

不連続面系の3次元浸透閾値に関する一考察

Three-dimensional percolation threshold of natural finite length crack systems

鈴木健一郎*、山崎 雅直**、小田 匡寛***、桑原 徹*

Kenichirou Suzuki, Masanao Yamazaki, Masanobu Oda, and Toru Kuwahara

The achievements for the critical percolation threshold which has been proposed on theoretical and numerical studies were verified on the natural crack system of permeable granitic rocks. Cracks on the planar-cut of rock specimens were observed using filmy-replica system and the three-dimensional crack distributions were predicted using stereological method. This results shows that three-dimensional percolation thresholds satisfy the permeable condition of the natural three-dimensional crack system.

1. はじめに

岩盤の水理学的な特性評価において、岩盤中の不連続面系が十分な連結性を持ち、等価な透水係数が評価されるものかの判断が浸透理論の一つの用い方と考えられる。浸透理論に基づいて不連続面系に十分な経路ができる限界の不連続面密度（個数、大きさを総合して考える密度の意味で、以下これを浸透閾値と呼ぶことにする。）について理論的および数値実験的な考察が成され、幾つかの不変量とそれに基づく浸透閾値が提案されている。本研究では、数値実験などの理想的な不連続面系において提案されている浸透閾値が、実際の不連続面系において成立するかを花崗岩中のクラックの観察により考察した。実際の浸透挙動は3次元の不連続面系に支配されているため、断面の観察から3次元の不連続面密度を考える必要がある。ここでは、直交3断面の観察から3次元の不連続面分布を予測する金谷の方法¹⁾を用い、3次元クラックテンソルを決定し、浸透閾値との関係を調べた。また、2次元と3次元でそれぞれ独立に考察されている浸透閾値をクラックテンソルを媒介に関係付けることで、切羽や露頭などの観察により3次元の不連続面系の連結性を予測する際の助けにもなることを示した。

2. 花崗岩のマイクロクラックの観察

マイクロクラックの観察は、図-1に示すような透水試験を実施した直径50mm、高さ100mmの円柱供試体

の直交3断面を含む全4断面において行った。断面のクラックの抽出にはレプリカフィルミーシステムを用いた²⁾。この手法は供試体程度の断面のクラックを全体的に観察するには有効な方法で、抽出されるクラックの幅は10nmである。詳しい測定方法は文献²⁾を参照されたい。対象とした4個の花崗岩の透水試験結果を表-1に示す。A～Dの4個の供試体は90度の熱水中にそれぞれ0、180、1030、2000日浸漬することにより人

表-1 供試体の試験結果

sample No.	immersion period(days)	permeability (m ²)	porosity (%)	longitudinal wave velocity (km/sec)
A	0	3.05×10^{-18}	0.510	4.33
B	180	2.52×10^{-18}	0.311	3.77
C	1030	1.03×10^{-16}	0.951	2.35
D	2000	4.34×10^{-16}	1.034	2.17

工的に風化させたものである。表には同時に測定された空隙率および弾性波速度を並記した。これらの結果からは、全ての供試体においてクラックにより形成される不連続面系の透過性が示されたものとする。この結果と不連続面系の関係を考

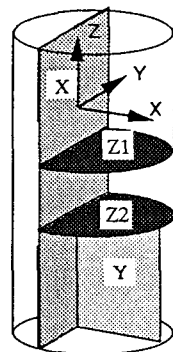


図-1 供試体観察断面

* (株)大林組、**東京電力(株)、***埼玉大学

察するために各供試体の切断面のクラック観察を実施した結果を以下に示す。

2.1 観察結果

レプリカフィルムに現われる不連続面の例を図-2に示す。このような写真より粒界クラック、貫通クラック、粒子内クラックなど全ての不連続面をその幅の違いは考慮せずトレースした。その例を図-3に示す。これらのクラックマップをデジタイザーにより、連続する不連続面を数本の折れ線としてその各座標を1本1本パソコンに入力した。このような作業は画像処理の技術を導入することで簡素化されるが、現状技術では、不連続面1本1本の認識は人間の判断に頼らざるを得ないのが現状と考える。

クラックマップの入力により、クラックの長さ、2次元的な方向、走査線に交わるクラックの本数などの計算が可能となる。図-4に、A試料とD試料のトレース長さの頻度分布を示す。凡例には、観察断面、クラック総数、トレース長の平均、および標準偏差を示してある。平均トレース長は同一供試体各断面および各供試体においてほとんど差が無く、1mm以内である。

図-5には、クラックの角度の頻度分布を示した。人

工的に風化させていない新鮮なA供試体にはクラック方向の卓越性が見られ新鮮な状態での花崗岩の微視的構造には異方性が存在することが示される。この傾向は人工的な風化の度合が進むにつれて薄れ、90度の熱水中に2000日浸漬させたD供試体では、どの断面におい

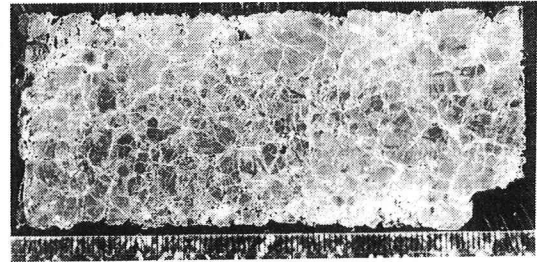
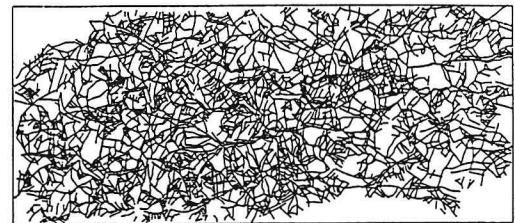


図-2 レプリカフィルムによるクラック抽出例 (D試料)



(5 mm)

図-3 クラックマップの例 (D試料)

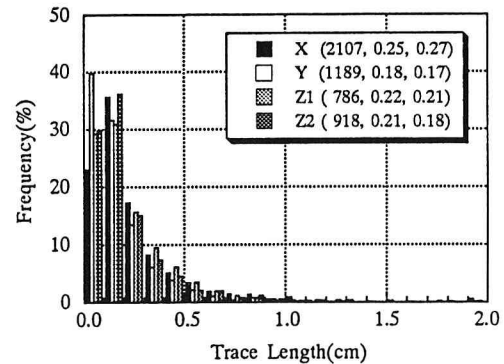
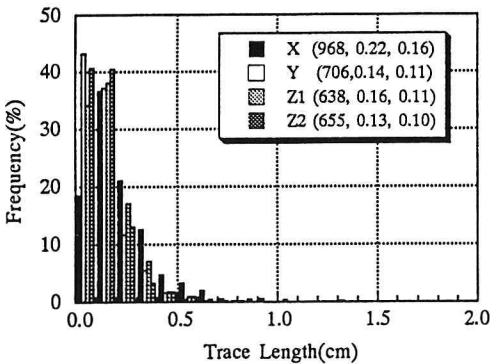


図-4 クラックのトレース長さの分布 (左: A試料、右: D試料)

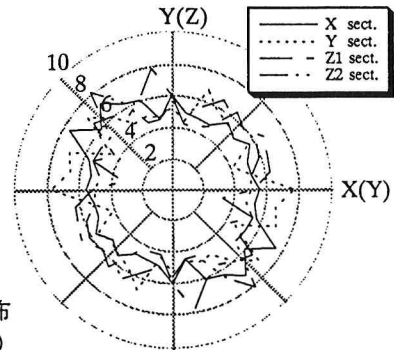
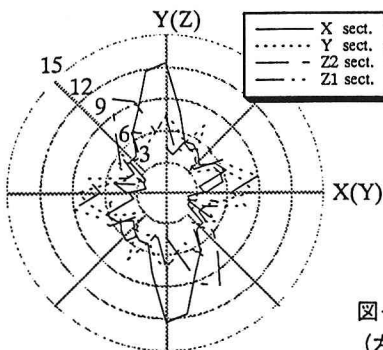


図-5 クラックの方向分布
(左: A試料、右: D試料)

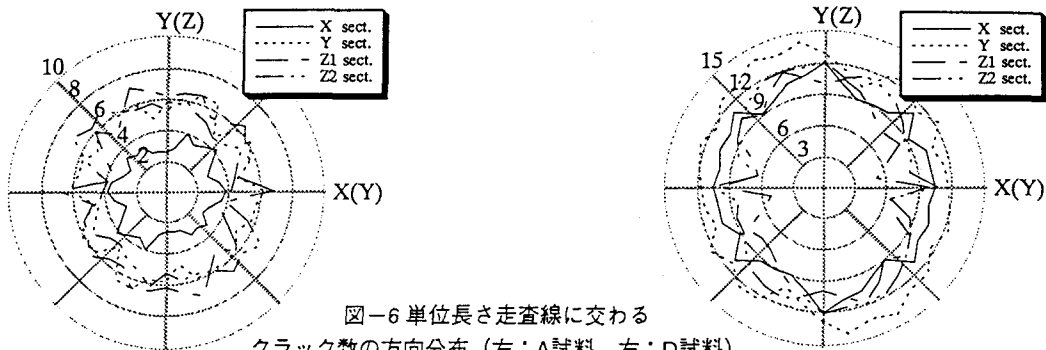


図-6 単位長さ走査線に交わる
クラック数の方向分布 (左: A試料、右: D試料)

てもクラックの角度に卓越する方向は見られない等方分布になることがわかる。

図-6は10度刻みにセットされた走査線に交わるクラック数の頻度分布である。これらは、図-5に示した角度の分布に対応してそれに直交する方向に多く交わる傾向を示している。

以上の情報からクラックテンソル³⁾

$$F_i^{(3)} = \frac{3\pi \langle \ell^2 \rangle}{8 \langle \ell \rangle \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} \rangle} N_i^{(4)} N_i \quad (1)$$

を計算するためには3次元的な方向の情報が欠如している。ここに、 $\langle \ell^2 \rangle$ はトレース長の n 次モーメント、 $N_i^{(4)}$ は単位長さ走査線に交わるクラック数、 $\langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} \rangle$ はその方向に対する補正項である。レプリカフィルム観察からは、クラックの3次元的な方向が計測できない。ここでは、クラックの方向に関する密度関数 $E(\mathbf{n})$ を走査線に交わるクラックの個数を計測することで近似する金谷の方法²⁾を用い、求めることにする。ただし、ここではクラックテンソルのトレースを考えるため方向テンソル N_{ij} についての議論は省略する。金谷によれば、クラックの方向の分布密度は走査線に交わるクラックの本数と同様な形で級数展開される。1次の展開までを $\langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{q} \rangle = \int_0^\pi |\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}| E(\mathbf{n}) d\Omega$ に代入して計算すると以下を得る。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_1 \rangle &= \frac{1}{2} + \frac{D_{11}}{4} + \frac{D_{22}}{8} + \frac{D_{33}}{8} \\ \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_2 \rangle &= \frac{1}{2} + \frac{D_{11}}{8} + \frac{D_{22}}{4} + \frac{D_{33}}{8} \\ \langle \mathbf{n} \cdot \mathbf{q}_3 \rangle &= \frac{1}{2} + \frac{D_{11}}{8} + \frac{D_{22}}{8} + \frac{D_{33}}{4} \end{aligned} \quad \begin{cases} x \Rightarrow 1 \\ y \Rightarrow 2 \\ z \Rightarrow 3 \end{cases} \quad (2)$$

D_{ii} の各成分は次式より計算される。

$$c = m^{(x)} + m^{(y)} + m^{(z)} \\ D_{11} = \frac{16}{3c} (-2m^{(x)} + m^{(y)} + m^{(z)}), D_{22} = \frac{16}{3c} (m^{(x)} - 2m^{(y)} + m^{(z)}) \quad (3)$$

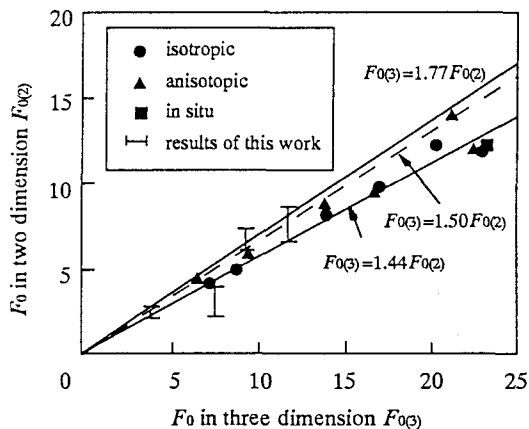


図-7 2次元と3次元のクラックテンソルのトレース
の関係 (文献3に加筆)

$$D_{33} = \frac{16}{3c} (m^{(x)} + m^{(y)} - 2m^{(z)})$$

$$D_{12} = \frac{32}{c} m_{12}^{(z)}, D_{23} = \frac{32}{c} m_{23}^{(x)}, D_{31} = \frac{32}{c} m_{31}^{(y)}$$

ここで、 m および m_{12} はそれぞれ各断面で次のように決定される。

$$m^{(x)} = \frac{2\pi}{n} \sum_{k=1}^n m(\mathbf{q}^{(k)}) \quad m_{12}^{(x)} = \frac{\pi}{n} \sum_{k=1}^n m(\mathbf{q}^{(k)}) \sin(2\pi k/n) \quad (4)$$

3次元のクラックテンソルは各断面において2つずつ計算され、これらの平均を代表値とした。これらの妥当性を検証するため、2次元と3次元のクラックテンソルのトレース ($F_0^{(2)}$ と $F_0^{(3)}$) の比較を行う。 $F_0^{(2)}$ と $F_0^{(3)}$ は、理論的に図-7のような関係があることが、小田³⁾により示されている。この図に今回の観察結果をプロットすると、数値実験および理論的な境界をほぼ満足する結果となる。

3.2 浸透閾値とクラックテンソルのトレースの関係
多くの不変量が理論的および数値実験により提案されており、大きく2つのアプローチがある。一つは不

連続面のモデルである線や面がお互いに連結する数の平均値が、浸透閾値を与える不変量であるとするアプローチ⁴⁾である。もう一つは、Balbergら⁵⁾によって提案された排除体積 (excluded volume) を考えるものである。排除体積とは、簡単に述べると、“1枚の固定された不連続面に対して、もう1枚の不連続面が連結した状態で移動した場合のその不連続面の中心の軌跡により定義される体積の平均値”である。これら2つの定義に対して、それぞれ浸透閾値が理論的および数値実験的に提案されている。Robinson⁴⁾は、1辺の長さ2*l*の正方形不連続面が全方向に等しい確率で分布をしている場合に、1枚の不連続面に交わる他の不連続面の個数が次のように表わされることを示した。すなわち、

$$I^{(3)} = 16\rho^{(3)}l^3I^{(2)} \quad (5)$$

ここに、 $\rho^{(3)}$ は単位体積当りの不連続面の中心の個数である。もし、正方形不連続面が等価な面積を持つ円板不連続面で置き換えられるとするとクラックテンソルと次のような関係にある。

$$I^{(3)} = 2\pi^2\rho^{(3)}r^3 = \sqrt{\pi}F_0^{(3)} \quad (6)$$

2次元の場合は、長さ2*l*の線不連続面に対して、1本の線不連続面に交わる他の線不連続面の平均個数は次のように定義され、クラックテンソルと関係する。

$$I^{(2)} = 2\rho^{(2)}l^2 = F_0^{(2)}/2 \quad (7)$$

ここで、 $\rho^{(2)}$ は単位面積当りの線不連続面の中心の個数である。一方、円板不連続面が等方的に分布する場合の全排除体積は定義からクラックテンソルと次式の関係にある。

$$\langle V_e \rangle = N^{(3)}\pi^2r^3 = \pi F_0^{(3)}/2 \quad (8)$$

ここで、 $N^{(3)}$ は $\rho^{(3)}$ と等価な不連続面の体積密度であ

る。2次元の線不連続面に対しては

$$\langle A_e \rangle = \frac{2}{\pi}N^{(2)}L^2 = \frac{2}{\pi}F_0^{(2)} \quad (9)$$

である。これら2次元と3次元の不変量は、それぞれ独立に求められ、検討されているものであるから、線不連続面の長さが空間に分布する円板または正方形不連続面を任意断面で切断した場合に現われるトレース長とは関係しないし、また面密度と体積密度もそれぞれ独立に定義されているものである。しかし、2次元と3次元のクラックテンソルのトレースの間には、前述のような関係があることからこれら両者の不変量も関係付けることができる。

まず、2次元におけるクラックの交差数とクラックテンソルのトレースの関係を考える。標本数100本のクラックについてそれぞれのクラックに交わるクラック数を計測した結果を図-8に示す。2次元のクラック系におけるクラックの平均交差数の閾値はRobinsonによると3.44である⁴⁾。2次元のクラックテンソルのトレースと2次元クラックの平均交差数は(7)式の関係がある。これらの計測結果と関係式をプロットしたのが図-9である。図中のハッチを付けた部分が2次元のクラック系において浸透しない領域である。図によると試料AおよびBのクラック系は2次元では不透過となるが、実験的には透水することが知れている。すなわち、クラック系の浸透挙動は3次元であり、2次元での浸透閾値ではそれを表現できないものであることが示された。次に3次元の検討を行う。Robinsonの正方形不連続面の3次元数値実験からは、平均不連続面交差数が2.46以上において系は透過可能であることが示されている⁴⁾。この閾値は、(6)式から $F_0^{(3)}$ で表わすと1.39となる。Charlaixら⁶⁾の提案する浸透閾値1.80は

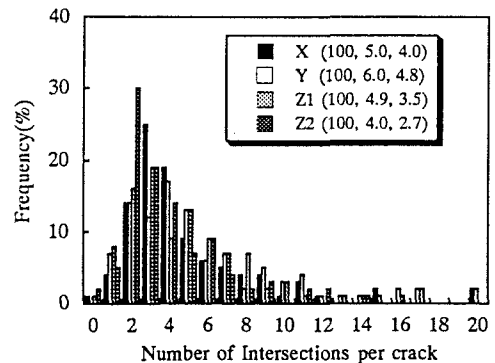
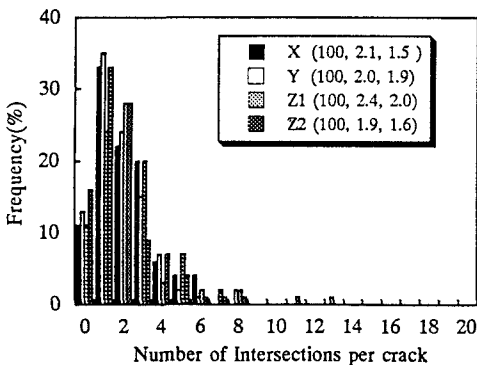


図-8 クラックの交差数の分布 (左: A試料、右: D試料)

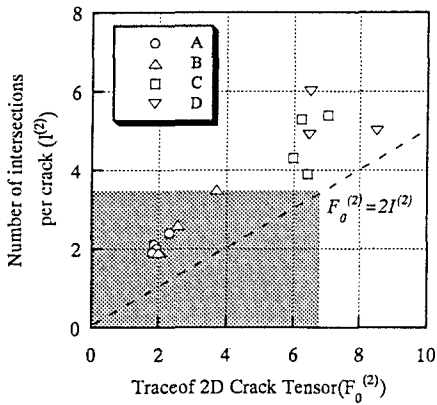


図-9 $I^{(2)}$ と $F_0^{(2)}$ の関係

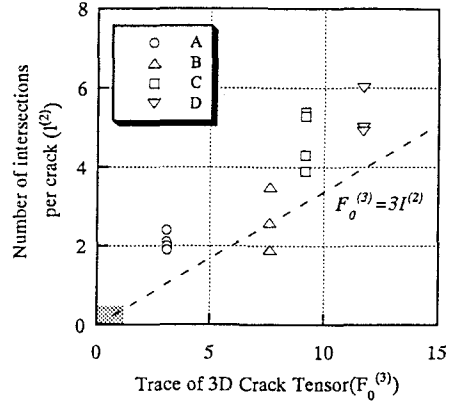


図-10 $I^{(2)}$ と $F_0^{(3)}$ の関係

$F_0^{(3)}$ で1.15となる。これらの異なる閾値の提案はクラックテンソルのトレースではほとんど同じ値になることは興味深い。ただし、これらの値は天然の不連続面系に対して検証された例はほとんど見当たらない。3次元的に交差クラックを簡単に調べることはできななので、2次元の平均クラック交差数と3次元クラックテンソルのトレースの関係を調べる。図-10がそれらの関係をプロットしたものである。図中のハッチを付けた範囲は、 $F_0^{(3)}=1.39$ から逆算された $I^{(2)}$ ($=0.46$) で囲まれる不透過の範囲を示している。この図より3次元のクラック系における浸透閾値を考えると4つの試料全てが十分に浸透閾値を上回っていることがわかる。この結果は、少なくとも理想的なクラック分布において数値実験的に算定された値は自然のクラック系においても成立することを示している。一方、岩盤断面の観察などにおいて得られる2次元情報から岩盤中の不連続面系が十分な連結性を有するものか判断するには2次元の浸透閾値を用いることは危険側の判断となり、より小さな不連続面密度、クラックテンソルのトレースで表される不連続面密度や平均交差数など、においても浸透可能性があることが示された。

4. おわりに

透水係数既知の岩石供試体切断面のクラック分布を観察し、3次元のクラックテンソルの見積りを行い、浸透閾値に関する理論的／数値実験的に得られた浸透閾値と比較を行った結果、以下のような知見を得た。

(1) 代表的な浸透閾値として不連続面の限界平均交差数

と限界排除体積は、クラックテンソルのトレースで表わせる。(2) 3次元の浸透閾値と2次元のそれとの既存の関係がクラックテンソルのトレースを媒介に示された。

(3) 理想状態の3次元不連続面系で得られた浸透閾値は、岩石中のクラック分布においても浸透可能な不連続面密度を満足するものである。(4) 2次元浸透閾値は浸透可能な不連続面密度を過大評価する。

【参考文献】

- 1) Kanatani, K. Measurement of crack distribution in a rock mass from observation of its surfaces, Soil and foundations, Vol. 25, No. 1, 77-83, 1985
- 2) 鈴木清史、高橋学 レプリカフィルムを用いた空隙、亀裂の可視化法、応用地質35巻2号、31-32, 1994
- 3) Oda, M. A method for evaluating the representative elementary volume based on joint survey of rock mass, Can. Geotech. J. 25, 440-447, 1988
- 4) Robinson, P. C. Connectivity, flow and transport in network models of fractured media, Ph.D. thesis of Oxford University
- 5) Balberg, I., Anderson, C. H., Alexander, S. and Wagner, N. Excluded volume and its relation to the onset of percolation, Physical Review B, Vol. 30, No. 7, 3933-3934, 1984
- 6) Charlaix, E. Guyon, E., Rivier, N. A criterion for percolation threshold in a random array of plates, Solid State Communications, Vol. 50, No. 11, 999-1002, 1984