フラクタル次元による岩盤物性のスケール効果に関する一考察

A STUDY ON SCALE EFFECT OF ROCK MASS PROPERTIES BY FRACTAL DIMENSION

渥美 博行* 小渕 考晃* 宮嶋 保幸*

Hiroyuki ATSUMI, Takaaki KOBUCHI, Yasuyuki MIYAZIMA

Strength and deformability of rock mass depend upon the distribution of discontinuities, such as joint and fractured zone. The average properties of rock mass including discontinuities, are determined through in-situ tests and used for a prediction analysis of rock mass behavior. However, considering spatial sizes concerned with in-situ tests and/or constructions, discontinuities have frequently a partial distribution. Therefore, it is difficult to determine accurately such average properties. This paper describes a quantitative interpretation of scale effect based on the box-counting method, which is used for evaluating fractal dimension.

1．はじめに

筆者らは、孔間透水試験法の一つ、サイナソイダル試験をとおして、非整数次元、すなわちフラクタル次元を用いて岩盤内の水みちの分布特性を定量的に評価するための検討を行ってきた[1)]。

透水特性に限らず、岩盤の強度特性、変形特性等には、節理、破砕帯等の不連続面の分布が支配的に影響することが多い。一方、我々は原位置試験によって不連続面を含んだ平均的な値として物性を求め、岩盤挙動予測の検討に用いている。しかし、試験対象や構造物の建設対象となる岩盤のスケールにおいて、不連続面が偏りなく三次元的に分布していない（ｎ≠３のフラクタル次元）場合、上述のように評価した特性値で必ずしも正確な岩盤の挙動評価を行えない可能性があり、スケール効果の存在が予想される。ここではフラクタル次元の算定によく用いられるボックスカウンティング法[2)]を基にしたスケール効果の定量的評価法についての検討結果を紹介する。

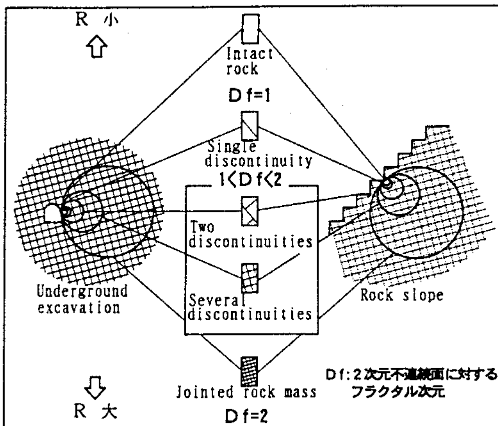
2．不連続面・基質の複合体としての岩盤物性

図－１は岩盤構造物と不連続面の幾何学的な関係によりもたらされる岩盤のスケール効果をイメージしたものである[3)]。二次元平面内の不連続面のトレースに関して、領域が小さいときの不連続面分布のフラクタル次元Ｄｆ≒１とは不連続面の規模が対象構造物と同等以上で一つ一つの不連続面の特定が可能な場合に相当し、領域が大きくなってＤｆ→２となるのは不連続面が対象構造物に比較して小さく一様に分布しているとみなせる状況へと移行することを意味する。ここで、一つの構造物でみると定性的には規模の大きな破砕帯はＤｆ≒１の分布、小さい節理はＤｆ≒２の分布といえるが、同じ不連続面が構造物のスケールによって、例えばトンネル断面でＤｆ≒１にも地下発空洞断面でＤｆ≒２にもなりうる。

＊ 正会員 鹿島技術研究所

領域がある大きさ以上で、Ｄｆが対象としている問題のユークリッド次元数（二次元問題で２、三次元問題で３）に一致した場合、この時のサイズが不連続性岩盤を等価な連続体に置き換えうる代表要素の寸法（ＲＥＶ）を与えるものと考えられ、ＦＥＭ解析等のメッシュサイズはこれを念頭において設定する必要がある。一方、位置の特定されるようなＤｆ≒１の不連続面は、別途、例えば、ジョイント要素等でモデル化されることが多い。

しかし、岩盤内の不連続面の分布がフラクタル的（二次元問題でＤｆが１～２の非整数次元）である場合、こうした両極端のパターンの集合体として不連続面の分布を表現しモデル化することは、コスト的制約、得られる地質情報の精度の限界から非現実的である。こうした分布特性を統計的なマクロな特性として扱い、物性の評価に供すべきである。



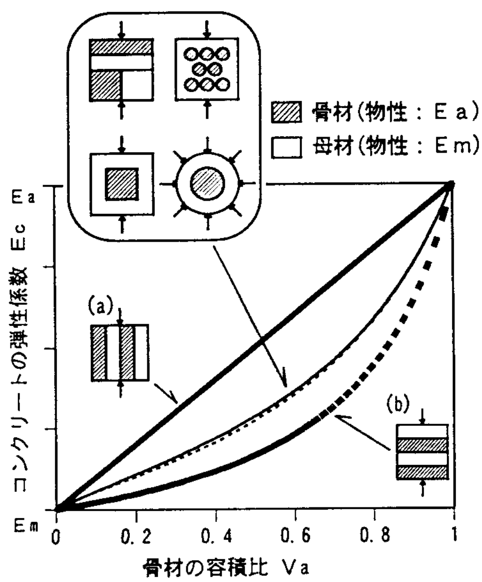
図－１　不連続性岩盤のスケール効果（Hoek, 1983）に加筆

３．フラクタル的手法に基づく岩盤物性の評価の試み

岩盤を基質と亀裂の複合体として位置づけ、物性のスケール効果について検討を行った。

図－２は骨材と母材の複合体としてのコンクリートの例である。弾性係数を骨材と母材の複合体モデルの理論式として求めると、成層構造に平行方向となる(a)の並列モデルが二相複合体の弾性係数の上限値を示し、(b)の直列モデルが下限値を示し、実際のコンクリートはその間に位置することが知られている[4]。ここで(a)の弾性係数を表す直線は骨材と母材の物性のそれぞれの存在比率による線形和となっている。

また、二相複合体の透水係数については(b)の直列モデルが下限値として構成要素の物性の存在比率による線形和（直線）となり、(a)の並列モデルが上限値を与え、通常の不均質体はその中間に位置する。



図－２　コンクリートの複合体としての物性

スケールを変えたときの亀裂を含む領域（複合体）と含まない領域の存在比率は、一辺がＲの格子で空間を分割した際、その不連続面をモデル化するのに要する格子の数Ｎを数えるボックスカウンティング法によって求まる（フラクタル次元は $-d(\mathrm{Log}\ N)/d(\mathrm{Log}\ R)$ により算定される）。両者の存在比率による物性の線形和として当該サイズの岩盤の物性を定義すると、複合体としての性質はサイズＲが小さくなるほど弱くなり、Ｒ→０で基質の物性と亀裂の物性の存在比率による線形和に収束する。複合体の物性が存在比率による線形和であれば、岩盤の物性はサイズによらず一定となる。

以下、複合体の物性の非線型性によりもたらされるスケール効果に関する検討の流れを示す。

3.1　フラクタル次元の算定

(1) フラクタル次元の算定　フラクタル次元の算定は基本的にはボックスカウンティング法と同じであるが、計算手順としては、亀裂を粗視化（格子サイズＲ）のレベルに応じた点の集合に分割し、各点をこれにもっとも近い格子上の点に割り振り、格子上の点のうちひとつでも亀裂の分割点の割り振られたものの数をカウントする

こととした。同時に、割り振られた亀裂分割点の数をカウントすることで、各格子点が代表する亀裂長さについての評価も可能とした。

(2) 異方性の考慮　亀裂分布の異方性を２階のテンソルで表現した。Rが小さい場合、亀裂が二次元的に分布しないため各格子に入る亀裂の方位は大きくばらつくが、テンソルの線形性からその平均値はRを大きく取った場合の異方性を保持している。格子を異方性に対応した形状とすることで、Rの拡大による亀裂の連なりの程度を見かけ上等方的なものとし、当該格子サイズに対応する等方的な次元の評価が可能となる。ただし、計算上は異方性を表現する２階のテンソルより決定される線形変換によって亀裂分布を等方的分布に置き換えた後、フラクタル次元の算定を行った。

3.2　物性のスケール効果の評価の試み

(1) 格子サイズRの物性　ここでは格子サイズRの物性E R を期待値として次式により定義した。

$$ER = Em * NRm/(NRm+NRf) + ERmf * NRf/(NRm+NRf)$$

E m；基質の物性（サイズによらず一定と仮定）、E Rmf；亀裂を含んだ格子の物性、

N Rm：亀裂を含まない格子の数、N Rf；亀裂を含む格子の数

(2) 亀裂を含む格子の物性　－複合体の物性としての非線形性の導入－　なお、E Rmf は、亀裂を含む各格子（i）について、基質の物性E m, 亀裂の物性E f に格子内に含まれる単位面積当たりの亀裂長さ Li に応じた重みをつけて次式により求めた。

$$ERmf = \sum_i [Em * (1 - wfi) + Ef * wfi] / NRf$$

w fi； Li＞＝Criteria でw fi＝1, Li＜Criteria でw fi＝Li／Criteria

Criteria は例えば強度を考えたとき、亀裂の長さがある程度以上あると格子の破壊は亀裂のみで起こり全体の強度に基質の強度が寄与しないといった特性を表現するものであり、一辺Rの格子では格子内亀裂長さ $Criteria * R^2$ を境とするバイリニアな関係によりw fi に非線形性を導入する。

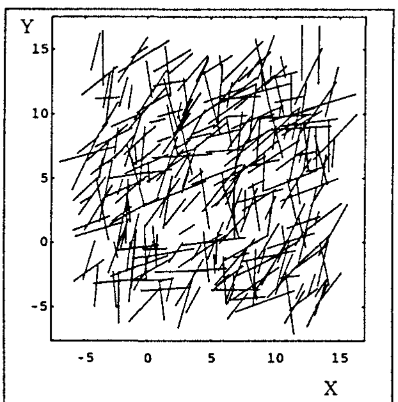
(3) 物性のスケール効果　格子サイズRを様々に変化させたときの全格子の平均物性E R に対する亀裂物性E f の重みw F(E m に対する重みは１－w F) の変化の様子から評価される。

3.3　計算例

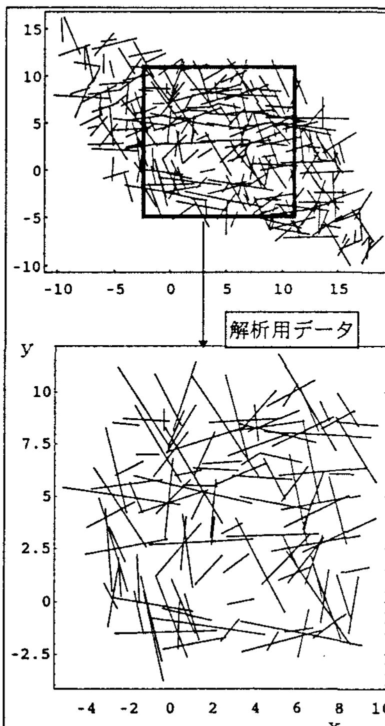
計算に用いた二次元亀裂モデルを図－３に示す。位置、寸法、方向（異方性をもたせるために範囲を限定）に関し乱数により亀裂を発生させた。２階のテンソルをもとに異方性を評価し等方的分布に変換したものの正方形領域を対象に解析を行った（図－４）。

図－４の等方的亀裂分布を一辺の長さR＝｛ 1/4, 1/3, 1/2, 1, 3/2, 2, 3, 4 ｝の格子でモデル化することによってフラクタル次元の算定及び物性の評価を行った。図－５は格子によるモデル化の例でx－y面がもとの亀裂分布の存在する平面であり、z方向は各格子に含まれる亀裂長を表している。

両対数グラフ上にRと亀裂を含む（図－５で高さが０でない）格子の数N Rf をプロットし（図－６）、そ



図－３　二次元亀裂モデル

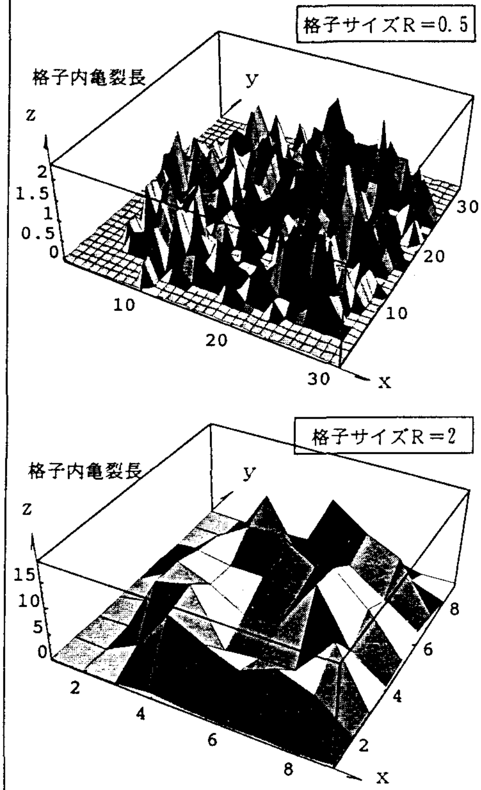


図－４　二次元亀裂モデル（変換後）

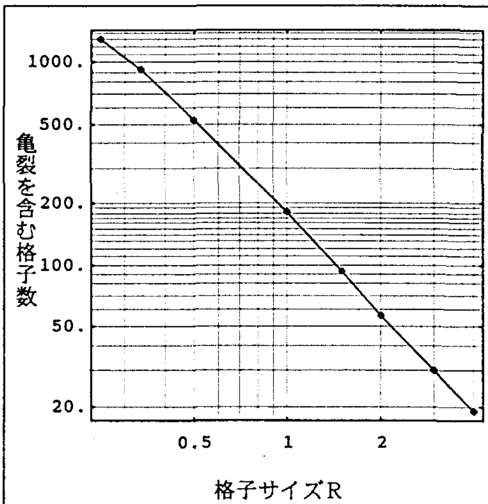
の傾きからフラクタル次元を求めると、格子サイズRに応じて図－７のような値となる。Rの拡大とともに次元が亀裂トレースを表す１から２へと変化していく様子が分かる。また、Rに関してもとの亀裂分布の異方性を再現することで方向別の次元の変化（異方性）が評価される（図－８）。

図－９は格子内に含まれる亀裂長さを横軸に、該当する格子の数を縦軸にとってプロットした例で、あわせて、横軸の亀裂長さに対応する亀裂物性Ｅｆへの重みｗｆｉのバイリニアなグラフ（ 3.2 の Criteria＝{ 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3 }）を示す。

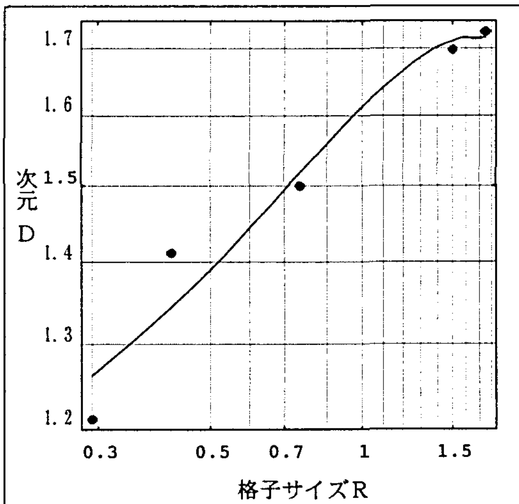
図－１０は横軸に格子サイズRを、縦軸にＡ．は亀裂を含む格子の物性Ｅ Rmf に対しての亀裂物性Ｅｆの重みｗｆ、Ｂ．は全格子の平均物性Ｅ R に対しての亀裂物性Ｅ ｆ の重みｗＦをとってまとめたものである。ｗｆ，ｗＦともにCriteriaが小さい（岩盤でいうと弾性、脆性的なものに相当）ほど１に近づく。格子が小さいほど亀裂を含む格子の亀裂部への集約度が高まるためｗｆは１に近づくが、同時に亀裂を含まない格子の数も増えるためにｗＦへの影響は相殺される。このとき、Rが小さい範囲の、ｗｆｉが格子内の亀裂長さに対して非線形の関係にある場合（図－９の Criteria が小さいケース）には、ｗＦは格子サイズの拡大に伴いある値に収束するような形で増加する（図－10. B）。つまり、物性にスケール効果が現れてくる。Rが大きくなり、ｗｆｉが格子内の亀裂長さに対して線形の関係を示す割合が高くなるとｗＦは一定となってくる。ただし、R＝４の Criteria＝１では亀裂分布の粗密のパターンを反映した逆転がみられる。



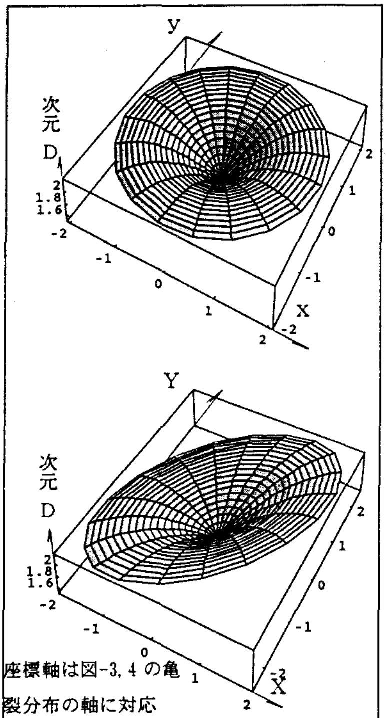
図－５　各格子に入る亀裂長の分布



図－６　フラクタル次元の算定



図－７　格子サイズによる次元の変化



図－8　次元の異方性

4．まとめ

複合体の構成要素の不均質性をフラクタル的手法により評価し、複合体の物性の非線形性に起因するスケール効果を表現する一つの手法を示した。

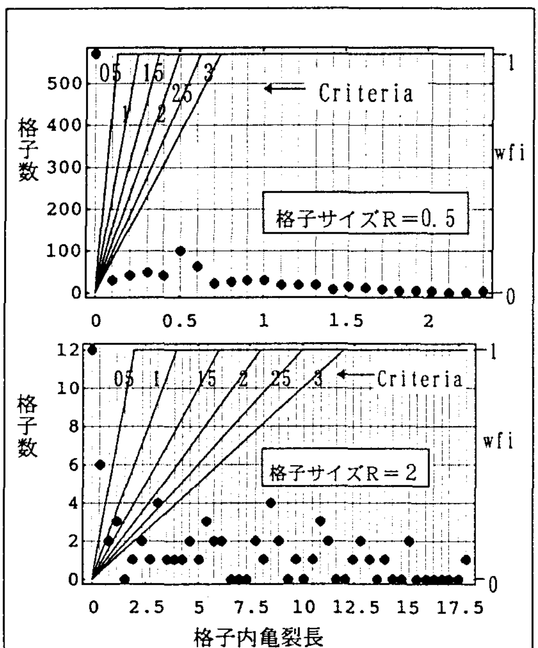
ここでは複合体として亀裂性岩盤を例としたが、不均質性で特徴づけられる物質全般にあてはまるものであり、対象とする物性や問題に応じて非線形性を設定することで弾性係数、強度や透水係数等いろいろな性質に通じる。

数少ない非線形性に関するパラメータでの物性の表現は、例えば、周辺坑での計測データをもとにした地下発電所空洞の解析用物性値の設定等、実現象の評価を通してのモデル化手法としての逆解析においても有効な評価手法になりうると考えられる。

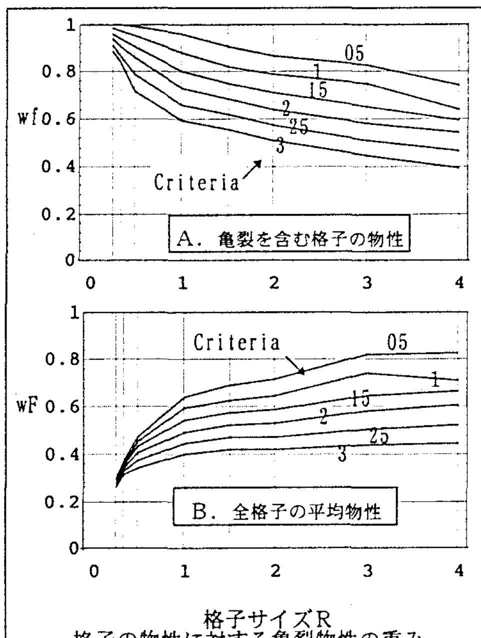
まったく視点を変えれば、個人の行動様式と集団の行動様式の違いに起因して、地理的距離に対しての交通や情報、社会システムといった人と人とのつながりかたの不均質性によって、集団としての振る舞いがどのようになるのかといった問題とも共通なのかもしれない。今後、多方面への適用を図って行きたい。

5．参考文献

1)　日比谷、渥美 他：不連続性岩盤の透水特性評価におけるサイナソイダル試験の適用性について、第９回岩の力学国内シンポジウム講演論文集、pp. 413～418、1994. 2.
2)　高安秀樹：フラクタル、朝倉書店、1986. 2.
3)　地盤工学会岩の力学委員会：不連続岩盤と構造物に関する研究報告書、1995. 12.
4)　岡田 清 他：コンクリート工学ハンドブック，朝倉書店，1981.



図－９ 格子内亀裂長の度数分布と対応する物性



図－１０　格子サイズによる物性の変化