

岩盤不連続面表面のフラクタル特性とせん断強度との関係に関する研究

THE RELATION OF FRACTAL CHARACTERISTICS ON THE ROUGH SURFACES AND SHEAR STRENGTH OF ROCK JOINTS

杜 守継*・江崎哲郎**・蔣 宇静**・小林和昭*

Shouji DU, Tetsuro ESAKI, Yujing JIANG and Kazuaki KOBAYASHI

Based on the roughness measurement of surfaces with the newly developed two dimensional laser scanning instrument, a new fractal geometry model for rock joints is developed and analyzed according to the variogram method. It is clarified that the two geometric properties of rock fracture surfaces (the basic slope and high grading waviness) can be described quantitatively by the two fractal parameters (amplitude B and fractal dimension D), respectively. On the basis of this, the conception and the calculational method, which represents the roughness property of rock joints, of average roughness angle $U(h)$ are put forward. The shear tests on rock joints show a combined effect of the fractal parameters on the shear mechanical properties. The quantitative relation of the shear strength and the fractal parameters (or average roughness angle $U(h)$) is presented based on the shear tests by using the new fractal model, which can be used for predicting the shear strength of rock joints.

Keywords: rock joints, fractal geometry, shear strength, average roughness angle

1. はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分、エネルギーの地下貯蔵などの地下空間の利用や深部の資源開発が注目されている。これらは地下岩盤の強度、剛性、密閉性、耐久性、隔離性などの特徴を活用するものである。この地下空間の設計、施工及び維持管理にあたっては、岩盤内に存在する不連続面の状態、特に、不連続面の力学的特性とその中を流動する地下水の圧力や流動特性が決定的な影響を及ぼすことが多い。岩盤不連続面の力学的、水理学的特性が不連続面の表面の幾何学的特性（例えば、ラフネス、間隔幅、接触状況、異方性）に大きく依存するため、その定量的評価は不連続面の力学的挙動や透水のメカニズム、また、これらの相互の関連を見出すことに対して重要である。

岩盤不連続面の表面凹凸特性（ラフネス）とせん断強度との関係についての研究は従来より数多く行われているが、その中で Patton¹⁾は、規則的な三角形の凹凸を有する供試体を用いてせん断試験を行い、不連続面のラフネスがせん断強度に及ぼす影響を調べた。また、Barton²⁾は実際の岩盤不連続面に一面せん断試験を行って、実用的で経験的なせん断強度式を提案している。彼のせん断強度式では、不連続面のラフネス特性を表わすジョイントラフネス

係数 JRC が導入され、実際の岩石表面を形取った 136 個の供試体(長さ 100mm)での一面せん断試験によって、ジョイント面は 0 から 20 までの JRC 値で 10 段階の基準化のラフネス断面に分けられることを示した。実際の不連続面の断面形状と 10 段階に基準化された断面形状とを視覚的に比較することによって、JRC 値を決めている。

一方、こうして決められた JRC 値は主観や経験に左右されやすいため、ラフネスを定量的に表現するための指標に関する提案も、R.Tse³⁾の研究によって行われた。また、ランダムな形状や分布を定量化する方法の一つとして、フラクタル幾何学 (Mandelbrot^{4,5)}) が提案されて以来、各方面で多くの報告がなされつつあり、不連続性の岩盤に対してフラクタル理論が二つの方面において用いられている：①は岩盤内に存在する割れ目の幾何学モデルであり、大野博之ら⁶⁾はフラクタル次元を用いて割れ目のトレース長さ、断層の破碎幅と割れ目密度の空間分布などを示している。②は不連続面の表面特性の定量化として、Turk⁷⁾、Lee⁸⁾、Odling⁹⁾ は JRC 値とフラクタル次元との経験関係式を求めている。また、Huang¹⁰⁾、Xie¹¹⁾ は Variogram 法を用いて岩盤不連続面のフラクタル特性を分析している。しかし、以上の研究は岩盤不連続面のラフネスのフラクタル特性を述べることに止まり、フラクタル特性とせん断強度と

* 学生会員 九州大学大学院工学研究科

** 正会員 九州大学工学部環境システム工学研究センター

の定量的関係は明らかにされておらず課題として残されている。

本研究では、レーザー変位計を用いた岩盤不連続面のラフネスの高精度な測定およびせん断試験に基づいて、岩盤不連続面のための新しいフラクタルモデルを提案し、フラクタルパラメータ（平均ラフネス角）と不連続面のせん断強度との関係を求めることを目的とする。

2. 岩盤不連続面のフラクタルモデル

2.1 岩盤不連続面に対する既存フラクタル理論

フラクタル次元は一つの集合(set)が占有する空間の大きさを表現し、非常に小さい尺度で示される不規則的な測度である。幾何統計学の観点でみると、不連続面は二つの基本的な幾何学的特性のランダムプロセスを示している。①ランダムアスペクト(random aspect):ラフネス面は空間で任意に変化するため、その幾何学的特性は空間関数(spatial function)を用いて表すことができない。②構造アスペクト(structural aspect):ラフネス面の分散(variance)は空間位置(spatial position)と完全に独立せず、両方の関係は水平間隔によって決定される。

もし、 x 点に対応するラフネスの高さ $Z(x)$ の単値関数 $V(h)$ が上述の二つの性質を満足できるのであれば、不規則なラフネス線で $Z(x)$ は x につれてランダム方式で変化している。なお、ラフネスの分散 $V(h)$ は水平間隔 h によって分割することで、両点の高さの平方偏差を表す¹⁰⁾。

$$V(h) = \frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2 \quad (1)$$

ここで、 h は両測点間の水平間隔、 $Z(x)$ は x 点に対応するラフネスの高さ、 N は測点の総数である。次式(2)を用いると、分散からフラクタル次元を求めることができる¹⁰⁾。

$$V(\Delta x) = \langle [Z(x_2) - Z(x_1)]^2 \rangle \propto |x_2 - x_1|^{2H} \quad (2)$$

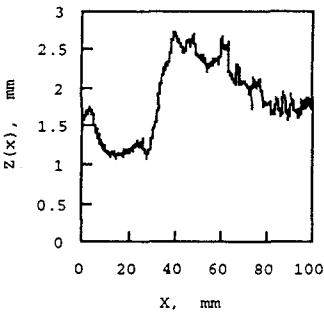
ここで三角括弧 $\langle \rangle$ は $Z(x)$ の数多いサンプルの平均値を示している。 H はアフィン指数(affine exponent)である。単値関数 $Z(x)$ に対して、フラクタル次元は $D=2-H$ となることが証明されているから¹⁰⁾、分散 $V(h)$ は次式によって表される。

$$V(h) = A \cdot h^{2(2-D)} \quad (3)$$

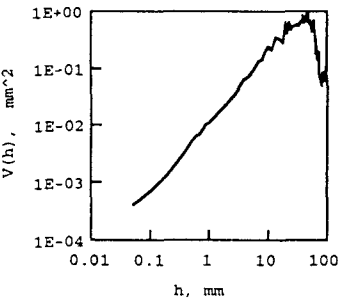
したがって、 $V(h)$ と水平間隔 h の両対数プロットにおいては、 A は縦軸 $V(h)$ の切片、 $2(2-D)$ は対数曲線の傾きとなる。Fig.1(a)に例としてレーザー変位計を用いて測定した岩

盤不連続面の表面形状を示し、測点間の間隔0.05 mmである。一般的に $V(h)$ は間隔 h の増加につれて増加している(Fig.1(b))。しかし、間隔 h が一定の値に達したあと、 $V(h)$ は h とともに不規則な変化を現す。つまり、測点間の間隔を大きくとるほど、ラフネスの変化を正しく評価できなくなる。従って、 $V(h)$ と間隔 h との関係は一定の範囲で適切に示され、フラクタル次元はその直線部分の傾きによって求められる。

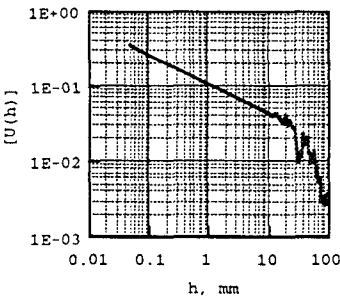
一方、以上のフラクタルモデルを用いた場合、フラクタル次元のみで不連続面のラフネス特性を述べることは十分ではなく、縦軸 $V(h)$ の切片 A も重要なパラメータであることが指摘されている^{9),10)}。また、既存のフラクタル理論は、



(a) Fracture profiles in granite ($\Delta x \rightarrow$ digitizing interval)



(b) The log-log plot of variance $V(h)$ & h



(c) The log-log plot of average roughness angle $U(h)$ & h

Fig.1 Fractal characteristics of surface roughness of rock

岩盤不連続面の表面特性とせん断特性との関係の定量的解明に至っていない。

2.2 新しいフラクタルモデル

ここでは、岩盤不連続面の平均ラフネス角が不連続面のせん断力学特性に直接に影響すると考えて、フラクタルパラメータ及び平均ラフネス角と岩盤不連続面のせん断力学特性との関係を明らかにして、新しいフラクタルモデルの提案を試みる。

このモデルでは、ラフネスの高さ $Z(x)$ の単値関数 $U(h)$ は前述の二つの幾何学的性質（ランダム特性と構造特性）を満足し、水平間隔 h だけ離れている両測点の高さの差のルート平方偏差(RMS)で定義されるとする。

$$U(h) = \left\{ \frac{1}{(N-j)} \sum_{i=1}^{N-j} \left[\frac{Z(x_i + h) - Z(x_i)}{h} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (4)$$

上式によって定義される $U(h)$ は岩盤不連続面の平均ラフネス角と呼ばれ、 $U(h)$ と $V(h)$ の定義より、両者には次式のような関係が得られる。

$$U(h) = \frac{\sqrt{V(h)}}{h} \quad (5)$$

式(3)を上式に代入すれば、平均ラフネス角 $U(h)$ とフラクタルパラメータとの関係が求められる。

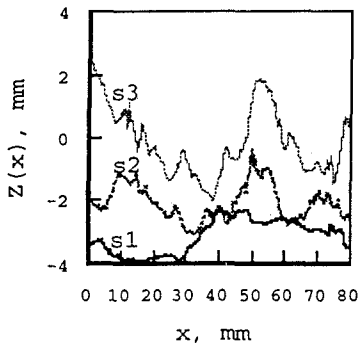
$$U(h) = \sqrt{A} \cdot h^{1-D} = B \cdot h^{1-D} \quad (6)$$

$U(h)$ と h の対数座標系では振幅 B が縦軸 $U(h)$ での切片で、 $1-D$ が曲線の傾きを示している。なお、 D はフラクタル次元である。

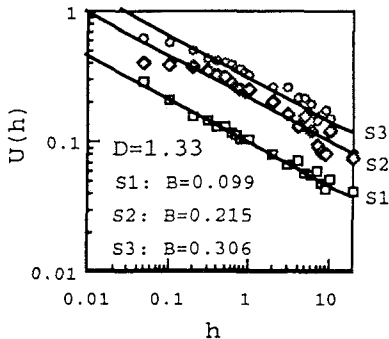
Fig.1(c)には、平均ラフネス $U(h)$ と水平間隔 h との関係を示す。 h の増加につれて初期段階においては $U(h)$ が線形的に減少し、水平間隔 h が一定の値に達すると、不規則な変化が現れる。フラクタル次元 D は $U(h)$ と h の双対数曲線の直線部分の傾きによって求められ、振幅 B は $h=1$ の時の $U(h)$ である。

$$B = U(h = 1) \quad (7)$$

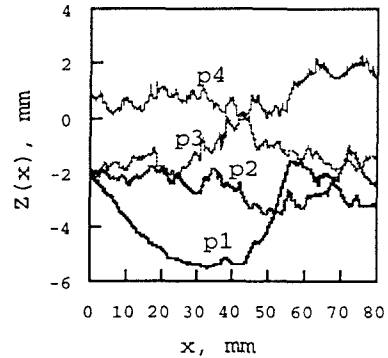
振幅 B とフラクタル次元 D の幾何学的特徴として計測例



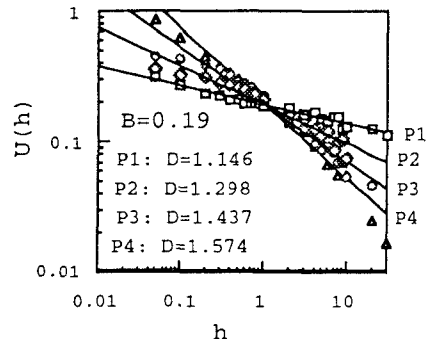
(a) Fracture profiles in granite



(b) The log-log plots of average roughness angle $U(h)$ & h at different amplitude B



(a) Fracture profiles in granite



(b) The log-log plots of average roughness angle $U(h)$ & h at different fractal dimension D

Fig.2 The effects of amplitude B on average roughness angle $U(h)$ for three types of rock joints.

Fig.3 The effects of fractal dimension D on average roughness angle $U(h)$ for four types of rock joints.

を用いて説明する。Fig.2ではDを一定としており、Bが大きいほど、 h とともにラフネス線の傾きが大きくなっていることを示している。一方、Fig.3ではBを一定としており、Dが大きいほど、 h とともにラフネス線の起伏程度が大きくなる。これらの結果と式(6)から、振幅Bとフラクタル次元Dは $h=1$ の時のラフネス角 $U(h)$ で、すなわち、基礎的傾斜角と小さい間隔 h でのアスペリティの起伏を表し、また、式(6)によって得られた平均ラフネス角 $U(h)$ は岩盤不連続面のラフネス度を表す重要なパラメータであることが分かる。

2.3 フラクタルモデルのスケール効果

理論的に厳密な自己相関となるラフネス次元はスケール効果を示さない。しかし、自然の不連続面はある程度の自己相似特性を持っているため、スケールの異なる岩盤不連続面はフラクタル次元が違うことがある⁹⁾。自己相似フラクタルモデルを用いて岩盤不連続面の表面ラフネス特性を表す場合には、スケール効果は供試体の長さ、測点の最小間隔 h と測定装置の精度に依存していると考えられる。

Fig.4は供試体SL5#に対して、フラクタルパラメータのスケール効果を表す。Fig.4(a)は基線長100mmで、測点の

最小間隔0.05mmのとき、ある測線上で測定されたラフネスの分布を示す。Fig.4(b)は測線の左側(原点)から異なる長さ L に対するフラクタルパラメータ(振幅Bとフラクタル次元D)を示している。長さ L の増加につれて、振幅Bは増加して、逆にフラクタル次元Dは減少している。供試体の長さによって引き起こされたスケール効果はラフネスの不均一性を意味している。測定する供試体の長さが短いほど、求められたフラクタルパラメータは局所のラフネスの影響を大きく受ける。しかしながら、供試体の長さ L が一定に達した後では、フラクタルパラメータはある一定値に次第に近づくことがわかる。

3. 岩盤不連続面のせん断強度とフラクタルパラメータとの関係

フラクタル特性は岩盤不連続面のラフネスを定量的に表すことができるが、岩盤工学において重要なのは不連続面のせん断特性と表面ラフネス特性との定量的な関係を求めることである。そのため、以下に筆者らが開発したせん断実験装置を用いて岩盤不連続面のせん断特性を調べる¹²⁾。

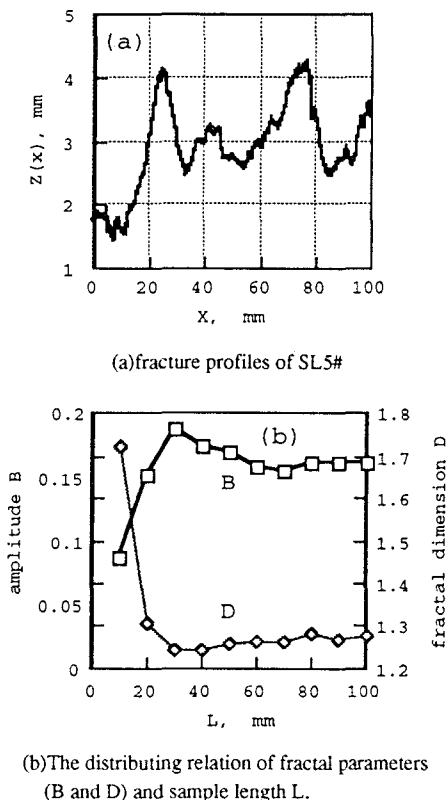


Fig.4 The scale effect of rock joint on amplitude B.

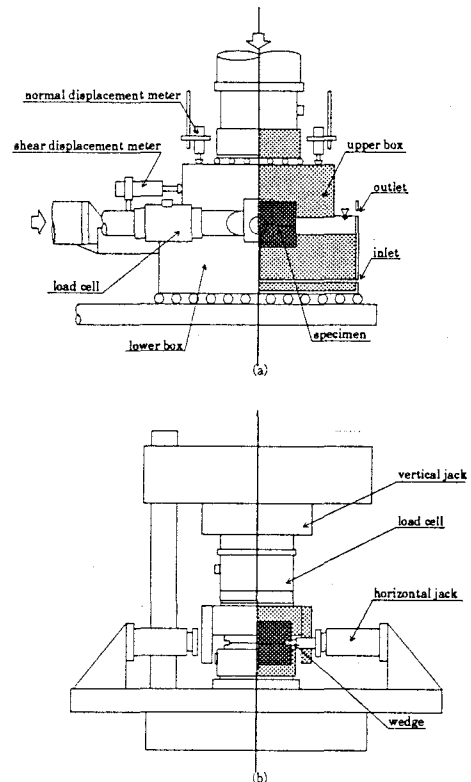


Fig.5 Shear-Flow Coupling Test Apparatus.

(a)side view ,(b)front view.

3.1 不連続面のせん断実験について

Fig.5は本研究に用いたせん断実験装置を示す。せん断は、せん断容器の下箱が移動して行う方式である。载荷はせん断方向、垂直方向ともに油圧サーボ方式であり、制御は、それぞれ変位制御、荷重制御によって行われる。垂直変位は上箱に取り付けた4個の変位計を用いて計測する。最大载荷能力は、せん断载荷は前進方向40ton、後退方向35tonであり、垂直载荷は200tonである。さらに、不連続面の作成装置として水平方向に1対の油圧ジャッキ(最大载荷能力10ton)が载荷装置に付設され、水平方向に圧裂によって不連続面を作成する。試験に使用した岩石は、韓国南原産花崗岩(比重2.61,吸水率0.37%,飽和状態での一軸圧縮強度162MPa)で、縦120mm,横100mm,高さ80mmの直方体である。不連続面の作成を容易にするために、深さ10mm,幅1mmのスリットが試験体の4側面の高さの中央位置に入れている。したがって、せん断面の大きさは、100mm×80mmである。

なお、不連続面作成時、せん断実験前後にそれぞれ試験体をせん断容器から取り出して不連続面のラフネスを計測する。せん断試験では不連続面作成後、先行履歴として垂直応力5MPaの下で所定のせん断変位(2, 4, 6, 10mm)までせん断速度約0.1mm/secでせん断を行った後に垂直応力を除荷し、せん断変位0mmの状態まで戻す。そしてさらにその先行履歴を受けた試験体を用いて垂直応力5MPaの下で最大変位20mmまでせん断を行う。

3.2 不連続面のラフネス測定システム及び測定方法

Fig.6は不連続面のラフネスを計測するために設計した完全自動計測システムを示す。本計測システムは、精密X-Y位置決めテーブル(日本トムソン社製、ストローク長120mm×120mm,繰り返し位置決め精度 ± 0.002 mm),およびレーザー変位計(キーエンス社製、スポット径0.05mm,

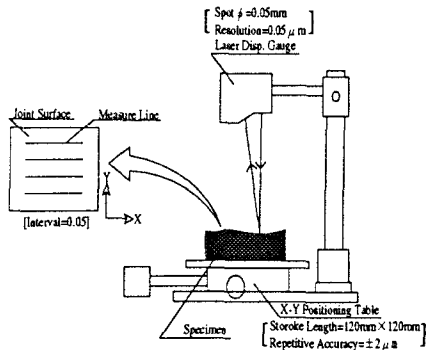


Fig.6 Schematic view of the developed three dimensional laser scanning instrument for measurement of fracture surface profiles.

分解能 $0.5\mu\text{m}$)からなり、試験体をテーブル上に固定し、コントローラーによる自動制御でテーブルを移動させることによって、不連続面の表面形状を直線的または平面的に計測することができる。せん断によるラフネスの変化状況を調べるために不連続面作成後と実験終了後にそれぞれ不連続面両面の表面形状を上下両面について計測する。その際、4本の測線(長さ80mm)を上下面の同じ位置に設け、測定間隔0.05mmでせん断方向のみライン上に読み取る。なお、計測の際、凹凸の変化を正確に計測するために、せん断時に発生したグージは軽く流し落とすことにする。

3.3 実験結果と考察

Fig.7に先行履歴を与える時、およびせん断実験時におけ

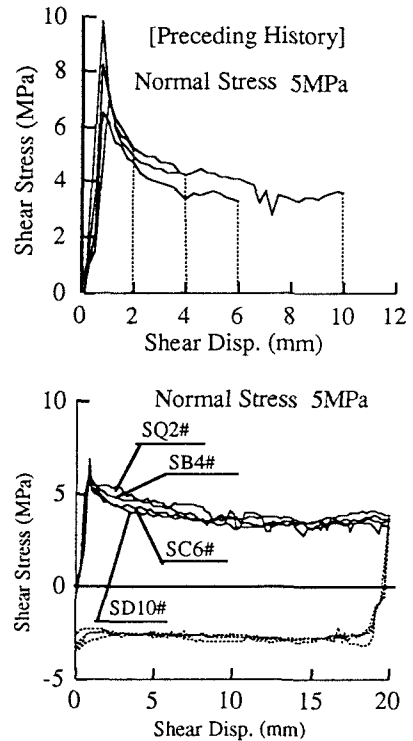
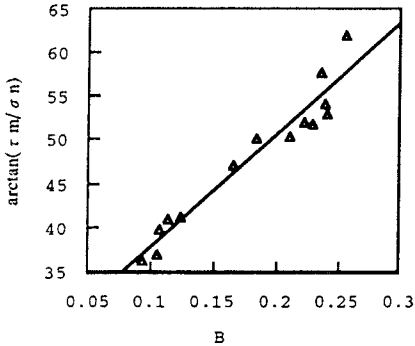


Fig.7 The relation of shear stress and shear displacement at shear test.

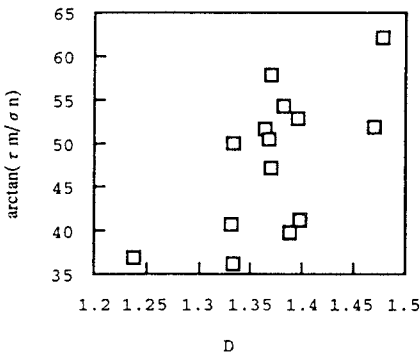
るせん断応力-せん断変位曲線を示す。SQ2#, SB4#, SC6#とSD10#はそれぞれ先行履歴としてせん断変位2, 4, 6と10mmを与えた場合の結果を表す。せん断応力はピークを示しており、ピーク後の挙動はほぼ一致している。先行履歴およびせん断実験から得られたせん断強度とフラクタルパラメータ、平均ラフネス角 $U(h)$ をTable. 1に示す。

Fig.8はピークせん断角 $\phi_m (= \arctan \tau_m / \sigma_n)$ 、ここに、 τ_m は最大せん断応力、 σ_n は垂直応力である)とフラクタ

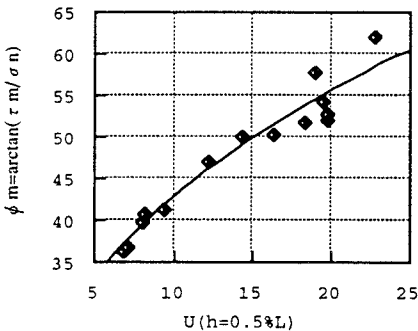
ルパラメータおよび平均ラフネス角 $U(h)$ との関係を示したものである。ピークせん断角 ϕ_m は振幅 B が増加するに従って大きくなり、両者に相関性の高い線形的関係がある(Fig.8(a))。また、フラクタル次元 D が増加するに従って、 ϕ_m は大きくなっているが、線形的関係は顕著ではない(Fig.8(b))。これらの結果から、岩盤不連続面のラフネス特性を代表する二つのフラクタルパラメータではピークせん断角 ϕ



(a) The relation of peak shear angle and amplitude B .



(b) The distribution of peak shear angle and fractal dimension D .



(c) The relation of peak shear angle and average roughness angle $U(h)$.

に対して、フラクタル次元 D のみならず振幅 B も明らかな影響を及ぼすことがわかる。したがって、フラクタル次元 D のみを用いて岩盤不連続面のラフネス特性を表すのは適切ではないと考えられる。

一方、Fig.8(c)をみると、水平間隔 h が供試体長さの0.5%の場合に対して、ピークせん断角 ϕ_m は式(6)によって得られた平均ラフネス角 $U(h)$ との間に相関性の高い関係があり、ピークせん断角 ϕ_m は平均ラフネス角 $U(h)$ の増加とともにほぼ線形的に大きくなることがわかる。

3.4 せん断強度とフラクタルパラメータの関係

岩盤不連続面のせん断強度の影響要素として、①不連続面に加えた垂直応力 σ_n ；②表面ラフネス特性（平均ラフネス角 $U(h)$ ）；③不連続面の材料特性（壁面圧縮強度 σ_j と基本摩擦角 ϕ_b ）が挙げられ、それらを総合的に考えると、せん断強度は以下の式によって表せると考えられる。

$$\tau_m = \sigma_n \tan \left\{ a [U(h)]^c \log \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_n} \right) + \phi_b \right\} \quad (8)$$

ここで、 a 、 c は実験定数である。先に述べた試験体については、壁面圧縮強度 $\sigma_j = 144 \text{ MPa}$ 、基本摩擦角 $\phi_b = 24.6^\circ$ である。式(7)とFig.8の $\phi_m \sim U(h)$ の関係について回帰分析によって、式(8)の二つの係数が $a=1.733$ 、 $c=0.839$ 、相関係数 $r=0.978$ となった。 $U(h)$ は不連続面表面の凹凸形状を測定した結果に基づいて、二つのフラクタルパラメータから式(6)を用いて求められたため、これはBartonらが提案したJRC値よりも適用範囲が広がり、しかも観測者の主観による影響が小さい。そのため、式(8)は不連続面のせん断強度を客観的に決めるために有効であると考えられる。

4. 結論

本研究では不規則的な凹凸形状を持つ不連続面供試体を用いて、不連続面の表面測定と一面せん断試験に基づいて、岩盤不連続面の新しいフラクタルモデルを提案した。また、このモデルを用いてフラクタルパラメータ及び平均ラフネス角とせん断強度との関係やフラクタルパラメータのスケール効果について考察を行った。その結果を要約すると次のようになる。

(1) Fig.1～3より分かるように新しく提案したフラクタルモデルでは、岩盤不連続面の表面形状の幾何学的特性（基礎的傾斜角と小さい間隔 h でのアスペリティの起伏）がそれぞれフラクタルパラメータ（振幅 B と次元 D ）によって表され、さらに岩盤不連続面のラフネス特性は式(6)から求めた平均ラフネス角 $U(h)$ によって表すことができた。

Fig.8 The relation of fractal parameter and shear strength.

Table 1: Fractal paremeters and shear strength of granite joint in shear test

	Sample's Name	B	D	U (h=0.5%L)	σ_n (MPa)	τ_{max} (MPa)	ϕ m=arctan (τ_m/σ_n)
Preceding history	SQ1#(L=80mm)	0.235	1.370	18.899	5.2	8.2	57.8
	SB3#	0.239	1.382	19.433	5.2	7.2	54.2
	SC5#	0.229	1.363	18.299	5.2	6.6	51.7
	SD9#	0.256	1.479	22.750	5.2	9.9	62.0
Shear test	SQ2#	0.184	1.334	14.317	5.2	6.2	50.1
	SB4#	0.240	1.396	19.766	5.2	6.9	52.9
	SC6#	0.210	1.367	16.236	5.2	6.3	50.4
	SD10#	0.223	1.470	19.654	5.2	6.7	51.9
	SE5#(L=100mm)	0.107	1.387	8.017	5.3	3.9	36.3
	SE20#	0.124	1.398	9.362	5.1	4.4	41.2
	SL5#	0.114	1.332	8.222	5.1	4.4	40.8

 σ_n : normal stress;

U(h): average roughness angle

 τ_{max} : peak shear stress;

L : sample's length

(2) フラクタルパラメータのスケール効果については供試体の長さLの変化に従って振幅Bと次元Dが変化し、供試体の長さLが一定値に達した後、両者がある一定値に漸近することを明らかにした。

(3) 花崗岩の一面せん断試験の結果から、ピークせん断角 ϕ mは振幅Bとの間に相関性の高い線形的関係があるが、フラクタル次元Dとは顕著ではない。一方、ピークせん断角 ϕ mは振幅Bと次元Dから求めた平均ラフネス角U(h)との間にも高い関係があることがわかる。さらに、不連続面のフラクタルパラメータと平均ラフネス角U(h)からせん断強度を求める計算式(8)が得られた。

本研究は平成6年度科学研究費補助金(試験研究(B)(1))(研究課題番号:04555151)によって行われたものである。

参考文献

- [1] Patton, F. D.: Multiple modes of shear failure in rock, *Proc. 1st Congress Int. Soc. Rock Mechanics*, Lisbon, 1, 509-513, 1966.
- [2] Barton, N., Choubey, V.: The shear strength of rock joints in theory and practice, *Rock Mech.* 10, 1-54, 1977.
- [3] Tse, R., Cruden, D. M.: Estimating joint roughness coefficients, *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.*, 16,303-307, 1979.
- [4] Mandelbrot, B. B.: How long is the coast of Britain ? *Statistical self-similarity and fractal dimension*, Science, 155, 636-638, 1967.
- [5] Mandelbrot, B. B.: The fractal geometry of nature, W. H. Freeman, New York, 1982.
- [6] Xie, H.: Fractals in rock mechanics, A.A. Balkema, Rotterdam, 1993.
- [7] 大野博之:岩盤割れ目のフラクタル, 応用地質, Vol. 33, No. 3, 1992.
- [8] Turk et al.: Characterization of rock joint surfaces by fractal dimension. *Proc. 28th US Sympo. on Rock Mechanics*, Tucson, Balkema, Rotterdam, 1223-1236, 1987.
- [9] Lee et al.: The fractal dimension as a measure of the roughness of rock discontinuity profiles. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, 27 (6), 453-464, 1990.
- [10] Odling, N. E.: Natural fracture profiles, fractal dimension and joint roughness coefficients, *Rock Mech. Rock Engng.*, 27 (3): 135-153, 1994.
- [11] Huang et al.: Application of fractal characterization and modelling to rock joint profiles, *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, 29(2), 89-98, 1992.
- [12] 江崎哲郎ほか, 変位制御型せん断試験機の試作とせん断破壊特性, 日本鉱業会誌, Vol.100, 391-396, 1983.