

三次元水圧破碎シミュレータの開発

Development of a Three-Dimensional Hydraulic Fracturing Simulator

山本晃司*・島本辰夫**・市川 真***・伊東淳*

Koji YAMAMOTO, Tatsuo SHIMAMOTO, Makoto ICHIKAWA, and Jhun ITOH

This paper presents a 3-D Hydraulic Fracturing Simulator which is applicable for arbitrary shape of fractures on the curvilinear surface in rock masses. Hydraulic Fracturing is a technique to create fracture formation in underground rock masses by injecting fluid to borehole, and widely used for the development of geothermal resources, an in-situ stress measurement, and a well stimulation method of oil wells. Entire processes of fracturing operation including post-shut-in and second breakdown are modeled in the time series simulator. Coupling solution of stress/displacement and fluid analysis gives pressure distribution inside of aperture of fracture. Theoretical basis, numerical modeling and a few examples of simulated results are provided.

1. はじめに

坑井に流体を圧入して岩盤中にき裂を形成する水圧破碎技術は、地下水・地熱の開発や岩盤の原位置応力測定手法として用いられる。また石油開発分野では、生産性の低下した油田でのき裂発生による坑井周りの浸透性向上により石油の回収率を向上させる坑井刺激技術の一つとして、資源が枯渇しつつあるアメリカ合衆国や北海の油田で広く利用されている。

坑井刺激技術として水圧破碎を行う際は、坑井の生産性を支配するき裂の大きさと方向を予想し、必要な圧入流体の性質、量、圧力などを決めることが必要で、そのためき裂形成過程を予測する数値シミュレータの開発が進められてきた。近年は、傾斜井や水平井からの水圧破碎の実施例が増加したことなどから自由な形状のき裂形成を計算できる数値シミュレータの開発が求められている。

本報で紹介するシミュレータは、折れ曲がりやねじれを含む任意形状のき裂を対象に、圧入開始時から圧入停止以後までのき裂の挙動を経過時間に従って解析し、各計算時点におけるき裂のサイズ・方向・開口幅、き裂内における圧入流体

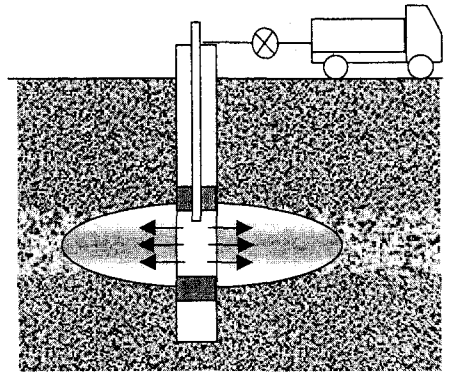


図 1 水圧破碎の概念図

* 正会員 富士総合研究所 地下空間伊東クラスター

** 石油公団 石油開発技術センター 油層研究室

*** 石油公団 石油開発技術センター 油層研究室 (現 Japan Canada Oil Sands Limited)

の流動と流体圧力分布、形成後のき裂の開口を保持するためのプロバントの集積について計算する。

本報では、このシミュレータにおける各現象のモデル化について紹介し、適用例を示す。

2. 三次元変位不連続 (Displacement Discontinuity) 法

石油産業においてはすでにいくつかの水圧破砕シミュレータが実用に供されているが、それらの多くは一平面内に伸展するき裂を扱うモデルであり、初期に形成されるき裂が主応力軸と異なるような条件の下でのき裂伸展を扱えない。筆者らは、Wiles & Curran(1982)及び Vandamme & Curran(1989)の定式化に基づき、三次元変位不連続 (DD: Displacement Discontinuity) 法による応力解析を流体との連成解析に組み入れることにより、自由な形状のき裂を扱うことに成功した。

変位不連続法は間接法の境界要素法 (BEM) の一種であり、き裂面のみを離散化するため節点要素数の膨大さやき裂伸展に伴うメッシュ更新の困難といった問題が少なく、時間に応じて境界が変化する問題への適用性に優れている。この方法では、 δ 関数で表現される一点に集中する物体力に関する弾性体の基礎式的一般解に基づき、直交する三成分の力のダイポールを等価な変位の不連続 (き裂の開口及びせん断すべり) に置き換えて、一点に集中する変位不連続と遠方の応力・変位場の関係を求める。

連続する変位不連続、すなわち有限の大きさを持つき裂が遠方に生じる応力場は、点 ξ の変位不連続による点 x における応力を、き裂面 Γ 全体で積分することにより、

$$\sigma_{ij}(x) = \int_{\Gamma} T_{ijk}^*(x, \xi) \phi_{kn}(\xi) d\xi \quad (\text{式 1})$$

と表される。ここで、 ϕ_{kn} は法線成分が n である平面に作用する変位不連続の強度であり、開口幅およびすべり量に Dirac の δ 関数を乗じたものとして、次のように表すことができる。

$$\phi_{kn}(\xi) = \lim_{\xi_n \rightarrow 0} u_k(\xi) - \lim_{\xi_n \rightarrow 0} u_k(\xi) = \delta(\xi) \phi_{kn} \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{式 2})$$

また、 T は作用関数である。

き裂面内に流体があり、その圧力が $p(x)$ であるとする、き裂表面では岩盤の表面応力の法線成分と水圧がつりあう。き裂面を三角形で節点要素分割し、要素内の変位不連続分布を形状関数 N で表現し離散化方程式に書き改めると、この釣り合い条件は次のように表される。

$$p(x) n_i(x) = \sigma_{ij}(x) n_j(x) = \sum_{e=1}^E \left[T_{ijk}^*(x, \xi) \int_{\Gamma_e} \left\{ \sum_{i=1}^3 \phi_{kn}^{(i)} N_i(\xi) \right\} d\xi \right] \cdot n_j(x) \quad (\text{式 3})$$

ここで e はき裂を構成する要素、 E は要素点数、 Γ_e は各要素の表面、 i は要素を構成する節点を示す。これに適当な数値積分と座標変換を適用することにより、式 3 は

$$p^m n_i^m = \sum_{n=1}^N T_{ij}^{mn} \phi_j^n \quad (\text{式 4})$$

として、線形の連立一次方程式となる。ここで、 m, n は節点を示す。これによりき裂内の流体圧力分布から、き裂開口および滑りを計算することができる。

このシミュレータの開発にあたっては、形状関数に一次関数を採用し、き裂先端付近では線形破壊力学で予測されるき裂先端からの距離の $\sqrt{r}$ に比例する特殊要素を導入する。 $m=n$ の場合の特異点としての処理が必要である。作用関数 T は特異点が内部構造を持っていて数値的な手法は使えないので、本シミュレータでは特異点周辺を有限領域に区切って解析解を適用している。

3. 連成解析

本シミュレータにおいては、圧入流量、き裂容積、及びリークオフ量の釣り合い条件の下で、DD 法による応力解析と FEM による流動解析の連成解から、ある時点における流体圧力とき裂開口幅を求めている。

き裂内の流動は Clifton & Abou-Sayed(1979,1981)に従い、平行平板間の二次元流れでモデル化し、き裂厚み方向の速度分布は考慮しない。これを DD 法で用いたのと同じ計算メッシュを利用し、オイラーの微分方程式への変分法の適用により汎関数 J_p の最小値問題に帰着して、有限要素法 (FEM) で離散化する。水圧破砕における圧入流体は通常非 Newton 性を示す粘性流体が用いられ、プロパントの密度も流体の粘性に影響を与えると考えるので、累乗則に基づく粘性の速度勾配依存性を導入する。

平行板間の定常流は、次の式で計算される。

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = -q_L - \frac{\partial w}{\partial t}, \quad \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{|q|}{w^2} \right)^{2n} \frac{q_x}{w^3} = \rho F_x, \quad \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{|q|}{w^2} \right)^{2n} \frac{q_y}{w^3} = \rho F_y \quad (式 5)$$

ただし、

$$|q| = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}, \quad q_i = \int_{-w/2}^{w/2} v_i dw \quad (式 6)$$

であり、 w はき裂開口幅、 q は単位時間・単位長さあたりの流量、 η は粘性係数、 ρF は物体力、 q_L はき裂中から岩盤に流出する流量 (リークオフ) を示す。

リークオフ量は岩盤と流体の性質や、坑底圧と間隙水圧の圧力差など様々な要因に影響されるが、ここでは主として表面形成後の時間経過によってマッドケーキの付着と浸透性低下により流出量が変わることを考え、

$$q_L = \frac{2c_L}{\sqrt{t-t_i}} \quad (式 7)$$

と仮定する。ここで c_L は地層ごとに定められるリークオフ係数、 t_i はき裂形成時刻を示す。

計算ステップ n におけるき裂容積 W は、流体体積の釣り合いの条件から、

$$W = \sum_e a_e f_{we}^{(n)} = \Delta t \left(- \sum_e a_e f_{Le} + \sum_e r_e f_{qe} \right) + \sum_e a_e f_{we}^{(n-1)} \quad (式 8)$$

と計算される。ここで、 f_{Le} は各要素での単位時間あたりのリークオフ量、 f_{qe} は単位時間あたりの要素境界からの流入量、 f_{we} はき裂開口幅、 a_e は要素の面積、 r は要素境界、 n は計算ステップ、 Δt はステップ間の時間間隔を示す。連成解析においては、応力解析の最後に計算されるき裂開口幅がき裂容積 W の条件を満たすように、補助変数 P を導入して、

$$\begin{bmatrix} T & -1 \\ a & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p \\ W \end{Bmatrix} \quad (式 9)$$

を解く。ここで、 p は節点応力 ($=pn$)、 ϕ は節点の変位不連続であり、 $-1 = (-1 \ -1 \ \dots \ -1)^T$ である。

連成解として最終的に得られる節点圧力は補助変数 P を加えた $p_i + P$ となる。

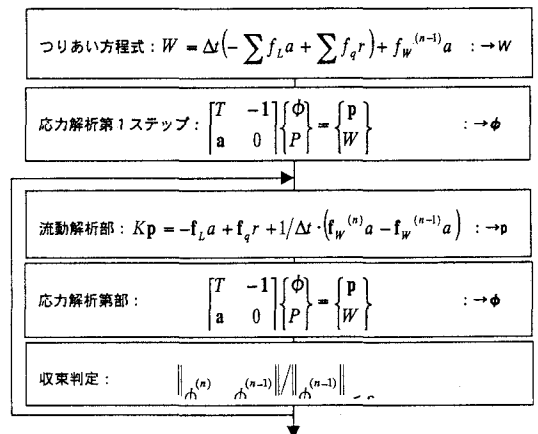


図2 連成解析フロー

4. き裂伸展クライテリア

岩盤中のき裂成長のメカニズムは、岩盤の弾塑性性状や圧入流体流れなど多くの要因に支配され、不明の点が多い。本シミュレータでは、岩盤中のき裂成長は脆性破壊的であるという考えに基づき破壊力学モデルを採用している。

き裂の伸展量は Mastrojannis (1980) に従い、き裂先端付近の応力拡大係数から定まると考える。

既に述べたように、ここで用いている解析メッシュでは、き裂先端部の開口幅 w はき裂先端からの距離 r の $1/2$ 乗に比例する特殊要素を導入しているため、き裂開口幅 w について解くことで、

$$w = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (\text{式 } 10)$$

の関係からモード I の応力拡大係数 K_I が得られる。

き裂伸展速度は応力拡大係数と破壊靱性値の差によって定まると考え、

$$\Delta d = \Delta t \left(\frac{K_I - K_{IC}}{|K_{I_{\max}} - K_{IC}|} \right)^a \cdot V_{\text{front}} \quad (\text{式 } 11)$$

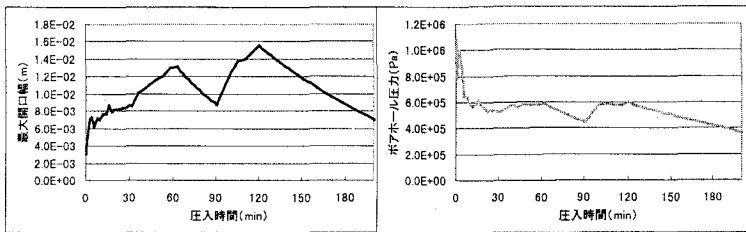
により各点のき裂伸展量を定める。ここで $|K_{I_{\max}} - K_{IC}|$ は初期ステップでの最大応力拡大係数と破壊靱性値の差、 V_{front} は初期ステップにおけるき裂伸展速度である。

原位置応力の影響からき裂は元の平面から離れて伸展するが、この折れ曲がり角度は、マクロなき裂形状がき裂先端の応力に与える影響を考慮するため、き裂先端近傍の周回最大引張り応力が発生する方向を変位不連続法による数値解から求めて決定している

5. 水圧破碎過程のシミュレーション

本シミュレータにおいては、坑井の仕上げ状態から初期き裂の領域を仮定し、各時点における圧入流体の流量及び圧入プロパント密度を圧入スケジュールとして与え、圧入停止・坑井密閉 (Shut-in) とその後のき裂閉合、及び再度の圧入開始 (Second Breakdown) も流体体積の保存以外に特に条件を与えずに解くことができる。

Shut-in 及び再圧入を含む 200 分の水圧破碎実施の例を図 3 及び図 4 に示す。ここでは、時間を追ってのき裂の進展の状況と、き裂開口幅及びボアホール圧力の変化を示している。



$G=6.9\text{GPa}$, $\nu=0.3$, 応力コントラスト $350\text{kPa} (\pm 15\text{m})$, $n'=1.0$

圧入レート: 3.2 (0-30min), 4.8 (30-60min), 0.0 (60-90min), 6.4 (90-120min); 単位 m^3/min

図 3 200 分の水圧破碎過程によるき裂開口、圧力の時間変化

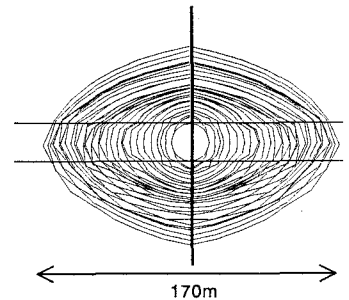


図 4 形成されるき裂形状

また、原位置応力状態による形成されるき裂形状の違いを図5及び図6に示す。図5はき裂が原位置応力の影響で折れ曲がる状況を、図6には多層地盤において形成されるき裂の形状が応力コントラストによって変化する状況を示す。

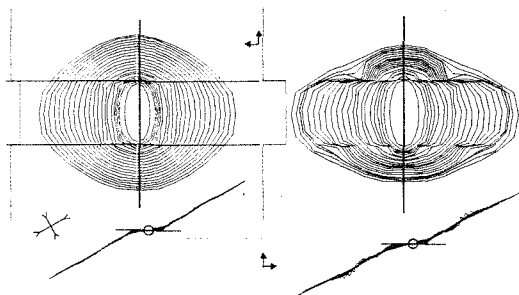


図4 き裂の折れ曲がりの計算例

(初期き裂と主応力最小方向のなす角度が 30° の場合)

- 1) 応力コントラスト小 2) 応力コントラスト大

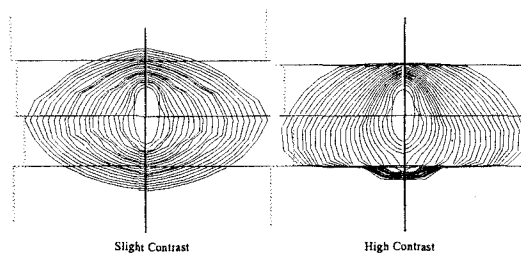


図5 地層応力のコントラストによるき裂形状の差

- 1) 4層 (応力コントラスト小) 2) 4層 (応力コントラスト大)

6. まとめ

本報告で紹介した水圧破碎シミュレータにより三次元空間内の自由形状のき裂形成を、圧入スケジュールに沿って計算し、各時刻におけるき裂開口と流体圧力の分布を計算することができるようになった。現在は、このシミュレータの適用性を確認していくため、実際の水圧破碎で獲得できるデータとの比較を通じて検証作業を進めている。

今後は、き裂伸展クライテリアの精密化に関する検討、及び圧入停止後のき裂閉合のモデルやプロパントの支持により残留するき裂開口の坑井の生産性に与える影響の検討などを通じて、シミュレータの実用的な利用法の検討と、き裂設計作業への取り込みをはかって行く予定である。

7. 参考文献

- 1) 安岡孝司、山本晃司、岡津弘明、杉山広巳：変位不連続法と3次元水圧破碎モデル、境界要素法論文集第10巻、1993
- 2) T. D. Willes, J.H. Curran: A General 3-D Displacement Discontinuity Method, Proc. 4th International Conference for Numerical Method in Geomechanics, 1982
- 3) L. Vandamme, J.H. Curran: A Three-dimensional Hydraulic Fracturing Simulator, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol.28, 99.909-927, 1989
- 4) R. J. Clifton, A. S. Abou-Sayed: On the Computation of the Three-dimensional Geometry of Hydraulic Fractures, SPE7943, Proc. 1979 Low Permeability Gas Reservoirs, 1979
- 5) R. J. Clifton, A. S. Abou-Sayed: A Variational Approach to the Prediction of the Three-dimensional Geometry of Hydraulic Fractures, SPE9879, Proc. 1981 Low Permeability Gas Reservoirs, 1981
- 6) E. N. Mastrojannis, L. E. Keer, T. Mura: Growth of Planar Cracks Induced by Hydraulic Fracturing, International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 15, pp41-54, 1980
- 7) C. H. Yew: Lecture Notes on Hydraulic Fracturings, 1992
- 8) N. R. Warpinski, I. S. Abou-Sayed, Z. Moschovids, C. Parker: Hydraulic Fracturing Model Comparison Study: Complete Results, SAND93-7042, Sandia National Laboratories, 1993