} + \frac{\partial c^2}{\partial y_j} \right) + \dots \right] \\ & - \left[ \frac{1}{\varepsilon^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial y_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial c^0}{\partial y_j} \right) \right\} + \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial c^0}{\partial y_j} \right) + \frac{\partial}{\partial y_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \left( \frac{\partial c^0}{\partial x_j} + \frac{\partial c^1}{\partial y_j} \right) \right) \right\} \right] \\ & + \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \left( \frac{\partial c^0}{\partial x_j} + \frac{\partial c^1}{\partial y_j} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \left( \frac{\partial c^1}{\partial x_j} + \frac{\partial c^2}{\partial y_j} \right) \right) \right\} + \varepsilon \{ \cdot \} + \dots \Big] - f^\varepsilon = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

となり、 $\varepsilon$  の各項について以下の方程式が求まる。

$O(\varepsilon^{-2})$  項について：

$$\frac{\partial}{\partial y_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial c^0}{\partial y_j} \right) = 0 \quad (7)$$

が成り立つ。これは結局

$$c^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) = c^0(\mathbf{x}; t) \quad (8)$$

であること、すなわち、摂動展開した第1項  $c^0$  は微視座標  $\mathbf{y}$  には影響されず、大域座標  $\mathbf{x}$  のみの関数となることを意味する。

$O(\varepsilon^{-1})$  項について：微視方程式の導出

$$V_j^\varepsilon \frac{\partial c^0}{\partial y_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial c^0}{\partial y_j} \right) + \frac{\partial}{\partial y_i} \left\{ D_{ij}^\varepsilon \left( \frac{\partial c^0}{\partial x_j} + \frac{\partial c^1}{\partial y_j} \right) \right\} = 0 \quad (9)$$

となる。ユニットセル内においては  $c^0(\mathbf{x}; t)$  は一定であることより上式を  $\frac{\partial c^0}{\partial x_j}$  で正規化することを考えて、

$$c^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) = -\chi_1^k(\mathbf{y}) \frac{\partial c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial x_k} \quad (10)$$

とおく。ここで、 $\chi_1^k$  は特性関数と呼ばれる。式 (9) に式 (8)、式 (10) を代入して境界条件として周期条件式を適用し弱形式化することにより

$$\int_Y D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial \chi_1^k}{\partial y_j} \frac{\partial W_k}{\partial y_i} dy = \int_Y D_{ik}^\varepsilon \frac{\partial W_k}{\partial y_i} dy \quad (11)$$

が得られる。この式が  $\chi_1^k$  を未知関数とするユニットセル問題の微視方程式である。ここで、 $W_k(\mathbf{y})$  は Y-periodic な任意ベクトル関数である。したがって、ユニットセルにおける微視問題は式 (11) を周期条件

の下で解くことにより  $\chi_1^k$  を求める問題に帰着されることがわかる。

$O(\varepsilon^0)$  項について：大域方程式の導出

$$\frac{\partial c^0}{\partial t} + V_j^\varepsilon \left( \frac{\partial c^0}{\partial x_j} + \frac{\partial c^1}{\partial y_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ D_{ij}^\varepsilon \left( \frac{\partial c^0}{\partial x_j} + \frac{\partial c^1}{\partial y_j} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial y_i} \left\{ D_{ij}^\varepsilon \left( \frac{\partial c^1}{\partial x_j} + \frac{\partial c^2}{\partial y_j} \right) \right\} - f^\varepsilon = 0 \quad (12)$$

が成り立つ。式 (12) にユニットセル平均化を施し式 (10) の仮定を代入して弱形式化すると

$$\int_{\Omega} \frac{\partial c^0}{\partial t} W \, d\Omega + \int_{\Omega} V_j^H \frac{\partial c^0}{\partial x_j} W \, d\Omega + \int_{\Omega} D_{ij}^H \frac{\partial c^0}{\partial x_j} \frac{\partial W}{\partial x_i} \, d\Omega - \int_{\Omega} f^H W \, d\Omega = \int_{\partial\Omega_q} \hat{q} W \, dS$$

$$\forall W(\mathbf{x}; t) \quad (W = 0 \text{ on } \partial\Omega_c) \quad (13)$$

となる。ここで、

$$D_{ij}^H \equiv \frac{1}{|Y|} \int_Y D_{ik}^\varepsilon \left( \delta_{kj} - \frac{\partial \chi_1^j}{\partial y_k} \right) dy \quad (14)$$

は均質化拡散係数であり、また

$$V_j^H \equiv \frac{1}{|Y|} \int_Y V_k^\varepsilon \left( \delta_{kj} - \frac{\partial \chi_1^j}{\partial y_k} \right) dy; \quad f^H \equiv \frac{1}{|Y|} \int_Y f^\varepsilon dy \quad (15)$$

と置いた。なお、 $|Y|$  はユニットセルの体積を表す。したがって全体構造物における巨視問題はユニットセルにおいて平均化された式 (14)、式 (15) の各物性値を用いて式 (13) を解き、 $c^0$  を求めることに帰着される。

こうして、ユニットセル内における局所濃度分布を

$$c^\varepsilon(\mathbf{x}; t) \simeq c^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) + \varepsilon c^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) = c^0(\mathbf{x}; t) - \varepsilon \chi_1^k(\mathbf{y}) \frac{\partial c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial x_k} \quad (16)$$

として近似的に決定することができる。

## (2) 局所吸着項を含む問題における近似の拡張：高次の微分まで拡張した微視方程式の導出

微視レベルでの移流や吸着を含む問題を考える場合、微視レベルでの濃度の湧き出しの有無が局所濃度分布に大きく影響を与える。その場合、微視レベルの構造から決まる  $c^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t)$  項まででなく  $c^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t)$  項までの近似を導入する必要がある。そこで、式 (12) の未知関数  $c^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t)$  に着目してみると、式 (10) の仮定を代入することにより、ユニットセルにおける高次（2次）の微視方程式

$$\frac{\partial c^0}{\partial t} + V_k^\varepsilon \left( \delta_{jk} - \frac{\partial \chi_1^j}{\partial y_k} \right) \frac{\partial c^0}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ D_{ij}^\varepsilon \left( \delta_{jk} - \frac{\partial \chi_1^k}{\partial y_j} \right) \frac{\partial c^0}{\partial x_k} \right\} + \frac{\partial}{\partial y_i} \left\{ D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \chi_1^k \frac{\partial c^0}{\partial x_k} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial y_i} \left( D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial c^2}{\partial y_j} \right) - f^\varepsilon = 0 \quad (17)$$

が得られる。ここで、2変数関数  $c^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t)$  を

$$c^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) = \chi_2^{kl}(\mathbf{y}) \frac{\partial^2 c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial x_k \partial x_l} + \zeta^k(\mathbf{y}) \frac{\partial c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial x_k} + \psi(\mathbf{y}) \frac{\partial c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial t} + \phi(\mathbf{y}; t) \quad (18)$$

とおく。 $\chi_2^{kl}(\mathbf{y})$  は場所の微小変化を司る特性関数、 $\zeta^k(\mathbf{y})$  は移流を司る特性関数、 $\psi(\mathbf{y})$  は時間依存の特性関数、 $\phi(\mathbf{y}; t)$  は吸着を司る特性関数である。

式 (18) を式 (17) に代入して弱形式化することにより

$$\int_Y D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial W}{\partial y_i} \frac{\partial \chi_2^{kl}}{\partial y_j} dy = \int_Y D_{lj}^\varepsilon (\delta_{jk} - \frac{\partial \chi_1^k}{\partial y_j}) W dy + \int_Y D_{il}^\varepsilon \frac{\partial W}{\partial y_i} \chi_1^k dy \quad (19)$$

$$\int_Y D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial W}{\partial y_i} \frac{\partial \zeta^k}{\partial y_j} dy = - \int_Y V_j^\varepsilon (\delta_{jk} - \frac{\partial \chi_1^k}{\partial y_j}) W dy \quad (20)$$

$$\int_Y D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial W}{\partial y_i} \frac{\partial \psi}{\partial y_j} dy = - \int_Y W dy \quad (21)$$

$$\int_Y D_{ij}^\varepsilon \frac{\partial W}{\partial y_i} \frac{\partial \phi}{\partial y_j} dy = \int_Y f^\varepsilon W dy \quad (22)$$

が得られる。ここで  $W(\mathbf{y})$  は周期境界条件を満たす任意の関数である。こうして、ユニットセルにおける2次微視問題も、式(19)、式(20)、式(21)、式(22)を解くことにより  $\chi_2^{kl}$ 、 $\zeta^k$ 、 $\psi$ 、 $\phi$  を求める問題となる。

#### 4. 数値シミュレーション

オーバーパックおよび緩衝材に関する製作、施工性も含めた仕様検討の結果、合理的な人工バリアの例として図-3のような形が提案されている。この形で地層処分された後、オーバーパックの腐食により漏れ出した放射性核種の拡散挙動について数値シミュレーションを行うことにする。

ベントナイトは図-5のように層状構造を持つモンモリロナイトを主構成鉱物とし、その他、水、マクロ粒子（石英、長石等の微粉末）から構成されている。今回は純粋にモンモリロナイトからなるベントナイトを仮定し、固体（モンモリロナイト鉱物）部分とモンモリロナイト鉱物表面に吸着された水、普通の水から構成されていると仮定した。モンモリロナイトはモンモリロナイト鉱物と層間水との積層構造であるが、等方性を考慮して図-6のモデルに単純化した。また、図-4に全体構造の有限要素網を示す。

なお、本解析では地下水などによる移流の影響はないものとし ( $V_j^\varepsilon = 0$ )、自己拡散状態について考察することにした。

均質化理論による放射性核種の濃度分布を求める解析手順を以下に取りまとめて示す。

- 1) 微視方程式(11)を解いて特性関数  $\chi_i^k$  の分布を求める。
- 2) この特性関数を式(14)に代入して均質化拡散係数  $D_{ij}^H$  を求める。
- 3) 大域方程式(13)を解いて  $c^0$  の分布を求める。
- 4) 2次微視方程式(19)～(22)を解いて  $\chi_2^{kl}$ 、 $\zeta^k$ 、 $\psi$ 、 $\phi$  の分布を求める。
- 5) ユニットセル内における局所濃度分布を

$$\begin{aligned} c^\varepsilon(\mathbf{x}; t) &\simeq c^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) + \varepsilon c^1(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) + \varepsilon^2 c^2(\mathbf{x}, \mathbf{y}; t) \\ &= c^0(\mathbf{x}; t) - \varepsilon \chi_1^k(\mathbf{y}) \frac{\partial c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial x_k} \end{aligned}$$

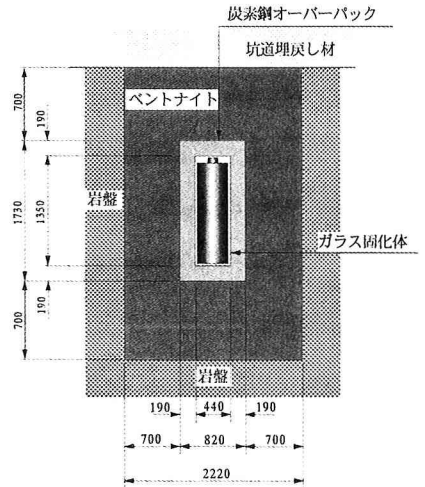


図-3 人工バリアの仕様

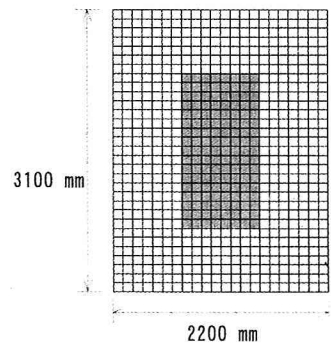


図-4 全体構造の有限要素網

$$+ \varepsilon^2 \left\{ \chi_2^{kl}(\mathbf{y}) \frac{\partial^2 c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial x_k \partial x_l} + \zeta^k(\mathbf{y}) \frac{\partial c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial x_k} + \psi(\mathbf{y}) \frac{\partial c^0(\mathbf{x}; t)}{\partial t} + \phi(\mathbf{y}; t) \right\} \quad (23)$$

として決定する。

## 5. 解析結果と考察

図-3のモデルにおいて、オーバーパックの境界面から同じ濃度の放射性核種が同時に漏れ出たと想定した。境界条件としてオーバーパックに接する点の濃度を100%とし相対的な濃度分布を有限要素解析により求めた。ただし、ここでは平面二次元状態を仮定した。

ベントナイト内の拡散係数は放射性核種の種類によって大きく異なるため、放射性核種としてPuを選びその拡散係数を表-1で示した核燃料サイクル開発機構のデータ<sup>3)</sup>から図-6で示したユニットセル内の水の部分の体積相当分に割り増した値を用いた。

マクロ拡散理論<sup>4)</sup>では、通常、固相における収着は式(2)の左辺に項 $\rho_s \partial q / \partial t$  ( $\rho_s$ は粘土の固相の平均密度、 $q$ は固相における媒質の濃度)を付加して表現し、最も簡単には、この $q$ と溶液中における媒質濃度 $c$ とが線形関係にあると仮定して $q = K_d c$ とする。ここで、 $K_d$ は分配係数と呼ばれる。マクロ平均場の理論では、このように分配係数を導入して支配場の拡散方程式を簡略化することに意味はあるが、ミクロ場を直接扱える均質化理論では、むしろ、式(2)のソースターム $f^e$ として直接的に収着を扱うべきであると考えられる。このため、図-6で示したミクロ場のユニットセルにおいて、粘土鉱物表面に吸着水を考え、この中で収着が起こるとした。ただし、このミクロ場における収着の大きさについて今回は直接決定するデータを持ち合せていないので、物理的な意味を考えて $f^e = K_d / n^*$  ( $n^*$ は全体積に対する吸着水の割合)と仮定した。

表-1の各物性値はマクロ実験結果により定められた定数である。ユニットセルにおけるミクロの物性はこれと異なると推定される<sup>2)</sup>ことは、上述のとおりである。分子動力学法(MD)など分子レベルの数値計算やNMRを使った実験等によってミクロの物性を求める方法が提案されており、ミクロレベルを考慮する際は、本来、これらの方法によって得られた値を用いるべきである。

図-7、図-8に解析結果(マクロ場の濃度)を示す。これらの解析を通じて、均質化法により微視構造を考慮した核種の各時間ステップごとの拡散挙動が表現できることが判った。収着を考慮した場合について考慮しなかった場合と比較して、10年後の濃度分布について見てみると、オーバーパックから200mm離れた点で55.6%、300mm離れた点で82.5%、400mm以遠では100.0%の濃度の減少があり、ベントナイトの収着が拡散挙動に強く影響していると言える。このように、収着の物理化学的メカニズムをさらに詳細に究明することが重要である。

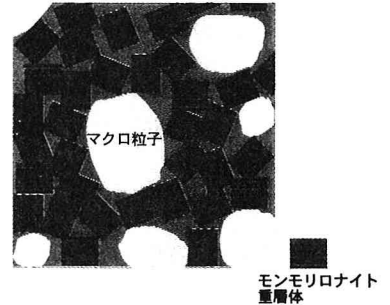


図-5 ベントナイトの構造

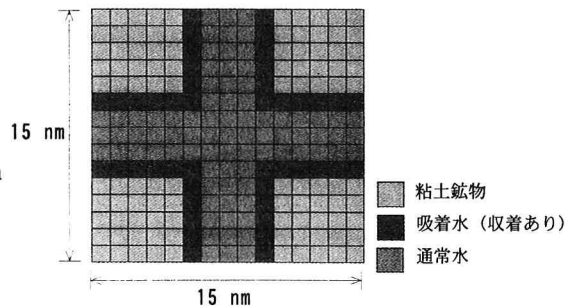
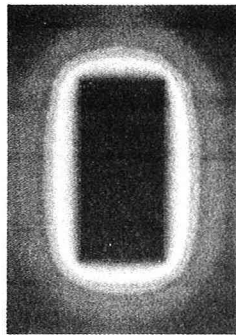
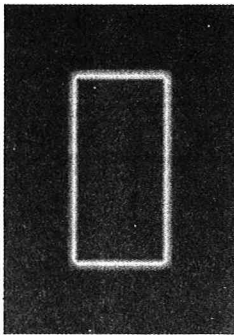


図-6 ベントナイトのユニットセル

表-1 ベントナイトの特性値 (Pu)

拡散係数 (cm <sup>2</sup> /year)	分配係数 (m <sup>3</sup> /kg)	粘土の平均密度 (Mg/m <sup>3</sup> )
94.6	10.0	1.60



0.0000E+00C

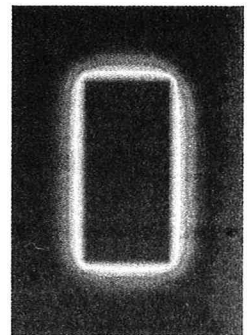
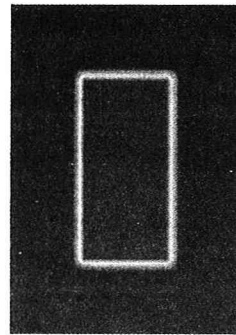
t=1 (year)

1.0000E+002

t=10 (year)

(ベントナイトの収着を考慮せず)

図-7 放射性核種の濃度分布



0.0000E+00C

t=1 (year)

1.0000E+002

t=10 (year)

(ベントナイトの収着を考慮)

図-8 放射性核種の濃度分布

## 6. おわりに

均質化法を拡散方程式に導入し、放射性廃棄物の緩衝材であるベントナイト内の拡散挙動を数値解析により計算できることを示した。

最後に今後の課題として2点を挙げる。第1に、ベントナイト中ではその低透水性のため核種の移動は移流よりも濃度勾配による拡散のほうが支配的であると考えられている<sup>3)</sup>。本研究では移流項を0としたが、微視レベルまで濃度を考える場合、移流による影響を調べる必要がある。この場合、市川らの研究<sup>1)</sup>をもとに、均質化法による流速分布を本解析に取り入れることが重要であり、見かけ拡散係数や屈曲度等の多孔質媒体中における拡散問題に関する従来の概念と比較検討しなければならない。第2に、モンモリロナイトは水の浸潤に伴い大きく膨潤するので、膨潤による拡散係数や透水係数などの変化も考慮する必要がある。

## 参考文献

- 1) 市川康明, 河村雄行, 中野政詩, 北山一美 (1999): 分子シミュレーション法と均質化法の結合解析・高レベル放射性廃棄物の地層処分における緩衝材挙動への適用, 日本原子力学会誌, pp.88-97.
- 2) 核燃料サイクル開発機構 (1999): 地層処分開発研究第2次とりまとめ第1次ドラフト, 第V章 地層処分システムの安全評価.
- 3) 核燃料サイクル開発機構 (1999): 地層処分開発研究第2次とりまとめ第1次ドラフト, 第IV章 地層処分の工学技術.
- 4) Bakhvalov, N., and Panasenko, G. (1984): *Homogenization: Averaging Processes in Periodic Media*, Nauka Pu., (English Trans. Kluwer Academic Pub. 1989).
- 5) Bear, J., and Verruijt, A. (1987): *Modeling Groundwater Flow and Pollution*, D. Reidel Pub.
- 6) Grathwohl, P. (1998): *Diffusion in Natural Porous Media, Contaminant Transport, Sorption/Desorption and Dissolution Kinetics*, Kluwer Academic Pub.
- 7) Sanchez-Palencia, E. (1980): *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*, Springer-Verlag.