

不連続体解析法の現状と課題

Some discussion of discontinuous analytical methods on jointed rock

佐々木 猛

Takeshi SASAKI

1. はじめに

岩盤内には顕在的な不連続面である断層と節理群やクラックのように潜在的でその繋がりが曖昧な不連続面が同時に存在する。これらの解析手法として、不連続面の変形挙動を平均化した等価連続体解析と個々の不連続面をモデル化した不連続体解析がある。ここでは、これらの内、不連続面を特定した不連続体解析の代表的な手法の理論的背景と特徴を述べ、若干の適用例を紹介し、実際の岩盤不連続面との関連及び課題を述べる。

2. 不連続体解析法の代表的手法の比較と課題

表-1は代表的な不連続体解析法の特徴を示す。不連続面を含むブロックシステムの運動は、基本的に静的微小変形解析と動的大変形解析に分類できる。静的微小変形解析はジョイント要素¹⁾、RBSM²⁾、修正仮想変位法³⁾などが代表的である。これらの接触機構は基本的に面接触であり、ブロック間に与えるバネ剛性や強度の応力依存性や寸法効果の影響などが問題となる。ジョイント要素の法線剛性の非線形性については Goodman ら(1974,1976)、Bandis ら(1983)、Amadei ら(1997)の研究がある⁴⁾。式(1)は Bandis らが提案したジョイントの法線剛性の応力依存性を考慮した双曲線近似と呼ばれる最も簡便なものである。ここに、 K_{ni} : 初期法線剛性、 V_m : ジョイントの最大閉合幅であり、ジョイントの法線剛性が拘束圧の増加に伴い双曲線的に大きくなることを示している。

$$K_n = K_{ni} \left[1 - \frac{\sigma_n}{V_m K_{ni} + \sigma_n} \right]^{-2} \quad (1)$$

式(2)は同様に Kufhaway(1975)が提案する不連続面のせん断剛性評価式である。

$$K_s = K_j (\sigma_n)^{n_j} \left(1 - \frac{\tau \cdot R_f}{\tau_p} \right)^2 \quad (2)$$

ここに、 K_j : 初期せん断剛性、 n_j : 剛性係数、 R_f : 破壊比、 τ_p : 最大せん断強度であり、式(1)と同様に拘束圧に強く依存する形となっている。また、この他にせん断変位に伴うダイレイタンスがある。Amadei ら(1997)の実験によれば、これらはせん断変位の約 10%程度であることが示されている⁴⁾。Yoshinaka、Yamabe(1986)、Bandis ら(1983)は不連続面の長さや拘束圧の変化に対する法線及びせん断剛性と強度の関係を調べ、これらが不連続面の長さ、拘束圧に強い依存性があることを示している⁵⁾。以上の項目は不連続面の解析に際して考慮すべき重要な特性であり、解析の目的と要求される精度及び実際に得られているデータのバランスを良く吟味する必要がある。

動的大変形解析では DEM^{6,7)}、DDA^{8,9)}、離散 FEM^{10,11)}、Manifold 法^{12),13),14)}などが代表的である。これらの接触機構は基本的に点接触であり、ブロック自身の変形特性、接触機構の数値解析的取り扱いの種類などが問題となる。ここでは、不連続体解析の全ての要素が含まれる Manifold 法の動的大変形解析の基礎理論と現在提案されている代表的な手法を比較することにより、その特徴を述べる。

動的大変形解析の弾性体ブロックの接触を含む離散 FEM¹¹⁾と Manifold 法¹⁴⁾の運動方程式を統一的に表現すると、

$$\Pi^{\text{sys}} = \sum_{i=1}^n \Pi^{(\text{block})i} = \sum_{i=1}^n \left(\Pi^i + \sum_{j=1}^m \Pi_{PL}^{i,j} \right) \quad (3)$$

これらの系全体のポテンシャルエネルギー Π^{sp} は式(3)で表される。式(3)右辺第1項は各ブロックの連続体としてのポテンシャルエネルギーであり、第2項はブロック i のブロック j に対する接触のポテンシャルエネルギーである。第1項は、

$$\Pi^i = F(x, y) \int_V \frac{1}{2} (\sigma \cdot \varepsilon) dV - \int_\Gamma \bar{t} \cdot u d\Gamma - F(x, y) \int_V [\rho(b - \ddot{u}) - c\dot{u}] \cdot dV \quad (4)$$

で表される。式(4)第1項はひずみエネルギー、第2項は表面摩擦エネルギーであり、第3項は慣性力及び減衰力である。ここに、 σ : 応力テンソル、 ε : ひずみテンソル、 u : 変位、 $\ddot{u}$: 加速度、 $\dot{u}$: 速度、 ρ : 質量、 b : 物体力、 c : 減衰定数、 $\bar{t}$: 表面摩擦力、 V : ブロックの体積、 Γ : ブロックの表面積である。

式(4)中の関数 $F(x, y)$ は Manifold 法の有限被覆関数と呼ばれるものであり、式(5)のように定義される。

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^n w_i(x, y) f_i(x, y) \quad (5)$$

ここに、 $w_i(x, y)$: 重み関数、 $f_i(x, y)$: 変位形状関数、 x, y : Cartesian 座標である。

重み関数には式(6)で示す性質を与える。すなわち、数学メッシュと物理ブロックが重なっている領域はある値を持ち、これらが重なっていない場合にはゼロとし、有限被覆関数の重複している部分の重みの総和を1とする。

$$w_i(x, y) \geq 0 \quad (x, y) \in U_i, \quad w_i(x, y) = 0 \quad (x, y) \notin U_i, \quad \sum_{(x, y) \in U_j} w_j(x, y) = 1 \quad (6)$$

通常の離散 FEM では、式(6)の条件が現れず、物理ブロックと数学メッシュが一致している。また、DDA は1ブロックに1被覆が課せられている特別の場合であり、Manifold 法では式(6)を用いることにより物理ブロックの形状に左右されない標準の数学メッシュを自動的に生成している。

離散 FEM では接触の条件を、ブロック間の貫入が0で、摩擦は Coulomb に従うとし、貫入と摩擦のポテンシャルエネルギーを perturbed Lagrangian 乗数法(Simo et. al., 1985) を用いて式(7)で表す。

$$\Pi_{PL}^i = \int_{c,i} \lambda_N [(u^j - u^i) \cdot n + g_0] d\Gamma - \int_{c,i} \lambda_T \cdot (u_T^j - u_T^i) d\Gamma - \int_{c,i} \left[\frac{1}{2\eta_N} \lambda_N^T \lambda_N + \frac{1}{2\eta_T} \lambda_T^T \lambda_T \right] d\Gamma \quad (7)$$

ここに、 λ_N と λ_T は、法線と接線方向の接触における Lagrange 乗数ベクトルである。これらの物理的な意味は、法線と接線方向の軸応力とせん断応力である。また、第3項は perturbed 項であり、 η_N と η_T は、法線と接線方向の perturbed パラメータである。この手法は Lagrange 乗数ベクトル λ_N と λ_T が新たな未知数となり、その物理的な意味は明確であるが、連立方程式の数値安定性が悪く、求解に困難を伴うことが知られている。

表-1 代表的な不連続体解析法の比較

手法 項目	個別剛体要素法 (DEM)	剛体ばねモデル (RBSM)	不連続変形法 (DDA)	離散 FEM (FEM)	マニホールド法 (Manifold Method)	修正仮想変位法 (FESM)
提案者	Cundall, (1971)	川井, (1976)	Shi, (1984)	Hallquist et al. (1985)	Shi, (1991)	浜島, (1993)
変形	大変形	微小変形	大変形	大変形	大変形	微小変形
ブロックの剛性	剛体	剛体	弾性体	弾性体	弾性体	弾性体
不連続面の剛性と決定法 (K_T, K_N)	ばね、ダッシュポット 不連続面付近の実質部の疑似剛性	ばね (弾性) ばね周辺の実質部の剛性 (実験)	Penalty 法 貫入が0になるように解く	DYNA-3D Master-Slave 法 (節点拘束法)	Penalty 法 貫入が0になるように解く	ばね (弾性) ばね周辺の実質部の剛性 (実験)
運動方程式	動的 (Newton の運動の第二法則) $M\ddot{u} + C\dot{u} = F$	静的 (仮想仕事の原理) $Ku = F$	動的 (Hamilton の原理) $M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F$	動的 (Hamilton の原理) $M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F$	動的 (Hamilton の原理) $M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F$	静的 (仮想仕事の原理) $Ku = F$
特徴	任意形状 剛性の設定に経験が必要、粒状体の解析など多くの研究がある	任意形状 差分と FEM の中間的理論 極限解析 (滑り)	任意形状、FEM の一種、ブロックのひずみ、応力が求まる、任意の構成則が可能	三次元 FEM の衝突解析 ブロック重心のひずみ、破壊など多くの機能	FEM と DDA の組み合わせ、物理メッシュ (任意) と数学メッシュ (三角形) を利用	三角形 RBSM と FEM の組み合わせ、川井 (1980) の EBSM と同等
未知数	ブロック重心の速度	ブロック重心の変位	ブロック重心のひずみ 剛体変位、剛体回転	節点変位	節点変位	ブロック重心のひずみ 剛体変位、剛体回転
最近の研究	UDEEC (変形考慮) 3DEC Barton (1991) 他多数	都井 (1995) 竹内 (1996) (ボロノイ分割)	佐々木、大西 (1995) 佐々木、石井 (1996) 大西 (1996)	Hilbert, (1993) Lagrange Multiplier 法 DDM (領域分割法)	大西、佐々木 (1995) 佐々木、大西 (1997) 佐々木、大西 (1998)	浜島 (1996) (プレートの解析)
適用例	斜面の崩壊 トンネルの崩壊 空洞の安定解析	クラックの進展 破壊パターン解析 斜面の滑り	斜面、空洞、岩盤基礎の安定解析 落石解析	斜面、空洞解析 トンネル崩壊 断層の解析	斜面、空洞解析 熱応力解析 クラックの進展	クラックの進展 破壊パターン解析 断層の解析

DDA と Manifold 法では接触の条件を、ペナルティ法を用いて式(8)のように最小二乗的に評価している。

$$\Pi_{PL}^i = \frac{1}{2} k_N [(u^j - u^i) \cdot n]^2 - \frac{1}{2} k_T [u_T^j - u_T^i]^2 \quad (8)$$

ここに、 k_N : 法線方向のペナルティ係数、 k_T : 接線方向のペナルティ係数、 $(u^j - u^i) \cdot n$: 法線方向貫入量、 u_T : 接線方向滑り量、 n : 接触面の方向余弦である。この手法は解が安定的に求まるが、接触応力を近似的に求める必要がある。

全体の運動方程式は式(4),(7)または(8)をポテンシャルエネルギー最小化原理を用いて整理し、これを更新 Lagrangian 定式化で式(9)のように離散化し、各時間ステップでブロック間の貫入が 0 になるように収束計算させ、増分変位を逐次解いて行く。

$$[M]\{\ddot{u}^{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{u}^{t+\Delta t}\} + [K]\{u^{t+\Delta t}\} = \{R^{t+\Delta t}\} \quad (9)$$

ここに、 $[M]$: 質量マトリックス、 $[C]$: 減衰マトリックス、 $[K]$: 剛性マトリックス、 $\{R\}$: 外力マトリックス、 $\{\ddot{u}\}$: 節点加速度ベクトル、 $\{\dot{u}\}$: 節点速度ベクトル、 $\{u\}$: 節点変位ベクトル、 t : 任意時刻、 Δt : 時間刻みである。

各ステップの計算後、物理ブロックの形状と数学メッシュの座標が更新される。

以上、離散 FEM、DDA、Manifold 法の理論的背景と課題を述べたが、当初、ブロックを剛体と仮定していた DEM も最近では弾性変形が考慮され、手法の本質的な違いは少なくなってきた。したがって、これらの手法の違いは接触機構の取り扱いや減衰の物理的な意味である。また、これらの接触機構は点接触を基本にしているが、被りの深い空洞周辺の不連続面を解析対象とした場合には基本的に面接触と考えられ、静的解析の場合と同様に不連続面の非線形な強度、変形特性をいかにして導入するかが課題である。

3. DDA 及び Manifold 法の適用例

図-1,2 は DDA による斜面に近接したトンネルの崩壊パターンを示す。このモデルの作成は不連続線を 3 種類の節理群の走向/傾斜、各節理群の平均長さ、平均間隔、ブリッジ(同方向の節理の途切れ間隔)と各節理群の平均長さ、平均間隔に対する分散を与え、計算機の中で乱数を発生させて統計的に自動生成したものである。モデル(a)と(b)は節理群の走向/傾斜を同一として、平均長さ、平均間隔、ブリッジを 20%程度変えている。解析条件として、節理の摩擦特性は、Coulomb の摩擦強度に従うとして、摩擦角を 30° 度、自重 2.5tf/m^3 を与えて、時間刻み 0.03sec で 100 ステップまで計算した結果である。これらの節理分布パターンは全体的に同じように見えるが、これをブロック化して解析すると、図-1,2 のように、かなり異なった破壊パターンの結果が得られた。

不連続体解析を行う際に最も問題となるのは、ここに一例を示したような不連続面のモデル化の方法であり、特に不連続体解析では、解析モデルが最終的に結果に大きく影響する。また、実際の岩盤不連続面は基本的に三次元の問題であり、これらのモデル化や結果の判断に際してこの点を最も重要視する必要がある。これらのモデル化に際して、不連続面の形状を簡単のために円盤や楕円状と仮定することが多いが、この仮定であれば、露頭に現れる交差の形状は X タイプとなるが、実際には L タイプや T タイプも存在することから多角形の不連続面も存在することが示唆されている(Dershowitz, 1989)¹⁵⁾。しかし、実際にこれらを三次元的に表現するのは極めて困難である。

図-3 は岩盤掘削斜面の進行性破壊問題を Manifold 法により動的に解析した結果である⁴⁾。Manifold 法ではブロックが FEM 要素で分割されるため、各要素毎にブロック内の応力、ひずみが得られる。本斜面の背面は、砂岩と粘板岩の互層になっており、塑性領域が斜面背面上部から法尻まで繋がっているのが分かる。

図-4 は Manifold 法による双設空洞の弾塑性解析結果を示す¹³⁾。塑性領域が空洞と不連続面の周辺に現れているのが分かる。ここでは弾塑性構成則として Drucker-Prager の関連流れ則を採用している。本手法は基本的に FEM の一種であるため種々の構成則の導入が可能である。

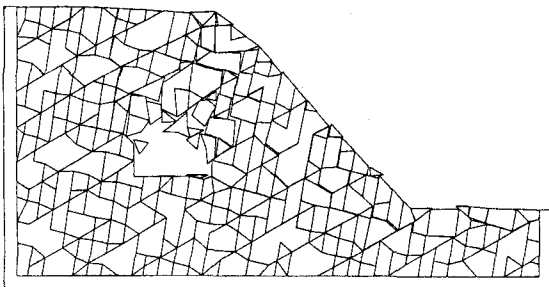


図-1 DDA モデル(a)の崩壊パターン

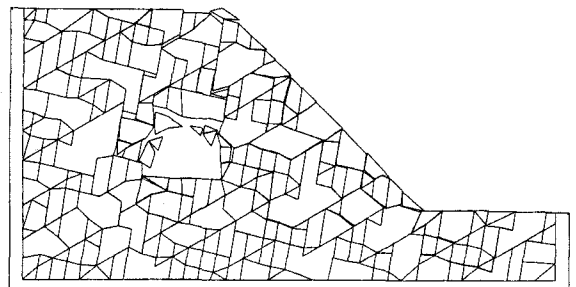


図-2 DDA モデル(b)の崩壊パターン

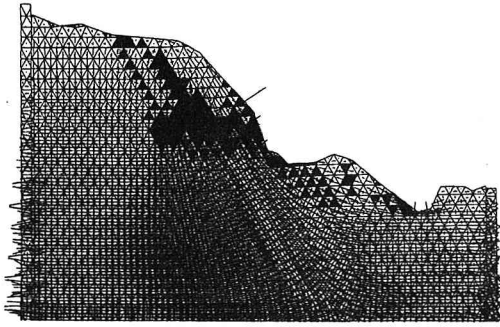


図-3 Manifold 法による斜面の進行性破壊解析

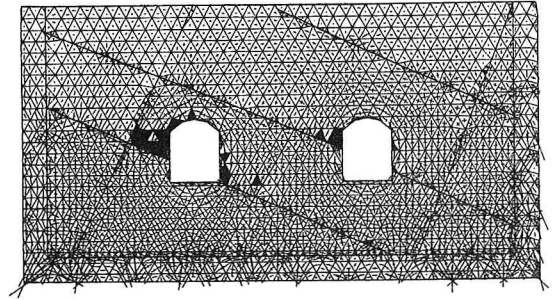


図-4 Manifold 法による双設トンネルの弾塑性解析

4. むすび及び今後の課題

不連続体解析法には種々の手法があり、その理論的背景や機能は多少異なるが、いずれの手法も理論的には完成度が高くなって来ている。しかし、不連続体解析の結果は解析モデルに強く依存する性質があり、また、これらは基本的に三次元の問題である。したがって、不連続体解析の最大の課題は、いかにして三次元のモデルを作成しこれを効率良く解析するかである。今後は、不連続面の調査法と連動した、三次元モデルの自動生成とこれらを効率良く解析できる実用的な手法の開発が重要な課題である。

参考文献

- 1) Goodman, R. E., Tylor, R. and Brekke, T. L. : A model for the mechanics of jointed rock, J. Soil Mech. and Found. Eng. Div., ASCE, SM3, 94, pp.637~659, 1968.
- 2) 川井忠彦：離散化極限解析法に関する最近の話題、生研セミナーテキスト、1986.
- 3) 浜島良吉：修正仮想変位法および修正仮想応力法に基づく要素内変形を考慮した不連続体解析、第42回応用力学連合講演会、pp.263~264、1993.
- 4) 佐々木猛：破碎性岩盤と不均質岩盤の挙動解析、(社)システム総合研究所、第15回岩盤システム工学セミナー、pp.107~150、1998.
- 5) 地盤工学会岩の力学委員会：不連続性岩盤と構造物に関する研究報告書、pp.79~87、1995.
- 6) Cundall, P. A. : A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock system, ISRM Symposium, Nancy, France, pp.11~18, 1971.
- 7) 佐々木猛：岩盤解析における個別要素法の適用と課題、(社)システム総合研究所、第9回岩盤システム工学セミナー、pp.209~234、1992.
- 8) Shi, G. H. : Block system modeling by Discontinuous Deformation Analysis, U.C.Berkeley, Dept. of Civil Eng. August, 1989.
- 9) 佐々木猛、大西有三、吉中龍之進：不連続変形法(DDA)とその岩盤工学への適用に関する研究、土木学会論文集、No.493/Ⅲ-27、pp.11~20、1994.
- 10) Hallquist, J.O. : A procedure for the solution of finite deformation contact-impact problem by the finite element method, UCRL-52066, Lawrence Livermore Laboratory, Livermore, California, April, 1976.
- 11) Hilbert, L. B. JR, W. Yi, N.G.W. Cook, Y. Cai and G-P. Liang : A new discontinuous finite element method for interaction of many deformable bodies in geomechanics, U.C.Berkeley, 1993.
- 12) Shi, G. H. : Manifold method of material analysis, Trans. 9th Army Conf. on Appl. Math. and Comp., Rep. No. 92-1. U.S. Army Res. Office, 1991.
- 13) 佐々木猛、大西有三、森川誠司、石井大介：Manifold 法による節理性岩盤の弾塑性解析、岩の力学連合会、第10回岩の力学国内シンポジウム講演論文集、pp. 151~156、1998.
- 14) 佐々木猛、大西有三：Manifold 法の概要と適用事例、日本応用数理学会講演会論文集、pp.328~329、1998.
- 15) 大西有三：不連続性を有する岩盤の解析手法の変遷、電力土木、No.270、pp.1~10、1997.