

施工過程を考えたトンネル掘削のFEM解析

THE FEM STEP ANALYSIS IN THE COURSE OF TUNNEL EXCAVATION

福島啓一*・江崎哲郎**

By Keiichi Fukushima and Teturo Esaki

Abstract: In conventional tunnel analysis, some factor is neglected for simplicity and for difficulties of calculations. However, under severe condition such as in soft soil or soft rock, in deep overburden, of large cavern size, these disregarded factors have a decisive effect on tunnel behavior. Consequently, calculation method must include some additional factors, such as time dependency of strength and deformation, work hardening and softening accompanied with yielding, yield function which contains endcap, excavation step analysis and so on.

Here are proposed new ideas for such analysis.

Key Words: Tunnel analysis, FEM, time effect, yield function

1. はじめに

トンネルの掘削に伴う地山の動きについては数多くの解析、研究が行われているにも拘らず、力学的挙動を十分に解明できていない。その原因の一つは解析解ではトンネルの形状や地山の初期圧力状態を、円形断面や静水圧状態と言う非常に解析し易い条件に限定せざるを得ないことにあった。有限要素法(FEM)が開発されてからは、トンネルの形状や初期地圧についてはかなり自由に取り扱えるようになったが、今なお地山の性質はかなり単純化して扱っている。多くの解析が地山を線形弾性体、非線形弾性体(土屋¹⁾他)、または理想弾塑性体(Zienkiewicz²⁾, Reyes, U. Deer³⁾他)として扱っている。降伏後の強度低下などを考慮する事(川本・石塚⁴⁾、石橋・松本⁵⁾他)もあるがまだ例は少ない。降伏規準は Mohr-Coulomb, Drucker-Prager などの直線規準が殆どであるが、カムクレイなどのエンドキャップのある規準も一部⁶⁾で使われている。トンネルの施工過程はトンネル内空面の地山が元々持っていた応力が掘削に伴い徐々に除去されるが、その途中の応力が完全に除去される前に支保工が施工されると言う、除荷過程として解析している。

ところで実際のトンネル工事では内空面は発破と共にほぼ瞬間的に除荷され、その後ある時間は無支保のまま自立し、かなりの時間をおいてから、支保工や二次覆工が施工される。この間地山が自立するのは、一部は切羽による3次元ドーム効果によるが、大部分は地山の長期強度よりも短期強度がかなり高いためと考えられる。支保工を入れた後、荷重状態は単純な除荷とは違う方向へ、内空面には切羽の進行や地山の遅れ変形に伴い一旦ゼロになった反力を再び受ける方向へと変化する。地山はこの様な載荷・除荷の両過程を経て、歪み軟化や歪み硬化(強度の低下や回復)と言う非可逆変化をする。塑性変形の特色の一つは非可逆変

* 正会員 樹建設技術研究所 技術開発本部

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部環境システム研究センター

化であることは理念としては広く理解されているが、せっかく弾塑性解析をしてもこの施工過程に伴う非可逆過程は今までの解析には考慮されていない。

これらの実際の地山の性質、現実起こっている施工順序に伴う非可逆的な挙動を計算に取り入れることで、地山挙動をより忠実に再現できる解析を行い、トンネル掘削に伴う問題点を明確にした。

2. 従来の研究・解析の問題点

最近のトンネル力学の解析は2次元のFEM計算を有力な道具として用いている。そのとき掘削がすすんで、トンネル内空面の半径方向応力がゼロになってしまってから、支保工を施工すると考えると支保工には何らの荷重も働かないことになるので、トンネル内空面の半径方向応力 p_i が掘削前の初期地圧 p_0 から、切羽からの離れ x の関数として順次減ると考え、しかもその途中で支保工を施工することにして、計算に組み込む、一種の疑似3次元FEM解析が広く行われている。この方法は実状に近い答えを出すための便法として考え出されたようであるが、3次元FEMが計算機の能力などの点で難しいので、かなり便利な方法として広く用いられている。

この解析法ではトンネル掘削前に地山内に働いていた地圧 p_0 が掘削と共に順次減少して行くが(除荷)、初期地圧 p_0 の一部がまだ掘削面に残っている時点で、支保工や二次覆工を施工することにより、その後に解放される地圧分が支保工や二次覆工の荷重として働くことになっている。(一般にトンネル内空面反力 p_i を初期地圧 p_0 よりゼロまで減らして行く割合を開放率と称している)。支保工応力などの計算結果は全く開放率をいくらに取るかに依存し、掘削段階を細かく分けると、有効開放率が小さくなるので、FEMによる掘削順序、断面分割法(工法)比較はこの有効開放率の数字に左右され、実際の施工法の差による効果を反映しているのか、どうかは全く疑わしい。

実際のトンネル周辺地山が支保工を施工するまで自立しているのは、三次元効果だけではなく、従って開放率による計算は無理がある。これを次のような簡単な例について計算を試み、検証する。

静水圧状の初期地圧 p_0 が働く地山内に、二次元の円筒形トンネル(半径 = a)と三次元の球形空洞(半径 = a)を掘ったときの、トンネル中心からの離れ r の点での地山内の応力(半径方向 σ_r 、接線方向 σ_t)は弾性論より次の様に求められている。

$$\begin{aligned} \text{円筒形トンネルでは} \quad \sigma_r &= p_0 \cdot (1 - a^2/r^2) + p_i (a^2/r^2) \\ \sigma_t &= p_0 \cdot (1 + a^2/r^2) - p_i (a^2/r^2) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\begin{aligned} \text{球形空洞では} \quad \sigma_r &= p_0 \cdot (1 - a^3/r^3) + p_i (a^3/r^3) \\ \sigma_t &= p_0 \cdot (1 + a^3/2r^3) - p_i (a^3/2r^3) \end{aligned} \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに σ_r 、 σ_t : 半径方向、接線方向の応力、 p_0 : 地山の初期地圧、 p_i : 支保工反力、 a : トンネル半径、無支保の場合のトンネル内空面($r = a$)でみると、円筒形トンネルと球形空洞(切羽付近の状態に近い)との差は $\sigma_t = 2p_0$ と $\sigma_t = 1.5p_0$ の違いである。地山の一軸強度が $1.5p_0$ に等しい(地山の比強度 $= \sigma_c/p_0 = 1.5$) 場合を考え、円筒形トンネルの開放率を75%、球形空洞の開放率を100%とすれば、トンネル内空面の地山の応力はともに $1.5p_0$ で、両者ともギリギリ弾性状態である。

一方変位量で考えると、初期変形を差し引いたトンネル掘削後の弾性変形は

$$\text{円筒形トンネルでは} \quad u_r = (a^2/r)(1+\nu)(p_0 - p_i)/E \quad \cdots \cdots (3)$$

$$\text{球形空洞では} \quad u_r = (a^3/r^3)(1+\nu)(p_0 - p_i)/2E \quad \cdots \cdots (4)$$

となり、内空面で考えると、球形空洞の変位量は円筒形トンネルの半分であり、開放率50%と100%と考えると両者の変位量が一致する事になる。この様に応力状態から要求される開放率と、変形量を同じにするための開放率は違う。さらに塑性まで考えた場合の応力と変位を一致させることができる開放率を求めることはとても不可能であることがこれより推定されるであろう。

そのほか、従来のFEM計算では不十分な点、実際の挙動と一致しない点としては次のようなものがある。

①施工時には地山は比較的良く自立し、比較的容易に掘削が出来、支保工には殆ど地圧が働かず、従って2次覆工をするときもインバート無しの単なる化粧程度に考えて覆工をしたトンネルに、後になって強大な地圧が働き、しかも支保工や2次覆工を施工した後に土圧も変形量も増え続け、巻立てにひび割れが入ったり、舗装や線路を持ち上げたりするトンネルもある。この様なトンネルにおいては弾塑性境界が時間と共に外側に広がっていることを Rabcewicz⁷⁾は計測により確かめている。Ladayni²⁾、北原³⁾、福島¹⁰⁾の考察によれば、これらは地山の強度が時間と共に低下して行くためである。

②トンネル周辺の地山内の歪みは軸対称解析では半径 r の2乗に反比例し、従って内空面近くになると急激に増える計算になる。一方ロックボルトや地中変位計による計測結果を見ると、ボルトの応力や地山の歪みは一般に弾塑性解析で求められるような、トンネル内空が一番大きくなるような分布となるとは限らず、多くの場合、内空面近くではボルトの引張力や地山のひずみが小さくなり、場合によっては圧縮や圧縮ひずみになっている場合さえある。

③トンネル内空が設計断面を確保できなくなるほど小さくなってしまい、支保工を撤去しながら切り広げをする(現場用語で言う縫い返し)時や、底設導坑、側壁導坑などの先進した小トンネルの外側を掘り、全断面に切り広げるときによく観察すると、トンネルの支保や巻立のすぐ外側の地山は、一旦はかなり緩んでいた筈なのに、非常にしっかりしていて、強度も十分あることが多い。縫い返しの時の地山は一般に良く自立し、当初の導坑掘削の時の困難や、支保工にあんなに強大な土圧が働き、どんなに補強しても防ぎきれなかった事が不思議なくらいであるのはよく経験することである。

この様な観察、計測からの知見によると現在主流になっている Drucker-Prager の降伏規準、初期地圧は徐々に開放される、降伏に伴い地山のゆるみは進む一方であるなどの仮定、時間効果の無視によるFEM解析ではトンネル工事に伴う地山の挙動を十分反映しているとは言えず、改善を要することが分かる。

3. 施工過程を考慮した解析法の提案

この様な地山の性質を反映して解析や計算をするためには土や岩の構成方程式やFEM計算プログラムを次のように改善する必要がある。

- ①脆性破壊だけでなく、延性降伏をする領域、一旦緩んだ地山の押し固まり・再圧密(体積減少)と強度回復などを計算するためにはエンドキャップのある降伏条件式を採用することが必要である。
- ②載荷時間と共に強度が低下し、弾性係数も変わることを計算に取り入れる必要がある。またそのための時間～強度～弾性係数～ひずみ間の関係式が必要である。
- ③塑性変形に伴う強度低下、または強度増加、体積の膨張または減少についての関係式が必要である。
- ④解析式では、断面分割や掘削・支保の施工順序、地山のゆるみ(体積膨張と強度低下)、ひずみ硬化(圧密と強度向上)やレオロジー的挙動(クリープ、遅れ変形、応力緩和)などの複雑な計算は出来ない。そこで以上のような条件を組み込んだFEMプログラムを作成する必要がある。
- ⑤以上の計算を実施できるだけの実際の地山についての材料定数を室内試験や計測などで入手する必要がある。施工順序や施工時の各種補助工法(切羽を斜めにしたり、へそ残しや、鏡押さえ、先受工法など)の効果を計算の入力データにどう反映するのかについても実験、試算と計測との照合などで研究する必要がある。

以上のような要求に応じて、次のような解析法を開発した。

- ①岩石・岩盤に適用する降伏条件としてカムクレイ理論は引張強度がゼロになるなど岩石にそのまま適用するには若干具合の悪い点もある。その後修正案も出されているが、ここでは拘束圧力が低い部分については Griffith 理論、Brown, Hoekらの提案を参照してこれらとほぼ同じ値を与える楕円曲線とした。拘束圧力 σ_3 が軸差応力 $\sigma_1 - \sigma_3$ の1/3.4以上になると延性降伏をすると言う茂木¹¹⁾の提案に従い、延性降伏部分

は von Mises の降伏規準を採用し、 $p > Mq$ の範囲では修正カムクレイ理論を採用し、以上をまとめて図-1 に示すような降伏曲線を採用した。

降伏に伴う体積変化は Drucker の提案した直交則により計算できるが、これと圧密圧力と体積との関係式を組み合わせて、降伏後の強度変化を求めた。載荷時間と強度の関係式にはコンクリートや岩石についての実験式を取り入れ、従来の FEM プログラムを改良して計算を進めた。

②限界状態——限界状態土質力学(カムクレイ理論)の概要⁽²⁾ カムクレイと言うのは仮想の土の名前であるが、係数さえ適切に選べば、砂、砂質土から粘土、粘性土まで、殆ど全ての土の性質を表現できると考えられている。岩石、岩盤についても適用できる事も認められている⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。

剪断しても体積膨張もせず、歪み軟化(強度低下)も歪み硬化(強度増加)もせず、流動する状態があり、限界状態と呼ぶ。この場合全応力 p と偏差応力 q の間には次の関係があると言う。

$$q = Mp \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに M : 土の内部摩擦係数、内部摩擦角 ϕ で表すと $M = 6 \sin \phi / (3 - \sin \phi)$

$$p : \text{全応力} \quad p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$$

$$q : \text{偏差応力} \quad q = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} / \sqrt{2}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$: 3 主応力(有効応力) 応力は圧縮を正(+)とする。

普通は土には粘着力があり、 $q = Mp + c$ になるが、粘着力はピーク強度の点まではあるが、限界状態では消滅するとして、この式を導いている。

③不可逆変形(塑性変形)に伴うエネルギーの消散

弾性変形に伴って加えられたエネルギーは歪みエネルギーとして物体内に蓄えられるが、塑性変形を起こしたエネルギーは歪みエネルギーとして物体内に蓄えることは出来ず、どこかに消散する。

Burland⁽¹⁵⁾ は消散エネルギーをせん断成分と体積変化に分けて考え次のように求めた。

$$\delta w = p \sqrt{(\delta \epsilon_v)^2 + (M \delta \epsilon_s)^2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{これより降伏条件は} \quad q^2 + M^2 p^2 = 2 M^2 p_o \cdot p \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに p_o : q のピーク点、 $dq/dp = 0$ の点、 $Mp = q$ の線と降伏限界線(SSBS)の交わる点の全圧力 p 、

p_c : p の最大値、先行圧密圧力 $p_c = 2p_o$ 、 ϵ_v, ϵ_s : 塑性体積ひずみ及び塑性剪断ひずみ。

この説は修正カムクレイ論と呼ばれている。降伏曲面は楕円になる。

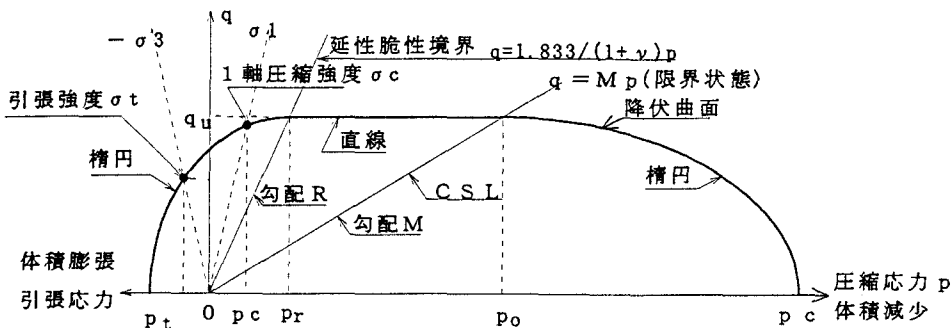


図-1 提案する降伏曲線

④初期圧密と弾性変形 土を等方圧力($q = 0$)で圧密して行くと、有効圧力 p と体積 v のあいだには $p \approx 0$ 付近を除くとほぼ次の関係がある。

$$v = N - \lambda \ln p \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここに $v = 1 + e$: 単位量(土粒子の実質部分の体積 = 1)の土の体積、比体積

e : 土の間隙比 = 土の中の空隙 v_v / 土粒子の実質の体積 v_s 、

N : 土の特性体積(圧力 $p = 1$ の時の体積 v 、採用する単位系により数値は変わる)

λ : 土の圧縮係数

$v - \log p$ の関係はグラフで示すと、右下がり(勾配 $= -\lambda$)の直線になる。

この土の圧力を p_e から p まで減らすと、弾性変形し、その時は圧力 p と体積 v の間に次の関係が成り立つ ($v - \ln p$ のグラフで示すと、勾配 $= -\kappa$ の右下がりの直線になる、ただし $v_e = N - (\lambda - \kappa) \ln p_e$)。

$$v = v_e - \kappa \ln p \quad \dots\dots(9)$$

式(8)と式(9)を組み合わせると、応力 p, q , 先行圧密圧力の大きさ p_e の地山の体積 v は次のように求められる。(ここに $\Gamma : q = Mp$ の時の圧密線と $p = 1$ の交点の値、 $\Gamma = N - 0.693147(\lambda - \kappa)$)

$$\begin{aligned} v &= 1 + e = N - \lambda \ln p_e + \kappa (p_e / p) \\ &= \Gamma + 0.693147(\lambda - \kappa) - \lambda \ln p_e + \kappa \ln (p_e / p) \end{aligned} \quad \dots\dots(10)$$

次項で述べる直交則により、塑性変形後の体積 v または間隙比 e が求められると、この式を次のように変形して新しい降伏曲面の大きさ(先行圧密圧力に等しい) p_e が求められる。

$$p_e = \exp \left[\{ \Gamma - 1 - e + 0.693147(\lambda - \kappa) - \kappa \ln p \} / (\lambda - \kappa) \right] \quad \dots\dots(11)$$

今までのFEM計算にはこの強度が低下、または向上するという論理回路が組み込まれていなかったの、塑性変形に伴う非可逆過程が十分に計算できなかった。

⑤塑性ひずみと直交則 圧密した土に剪断力を作用させると、材料強度の所までは弾性変形するが、降伏限界面に達すると流動するか、破壊する。その後応力は降伏限界面の外側に出ることは出来ず、この面沿いに応力が変化する。一方歪みはこの時、応力の増える方向と直角方向に増える。これを直交則という。式で表すと次のようになる。

$$d\varepsilon_p / d\varepsilon_{vp} = -dp/dq \quad \dots\dots(12)$$

ここに $d\varepsilon_p$: 塑性剪断歪み $d\varepsilon_{vp}$: 塑性体積歪み、 $q = Mp$ の限界状態では $dq/dp = 0$ であるから、塑性剪断歪みは増えても体積は増えもせず、減りもしない($d\varepsilon_{vp} = 0$)。一方、限界状態より右($p > p_e$)で降伏すると体積は収縮し、強度は増える(歪み硬化)。飽和した粘土の場合は間隙水が滲み出してくる。逆に限界状態より左($p < p_e$)では脆性破壊し、体積膨張し、割れ目が増え、間隙が増え、強度は落ちる(歪み軟化)。粘土の場合、周囲の土から水を吸い出そうとする。

⑥載荷時間と強度の関係 載荷速度を早くすれば強度は高くなり、非常にゆっくり載荷すると強度はかなり小さくなることは広く知られている。載荷速度 v, v_e に対する強度 σ_s, σ_e をPlantlは

$$\sigma_s / \sigma_e = 1 + A \cdot \ln(v_s / v_e) \quad \dots\dots(13)$$

とした。畑野¹⁶⁾はコンクリートの強度 σ_u (kgf/cm²) と載荷時間 t_u (秒) の関係を

$$\sigma_s / \sigma_u = 1 + B \ln(t_u / t_e) \quad \dots\dots(14)$$

とする方が更によく合うとした。江崎ら¹⁷⁾は持続荷重についての実験を行い強度を標準試験との比で現すと次のようになるとした(時間 t_R の単位は分)。

$$\log(\sigma_u / \sigma_e) = -0.02 - 0.014 \log t_R \quad \dots\dots(15)$$

以上は金属やコンクリートについての研究であるが、岩石の強度と載荷速度の関係についても堀ら、西松ら¹⁸⁾、石塚¹⁹⁾らの研究があり、ほぼ同じ結果を得ている。

横堀は速度過程論から、載荷速度が遅くなる、又は載荷時間が長くなると強度が小さくなる理論を紹介している。また同じ応力状態でも変形が時間と共に進むクリープ現象は広く知られている。

⑦FEM計算では塑性域のDマトリックスを次のように修正して増分形で弾性計算と同じ計算をする。

$$D_{ep}^* = D - D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D [A + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\}]^{-1} \quad \dots\dots(16)$$

$$\text{ここに } A = - \frac{\partial F}{\partial \kappa'} d\kappa' \frac{1}{\lambda'} \quad \dots\dots(17)$$

ここに κ', λ' : (カムクレイで使う弾性率 κ, λ ではなく)、塑性仕事の量を表す係数。 $Q = F$ (関連流

れ則を採用)。これを使い

$$d\sigma = D_{\sigma\epsilon} \cdot d\epsilon \quad \dots\dots(18)$$

と弾性計算と同じようにひずみ増分から応力増分を計算できる。マトリックスのかけ算は計算機の中で行う。この様にして歪みが求まり、それより塑性変形後の体積 v 、間隙比 e が求められ、新しい降伏面の大きさ p_c を、体積と p_c の関係式(式11)より求めて、次の計算に進む。次の掘削過程では時間がたっているので、強度が落ちている。これは先行圧密荷重 p_c が小さくなることで計算に組み込む。もちろん、降伏に伴って強度が増えたり、減ったりすることも p_c の変化で表す。プログラム上は、掘削過程毎に強度低減係数を入力できるようにしておく。

4. 計算例と計算結果

土被り200m、土被り圧力 $p_0 = -\gamma H = -4\text{MPa}$ (400t/m^2) の初期地圧が作用する地山内に半径 $a = 2.50\text{m}$ のトンネルを掘る場合について計算する。地山定数は $\lambda = 0.15$, $\kappa = 0.05$, $\Gamma = 1.9$ 。掘削は3回に分けて行い、次のように6段階の計算をした。地山は最初は長期強度の2倍の強度があり、順次低下するとした。

表-1 地山強度の時間による低下率

施工段階	地山強度比率
1. 上半掘削	200%
2. アーチ吹付コンクリート	160%
3. 下半掘削	〃
4. 側壁吹付けコンクリート	124%
5. インバート掘削	〃
6. インバートコンクリート	100%

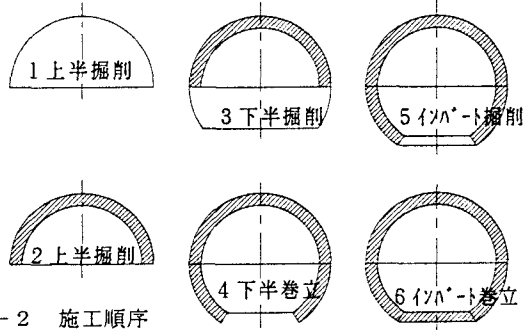


図-2 施工順序

開放率は初めから100%であるが、ほぼ実状に近い応力分布や変形の進行が得られた。強度を低下させたのにもかかわらず、この計算では塑性域は施工に伴い殆ど広がらなかった。

側壁付近の地山は最初ゆるみ、強度低下した後、再び強度が回復した。代表点での計算結果を表に示す。側壁付近で強度の低下や回復が見られる。

表-2 計算結果

要素番号	11 (天端付近)				50 (側壁付近)				109 (底版付近)			
施工段階	σ_x	σ_y	e	p_c	σ_x	σ_y	e	p_c	σ_x	σ_y	e	p_c
1 上半	412	91	17.2%	2000	569	1084	18.9%	829	371	177	17.3%	2000
2	412	91	17.2	1600	571	1086	18.9	829	372	178	17.3	1600
3 下半	442	141	17.5	1600	80	912	18.6	878	383	8	16.6	1600
4	442	141	17.5	1280	80	912	18.6	878	383	8	16.6	1280
5 インバート	444	143	17.9	1280	82	910	18.6	878	427	33	16.9	1060
6	444	143	17.6	1000	82	910	18.6	878	427	34	16.9	1059

今後、強度は施工段階によって一律に低下させるのではなく、積分点ごとに損傷率(応力超過と時間の関数)に比例させて低下させるなど、さらに精度良く、地山の状態を推定出来る様に改善したい。

また切羽の3次元効果については、2方向版の計算に準じて2方向地山アーチの計算を行い、トンネル長さ方向のアーチの効果を地山内に分布するアーチ反力として働かせる疑似3次元計算を出来るようにしたい。

5. まとめ

地山の非可逆的な動きについては、今までも注意深くトンネル工事の現場を観察していた多くの人が気づいていた。例えば、Terzaghi²⁰⁾は自立時間の重要性について説明し、次のように述べている。

「爆破後地山はゆるむ……支保工の設置後の裏込とくさび締め付けは、天井より上の地山の応力調整作用を完全に停止させることは出来ない。天井支保工が設置され、くさびが締め付けられる前、天井より上の岩石の節理はある程度開く。この挙動(process)は天井の僅かな沈下と関係している。天井支保工に働く最初の荷重は全岩塊の下端の部分の下向きの動きを停止させるのに必要な力に等しい。しかし岩塊自身は変位し続ける。天井よりすぐ上の岩石内の節理は僅かに狭くなり、一方それより高いところでは広がる。この挙動の間は天井支保工の荷重は増加し、それは移動が止むまで一定に収束しない」。この様な昔の知恵は一時的に失われたようである。計算法の進歩は留まるところを知らないようであるが、この辺で古人の知恵を組み入れて、より深みのある、均衡のとれた岩石力学に脱皮することも必要かと考えられる。

参考文献

- 1) 土屋敬：NATMの設計プログラムの開発、土木学会論文集、No. 346/Ⅲ-1, 1984. 6
- 2) O.C.Zienkiewicz: Continuum Mechanics as an Approach to Rock Mass Problems (Chap. 8 of Rock Mechanics in Engineering Practice, ed. by K.G. Stagg and Zienkiewicz), John Wiley & Sons, 1968
- 3) Salvador F. Reyes, Don U. Deer: Elastic-Plastic Analysis of Underground Openings by the Finite Element Method, Proc. 1st Cong. of ISRM, 1986
- 4) 川本 肱万、石塚与志雄：ひずみ軟化を考慮した岩盤掘削の解析、土木学会論文報告集, No. 312, 1981, 8
- 5) 石橋孝治、松本嘉司：ひずみ軟化特性を考慮した極限解析法によるトンネル掘削問題の解析、土木学会論文報告集、No. 331, 1983, 3
- 6) 木村孟：土の力学(Ⅳ)(新体系土木工学19)第6章トンネル、技報堂出版、1981
- 7) L. von Rabcewicz: Stability of Tunnels under Rock Load, Water Power, June, July, August, 1969,
- 8) B. Ladayni: Use of long term strength concept in the determination of ground pressure on the tunnel linings, Advance in Rock Mechanics, Proc. ISRM 3rd, vol. 2B, 1974
- 9) 北原正一：超膨圧トンネルにおけるNATMと岩盤力学的考察、'82トンネル技術講演会テキスト、日本トンネル技術協会、1982, 2
- 10) 福島啓一：時間の要素を考えたトンネル力学、第21回岩盤力学に関するシンポジウム、土木学会、1989
- 11) 茂木清夫：地球科学 8, 岩石力学と地震、岩波書店、1978
- 12) Schofield, A.N. & Wroth, C.P.: Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, London, 1968
- 13) N.G. Gerogiannopoulos, E.T. Brown: The critical state concept applied to rock, Int. J. Rock Mech. & Geomech. Abstr. vol. 15, ppl-10, Pergamon Press, 1978
- 14) I. W. フェーマー(江崎哲郎、松井紀久男訳)：岩盤工学の基礎と応用、鹿島出版会、1988
- 15) J.B. Burland: The yield and dilation of clay, Correspondence, Geotechnique, 15, 211-214, 1965
- 16) 畑野正：コンクリートの破壊強度、歪み能力、弾性率と破壊時間との関係、土木学会論文集、Mar, 1961.
- 17) 江崎哲郎、徳光善治：コンクリートの時間依存性の変形・破壊機構に関する研究、セメント技術年報、XXXI, 1977
- 18) 大久保誠介、何昌栄、西松裕一：1軸応力下における時間依存性挙動---岩石のPost-failure Regionでの挙動(第1報)---、日本鉱業会誌、1983, 11
- 19) 石塚与志雄・安部透・児玉淳一・東側豊二・新実佳朗・河村精一：載荷速度が岩石の変形・強度特性に与える影響、土木学会第46回年次学術講演会、1991, 9
- 20) K. Terzaghi: Rock Defects and Loads on Tunnel Supports, included in "Rock Tunneling with Steel Supports" by Proctor & White, The Commercial Shearing & Stamping Co., 1946