

大規模地下空洞掘削時における時間更新を考慮した逆解析

THE BACK ANALYSIS WITH THE TIME UPDATING DURING THE EXCAVATION OF THE LARGE SCALE UNDERGROUND CAVERN

豊田耕一* 吉田郁政** 富田敦紀***

TOYODA Kouichi, YOSHIDA Ikumasa and TOMITA Atsunori

During actual construction, we usually obtain observation data at several construction or observation steps, however, back analyses are generally performed for each step separately. The back analysis based on probabilistic interpretation can estimate parameters from observation data at plural steps by succeeding the estimated parameters and the covariance matrix of a specific step to the next step as a priori information. In this study, the methodology of the back analysis with the time updating is introduced, and then the back analysis with the observed data obtained during the excavation of the large scale underground cavern of Kazunogawa hydraulic power plant is performed and discussed.

1. はじめに

実際の建設現場では、安全性管理や情報化施工のために様々な計測が積極的に行われている。その実測データは、複数の施工ステップあるいは観測ステップごとに得られることが一般的である。既往の逆解析では、そうした複数ステップの問題に対しても、各ステップごとに得られている実測データだけから別々に逆解析を行うことが多い。実測データには観測誤差が含まれており、真のモデルも存在しないため、ステップごとに逆解析を行っても、発散したり解釈が難しいといったように良好には解が得られないことが多い。確率論に基づいた逆解析¹⁾では、観測情報だけでなく事前情報も考慮した未知パラメータの推定が可能であり、解が良好に得られない場合の対処法の一つとして、事前情報を考慮することが考えられる。事前情報は任意に与えることもできるが、前ステップの逆解析の結果を引き継ぐ方法もある²⁾。これは、カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムの考え方に相当するものである。また、時間更新を考慮することは複数ステップの観測情報を反映した総合的な推定を行うことになる。本研究では、こうした時間更新を考慮した逆解析の定式化を示し、葛野川水力発電所地下空洞掘削に伴い計測された実測データを用いた逆解析を試み

た。なお、当該地点では節理に関する情報が得られており、比較のため未知パラメータにはクラックテンソルモデルを逆解析用に単純化³⁾したパラメータを用いた。

2. 時間更新を考慮した逆解析の定式化²⁾

まず、確率論に基づき誘導した目的関数 J を式(1)に示す。

$$J = \frac{1}{2} \{ (x - \bar{x})^T M^{-1} (x - \bar{x}) + (z - H(x))^T R^{-1} (z - H(x)) \} \quad (1)$$

ここで、 x : 未知量ベクトル

$\bar{x}$: 未知量の事前の平均値ベクトル

M : 未知量の事前の共分散行列

$H()$: 観測量と未知量を関係づけるモデル

z : 観測量ベクトル

R : 観測量誤差の共分散行列

式(1)の最小化には様々な方法が適用可能であるが、例として Gauss-Newton 法を用いた場合を次式に示す。ここで、時間更新を考慮するため、観測あるいは施工ステップを表す添字 k を用いて、 k ステップにおける未

* 正会員 東電設計(株)耐震技術部
** 正会員 工博 東電設計(株)原子力土木部
*** 正会員 東京電力(株)建設部土木課

知量の事前の共分散行列を $P_{k|k-1}$ と表す。

$$\mathbf{x}_{k|k,i+1} = \mathbf{x}_{k|k,i} + P_{k|k,i} \{ H_{x\ k|k,i}^T R_k^{-1} (\mathbf{z}_{k|k,i} - H(\mathbf{x}_{k|k,i})) + P_{k|k-1}^{-1} (\mathbf{x}_{k|k-1} - \mathbf{x}_{k|k,i}) \} \quad (2)$$

$$P_{k|k,i} = (P_{k|k-1}^{-1} + H_{x\ k|k,i}^T R_k^{-1} H_{x\ k|k,i})^{-1} \quad (3)$$

ここで、 $P_{k|k}$: 未知量の事後の共分散行列

$$H_x = \partial H / \partial \mathbf{x}$$

$k|k-1$ は $k-1$ ステップまでの観測情報を用いた k ステップの推定を、 $k|k$ は k ステップまでの観測情報を用いた k ステップの推定を表している。収束値に対する式 (3) の $P_{k|k,i}$ は未知量の事後の共分散行列を近似的に表している。以上の式 (2)(3) のプロセスはカルマンフィルタの観測更新アルゴリズムに相当する。一方、ステップ間の関係を表すプロセスは時間更新アルゴリズムと呼ばれ、一般に式 (4)(5) で表される。

$$\mathbf{x}_{k|k-1} = F(\mathbf{x}_{k-1|k-1}) \quad (4)$$

$$P_{k|k-1} = F_{x\ k-1|k-1}^T P_{k-1|k-1} F_{x\ k-1|k-1} + Q_k \quad (5)$$

ここで、 $F()$: 未知量のステップ間の変化を表すモデル

Q : プロセスノイズの共分散マトリックス

$$F_x = \partial F / \partial \mathbf{x}$$

式 (4)(5) では、前ステップで得られた未知量と $P_{k-1|k-1}$ を現ステップの事前情報として引き継いでいる。本研究では、簡単のため未知量はステップ方向に定常であると仮定した。その場合、式 (4)(5) は次式のように簡略化できる。

$$\mathbf{x}_{k|k-1} = \mathbf{x}_{k-1|k-1} \quad (6)$$

$$P_{k|k-1} = P_{k-1|k-1} + Q_k \quad (7)$$

式 (5) または式 (7) のプロセスノイズ Q_k の与え方はいくつか考えられる。例えば、あるステップのプロセスノイズは前ステップから得られた事前情報を基に、

$$Q_k = \alpha P_{k-1|k-1} \quad \alpha : \text{定数} \quad (8)$$

と与える方法や、加法的に全く任意に与える方法などがある。本研究では式 (8) の形でプロセスノイズを設定することとした。この場合、 k ステップにおける未知量の事前の共分散行列は次式で与えられる。

$$P_{k|k-1} = P_{k-1|k-1} + Q_k = (1 + \alpha) P_{k-1|k-1} \quad (9)$$

従って、事後の共分散行列は次のように求められる。

$$\begin{aligned} P_{k|k} &= (P_{k|k-1}^{-1} + H_{x\ k|k,i}^T R_k^{-1} H_{x\ k|k,i})^{-1} \\ &= \left(\left(\frac{1}{1+\alpha} \right) P_{1/0}^{-1} + \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{1+\alpha} \right) H_i^T R_i^{-1} H_i \right)^{-1} \\ &= \left(\left(\frac{1}{1+\alpha} \right) P_{1/0}^{-1} + \sum_{i=1}^k H_i^T R_i^{-1} H_i \right)^{-1} \quad (10) \end{aligned}$$

ここで、 $P_{1/0}$: 第 1 ステップにおける事前情報

$$R_i^* = (1 + \alpha)^{k-i} R_i$$

式 (10) から分かるように、 n ステップ前の観測情報の重みを $1/(1+\alpha)^n$ 倍していることになり、プロセスノイズが大きいほど新しいデータを重要視した推定を行うことになる。すなわち、プロセスノイズはステップ間に引き継がれる情報の信頼度を表している。従って、プロセスノイズを無限大（本研究では $\alpha = \infty$ ）とすれば、次のステップでの事前情報の標準偏差が無限大となり、引き継ぐべき情報がなにもない場合、すなわち現ステップの観測情報だけで推定を行うことになる。一方、プロセスノイズを 0（本研究では $\alpha = 0.0$ ）とすると、前ステップでの逆解析の結果がそのまま次のステップの事前情報となり、過去の観測情報と現ステップの観測情報と同じ重みで扱った推定を行うことになる。

3. 実測データを用いた逆解析

東京電力葛野川水力発電所建設地点（以下、葛野川地点）では、現在地下発電所空洞が建設されており、その掘削に伴い計測された実測データを用いた逆解析を試みた。葛野川地点は卓越方向を有する節理性岩盤であり、節理に関する情報が得られている。逆解析でも節理のパラメタを得るために、節理性岩盤の変形特性を表すクラックテンソルモデル⁴⁾を用いることとした。そこで、まずクラックテンソルモデルのパラメタを逆解析用に単純化して、簡単な形に整理を行った³⁾。

2次元平面ひずみ条件におけるクラックテンソルモデルを用いた節理性岩盤の応力-ひずみ関係は次の形で表される。

$$\{\epsilon_i\} = [C_{ij}] \{\sigma_j\} \quad (11)$$

ここで、 $i, j = 1, 2, 6$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_1 = \epsilon_{11} & , \epsilon_2 = \epsilon_{22} & , \epsilon_6 = \epsilon_{12} = \gamma, \\ \sigma_1 = \sigma_{11} & , \sigma_2 = \sigma_{22} & , \sigma_6 = \sigma_{12} = \tau \end{pmatrix}$$

$[C_{ij}]$ は節理性岩盤のコンプライアンスであり、次式で与えられる。

$$[C_{ij}] = [C_{ij}^R] + [T]^T [C_{ij}^I] [T] \quad (12)$$

式 (12) の右辺第 1 項は岩盤基質部のヤング率 E とポアソン比 ν によって決まる。

$$[C_{ij}^R] = \frac{1+\nu}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

続く第 2 項は岩盤の節理の特性によって決まる項である。ここで、問題を単純化し全ての節理が直交する 2 方向に並んでいると仮定した。局所座標を節理の方向に設

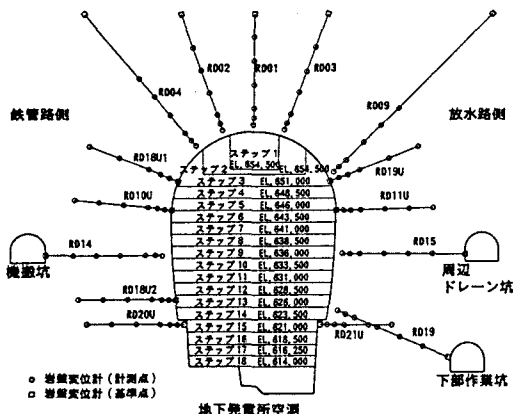


図-1 葛野川水力発電所 地下発電所空洞G断面

定すると $[C_{ij}^J]'$ は次のような単純な形で表現される。

$$[C_{ij}^J]' = \frac{1-\nu^2}{E} \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}c_3(c_1+c_2) \end{bmatrix} \quad (14)$$

ここで、 $c_1 = \frac{f_1}{k_n}$, $c_2 = \frac{f_2}{k_n}$, $c_3 = \frac{k_n}{k_s}$

$$f_1 = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^n r_{yk}^2, \quad f_2 = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^n r_{zk}^2$$

r_x, r_y : 不連続面の方向が局所座標の x 軸または y 軸と一致しているクラックの大きさ

k_n, k_s : クラックの垂直バネ, せん断バネの値を岩盤基質部の変形係数で基準化した量

S : 調査範囲の面積

また、 $[T]$ は局所座標から全体座標への変換行列を表しており、式 (15) で与えられる。

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin 2\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin 2\theta \\ -\frac{1}{2} \sin 2\theta & \frac{1}{2} \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで、 θ : 局所座標の x 軸と水平面の角度

(反時計まわりを正とする)

式 (14) において、 E 以外のパラメタは無次元量となっている。

本研究では、節理に関するパラメタ c_1, c_2, c_3, θ の4つを未知パラメタとし、 c_1, c_2, c_3 は対数正規分布に、 θ は正規分布に従う¹⁾と仮定した。ヤング率 E とポアソン比 ν は既知として、岩盤基質部の $E = 5.51 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.25$ を与えた。図-1 に発電所地下空洞G断面の掘削形状、ステップおよび観測点配置を示す。計測点ではその測線の基準点との相対的な伸縮量が計測され、ス

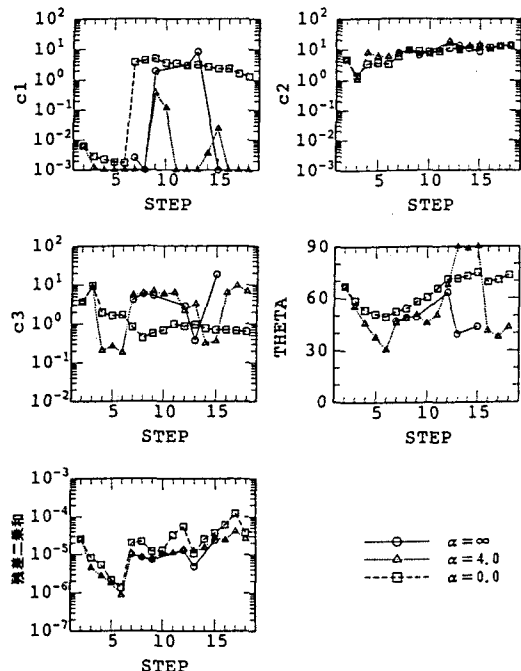


図-2 各ステップのクラックテンソルモデルのパラメタ

テップごとの増分を逆解析の観測量とした。

時間更新の際、式 (8) のプロセスノイズのパラメタ α により、式 (10) で示される様に過去の観測情報と現ステップの観測情報の重みのバランスを変えることができる。そこで、時間更新を考慮することが推定値にどの様な影響を与えるかを見るため、 α の値を変えた以下の3ケースを考えた。

1. 過去の観測情報は用いず、現ステップの観測情報だけで推定する場合 ($\alpha = \infty$)
2. 1ステップ前の観測情報を現ステップの観測情報に比べ 1/5 の重みで扱う場合 ($\alpha = 4.0$)
3. 過去の観測情報を現ステップの観測情報と同じ重みで扱う場合 ($\alpha = 0.0$)

図-2 に逆解析を行って得られた各ステップの推定値の推移を示す。図-2 のパラメタ c_1 では、いくつかのステップで 1.0×10^{-3} にプロットされているが、 c_1, c_2 はある程度小さければ変形量への影響は非常に小さくなって感度がなくなるため、 1.0×10^{-3} を下限として表示している。また、推定値がプロットされていないステップは、発散したことを示す。

現ステップの観測情報だけで推定を行った $\alpha = \infty$ としたケースでは、発散したステップが多く、解が得ら

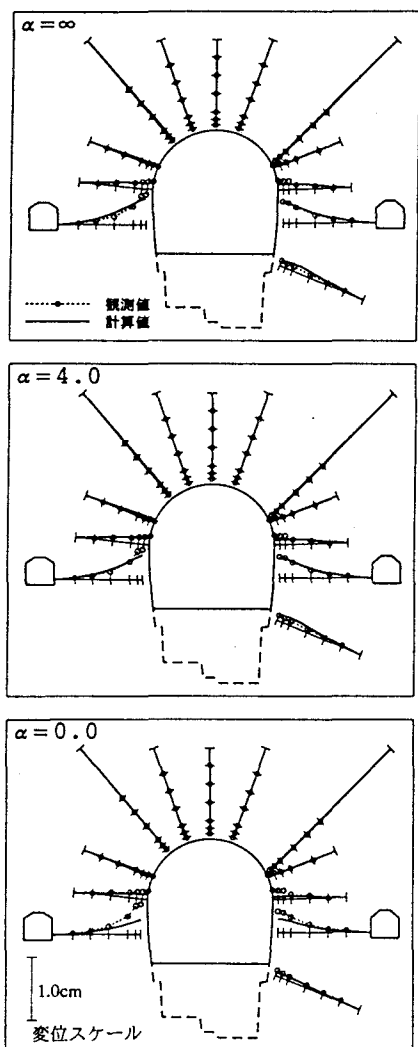


図-3 ステップ12の増分変位分布

れたステップでも c_1 や c_3 に見られるようにばらつきが大きい。1ステップ前の観測情報の重みを現ステップのもの $1/5$ とした $\alpha = 4.0$ のケースでは、全てのステップで解が得られた。このことから、時間更新を考慮することは解の安定性に対して有効であることが分かる。しかし、 $\alpha = \infty$ としたケースよりは安定しているものの、 c_2 以外のパラメタはばらついている。さらに過去の観測情報の重みを大きくした $\alpha = 0.0$ のケースでは、どのパラメタもより安定している。従って、過去の観測情報の重みを大きくする、すなわち事前情報を重視

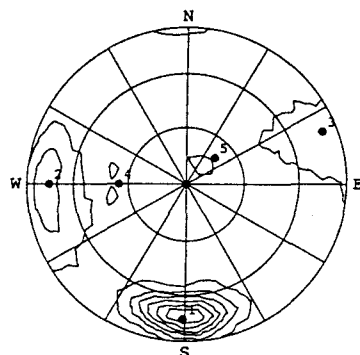


図-4 観測されている節理のシュミットネット

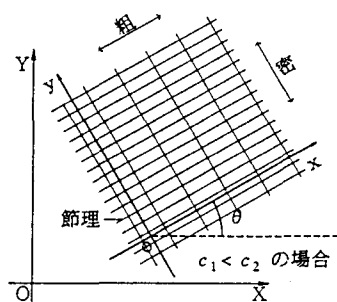


図-5 クラックテンソルモデルのパラメタ c_1, c_2, θ の関係模式図

するほど安定した解が得られる。なお、ステップ2は事前情報なしでは発散したが、その原因は c_1 が非常に小さくなり感度がないためであった。時間更新を行う場合 ($\alpha = 4.0, 0.0$) にはステップ2の解が必要であるため、 c_2, c_3, θ の推定値には影響がなく c_1 の下限値だけを決める程度の事前情報を与えて解を得た。

図-3 にステップ12で得られた推定値により計算された変位分布と観測された変位分布の比較を示す。 $\alpha = 0.0$ としたケースは $\alpha = 4.0$ や $\alpha = \infty$ としたケースに比べ、測線 RD14, RD15 に見られるように現ステップの観測情報と十分には一致していない。一般に、プロセスノイズを大きくする、すなわち α の値を大きくすると現ステップの観測情報がより重視され、その特徴がより良好に再現される。しかし、実測データに含まれる観測誤差やモデル化誤差の影響を受け易くなり、図-2 に見られるように発散したり、解が得られても解釈するのが難しい場合が生じる。以上から、事前情報と現ステップの観測情報は、安定性と再現性のトレードオフの関係

にあると言える。それらの重みのバランスは一概に定めることはできず、問題ごとに設定する必要がある。この問題では、各ステップで比較的安定した解が得られている $\alpha = 0.0$ のケースが妥当であると判断した。

次に、葛野川地点で観測や試験から得られている節理情報と、逆解析で推定された節理のパラメタの比較を行った。逆解析の結果としては $\alpha = 0.0$ としたケースのものを用いた。まず、節理の方向に着目する。図-4に観測されている節理のシュミットネットを示す。この地下空洞の長軸方向は磁北であり、鉄管路側と放水路側はそれぞれ西と東に対応する。図-4 から解析断面内で最も卓越している節理は No.2 で示される東落ち 75° のものであり、クラックテンソルモデルのパラメタで言い換えると $\theta = -75^\circ$ になる。一方、逆解析では c_1, c_2, θ の関係から卓越している節理の方向が決まる。図-5 に c_1, c_2, θ の関係の模式図を示す。式(14)から c_1 は局所座標の x 軸方向の節理密度を、 c_2 は y 軸方向の節理密度を表すパラメタであり、図-5 に示したように $c_1 < c_2$ ならば x 軸と一致する方向、すなわち水平面から θ 傾いた節理が卓越していると解釈できる。同様に、 $c_1 > c_2$ ならば水平面から $\theta + 90^\circ$ 傾いた節理が卓越していると解釈できる。図-2 から、全てのステップで $c_1 < c_2$ となり、 θ は $50 \sim 70^\circ$ が得られており、逆解析では西落ち $50 \sim 70^\circ$ が推定されたと解釈できる。次に、節理面のばね特性に着目する。葛野川地点で行われた節理面の試験では、垂直ばねとせん断ばねの比が $1.0 \sim 4.0$ 程度であることが報告されている⁵⁾。クラックテンソルモデルでは同様のばね特性は c_3 で表され、逆解析では 1.0 程度の値が推定された。以上、卓越節理の方向に関しては観測と逆解析では反対方向が推定され、節理面のばね特性に関しては概ね一致した。節理方向が対応しない原因としては、いくつかの可能性が考えられる。その一つとして、葛野川地点では空洞の鉄管路側における連続性の高い節理や密集帯の存在が報告されており、岩盤を均質に扱っている現状のモデルには限界があることが挙げられる。

4. おわりに

本研究では、葛野川地点の地下空洞掘削時に各ステップで得られる実測データを用いて、時間更新を考慮した逆解析を試みた。具体的には、前ステップの結果を事前情報として引き継いで現ステップの推定を行うもので、事前情報は前ステップで推定された未知パラメタの平均値と共分散を基に定めている。時間更新を考慮することは、多くの観測情報から未知パラメタの推定すること

になる。その結果、事前情報なしでは解が得られないステップでも解が得られ、事前情報を重視するほど解は安定した。ただし、事前情報と現ステップの観測情報の重みのバランスをどの程度にすればよいかは簡単には決められず、今後の課題として残る。

また、葛野川地点で得られている節理に関する情報と、クラックテンソルモデルを用いて逆解析により得られた結果の比較を行った。その結果、観測された節理情報と逆解析の結果は単純には対応しなかった。その原因の一つとして、実岩盤の不均質性を挙げることができ、今後の課題として逆解析においても不均質性を考慮することが考えられる。岩盤の不均質性を推定する方法としては、例えば物性値の空間分布を逆解析する方法が考えられる⁸⁾。また、節理性岩盤における大規模地下空洞掘削時の変形挙動には、節理面のせん断変形やそれに伴う開口変形が支配的であるとの報告⁶⁾⁷⁾もあり、その挙動を考慮できるモデル⁹⁾を適用することも考えられる。

5. 参考文献

- 1) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 2次元FEMを用いた確率論に基づく逆解析の定式化とその解法, 土木学会論文集, 第507号/I-30, pp.129-136, 1995
- 2) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価手法, 土木学会論文集, 第543号/I-36, pp.271-280, 1996
- 3) 吉田郁政: クラックテンソルを用いた逆解析, 土木学会第50回年次学術講演会講演概要集, 共通セッション, pp.58-59, 1995
- 4) 小田匡寛: 不連続性岩盤の力学へのアプローチ, 土と基礎, 35-3, pp.29-34, 1987
- 5) 蔡明, 田坂嘉章, 安部明夫, 宇野晴彦, 幸村秀樹: 節理の介在する岩盤における空洞掘削時の挙動解析(その1), 土木学会第50回年次学術講演会講演概要集, 第3部, pp.1362-1363, 1995
- 6) 日比野敏, 本島睦: 大規模空洞掘削時の岩盤挙動とライニング設計概念の提案, 土木学会論文集, 第481号/III-25, pp.125-134, 1993
- 7) 打田増夫, 吉田次夫, 浦山克, 平川芳明: ボアホールテレビによる亀裂観察結果から見た大規模空洞掘削時の岩盤挙動の検討, 土木学会論文集, 第517号/III-31, pp.33-41, 1995
- 8) 豊田耕一, 吉田郁政: 空間分布の逆解析に関する基礎的研究, 土木学会第51回年次学術講演会講演概要集, 共通セッション, pp.4-5, 1996
- 9) 例えば, 吉田秀典, 堀井秀之: マイクロメカに基づく岩盤の連続体モデルと大規模空洞掘削の解析, 土木学会論文集, 第535号/III-34, pp.23-41, 1996