(71) 時間依存性挙動を有する岩盤の不連続体解析

A discontinuous analysis of rocks which has time dependent characteristics

斉藤　尚人*・浜島　良吉**・鈴木　隆次***

Naoto SAITOU, Ryokichi HAMAJIMA, Takatugu SUZUKI

One of the important characteristics about the rock deformation is time dependence. A lot of studies are for the creep by the finite element analysis and are almost based on the supposition of the continuity. However , we shoud use the discontinuous analysis for these rock masses. Then we try to visco-elastic discontinuous analysis considering the elemental deformation.

1．はじめに

土や岩の変形に関する大きい特性の一つに時間依存性がある。このような材料の粘弾性的な応力－ひずみ－時間の関係を支配する法則が知られると、クリープを有限要素解析に含めることができる。そして、解析に用いる材料の構成法則に応じて種々の解法が開発されているが、いずれの場合にも重要なのは、材料の粘弾性挙動の特性の選択およびモデル化である。そのために、厳密な構成方程式を求めて用いたり、レオロジーモデルを用いてアプローチが行われている。しかし、弾性、粘弾性あるいは塑性のいずれの状態のモデルを考えるにしても、これまでは、ほとんど連続体の仮定に基づいている。連続体の概念は、土や岩を取り扱う場合には、解析の便宜上導入された数学的な理想化であるということができるし、また、実際にも巨視的には連続体として取り扱える場合が多い。しかし、土粒子間の運動や岩盤内のジョイントなどの不連続面における挙動を考えない限り、土や岩盤の挙動は真に理解されないし、また、地盤工学上の種々の現象を説明するのに、連続体力学の概念だけでは十分でない場合も多い。岩盤力学は、実際には不連続体の力学として考えなければならず、地盤の分離面の統計的な考察によって、その地盤の力学的性状を特徴づけるような力学的モデルを考えなければならない。

こうした観点から、浜島らは要素変形を考慮して、不連続体解析手法を提案している。これは、幾何学的構造特性の変化と材料特性の変化の両方を同時に考慮可能な解析手法であり、また、変分原理を基礎に置くことから、これまで有限要素法で解析されてきた手法を容易に導入することができる。そこで、有限要素法で用いられている構成式を用い、本解析手法により時間依存性挙動の解析が可能となることを示すことにする。

*　埼玉大学　博士前期課程

**　工博　埼玉大学助教授　工学部建設工学科

***　三井建設（株）　原子力部　主任研究員

2．解析手法

まず、本解析手法について概説する。この方法は、ハイブリット型仮想仕事の原理において要素間の変位の連続条件を修正して用いたもので、変位は要素重心点の剛体変位と要素内定ひずみの和で表現する。変位は、各要素ごとに独立して選ぶことができ、要素間の相対変位を考慮した不連続体の解析が可能になる。さらに要素形状には依存せず、任意多角形要素を用いたモデルの解析が可能となる。

また、全要素の力の釣り合いより以下の連立方程式が求まる。

$$
\begin{aligned}
\left[K_{uu}\right]\{u\}+\left[K_{u\varepsilon}\right]\{\varepsilon\}&=\{F_u\}\\
\left[K_{\varepsilon u}\right]\{u\}+\left[K_{\varepsilon\varepsilon}\right]\{\varepsilon\}&=\{F_\varepsilon\}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

式(2)で与えられる方程式は、任意多角形要素に対して、要素内変形と要素間変形を同時に扱うことができる。また、変位関数として三角形の定ひずみ要素に対するものを用いていることから、三角形要素を用いた場合、以下の性質を有する。

・要素間剛性が大きい場合：要素が変形し、要素間のバネはほとんど変形しない場合を意味する。したがって、極限を考えれば有限要素法に帰着する。

・要素内剛性が大きい場合：要素はほとんど変形せず、要素間のバネだけが変形する場合を意味する。したがって極限を考えれば剛体バネモデルに帰着する。

3．粘弾性を考慮したつり合い式

花崗岩や石灰岩のような硬岩では、新しい亀裂を生ずるようなレベルの偏差応力の作用下でクリープを示す。作用応力の増分は、既存の亀裂を伸長し、新しい亀裂を発生させ、網目状の割れ目を発生する。ここで、理想的な線形粘弾性を示す岩盤はおそらく存在しないが、応力とひずみの時間依存性を考察する上で線形粘弾性理論を基礎とし、ある時間の増分内では線形関係が存在するとみなして部分的線形関係の集合として取り扱うことはできる。

一般に、粘弾性体の応力－ひずみ関係は、緩和関数あるいは遅延関数を用いて積分表示される場合と、レオロジーモデルなどにより微分表示される場合とがある。これらの二つの部類の応力－ひずみ関係を用いて、粘弾性体の有限要素解析が多く研究されているが、ここでは、後者のレオロジーモデルを用いることにより粘弾性挙動を表現する。また、今回は、本解析手法において粘弾性を表現することに重きをおいたため、簡単のために、Maxwell要素とVoigt要素を直列に結合させたBurgersモデル（図１）を使用し、定式化は、参考文献2)に基づいている。

3－1．一次元粘弾性レオロジーモデル

Burgersモデルを用いた場合、全ひずみ速度εは、直列につないだバネが受けもつ成分ε_e、直列につないだダッシュポットが受け持つ成分ε_dおよびVoigt要素が受け持つ成分ε_vを用いて以下のように表すことができる。

$$
\dot{\varepsilon}=\dot{\varepsilon}_e+\dot{\varepsilon}_d+\dot{\varepsilon}_v \tag{2}
$$

ここで、Maxwell要素のバネ定数をE_0、粘性係数をη_0、Voigt要素のバネ定数をE_1、粘性係数をη_1とすれば、以下のような線形粘弾性問題の構成方程式が得られる。

$$\dot{\varepsilon}=\frac{\dot{\sigma}}{E_0}+\frac{\sigma}{\eta_0}+\frac{\sigma}{\eta_0}-\frac{\varepsilon_v}{T} \tag{3}$$

ただし、σは作用している応力、ε_vはVoigt要素が受け持つひずみ、TはVoigt要素の遅延時間をそれぞれ表し、遅延時間は、

$$T=\frac{\eta}{E_1} \tag{4}$$

と表すことができる。

3－2．多次元粘弾性構成方程式およびつり合い式

3-1で取り扱った一次元レオロジーモデルとは異なり、一般の２次元や３次元の問題では、せん断成分と体積成分に分けて考慮する必要がある。そうして、得られた全ひずみを$\{\varepsilon\}$、粘弾性ひずみを$\{\varepsilon_{ve}\}$を用いれば、要素内の応力－ひずみ関係は以下のように表すことができる。

$$\{\dot{\sigma}\}=[D_e](\{\dot{\varepsilon}\}-\{\dot{\varepsilon}_{ve}\}) \tag{5}$$

ただし、$[D_e]$は要素内の弾性マトリクスを表している。

また、本解析では、弾塑性解析において等価剛性という考え方を用いて要素間剛性を決定しており、ここでもその考え方に従い、要素間の粘弾性構成式を導いている。等価剛性の考え方を用いれば、要素間のせん断剛性k_sは、要素間バネに隣接する二つの要素（図２）のせん断剛性G_1、G_2、要素重心から要素境界におろした垂線の長さh_1、h_2を用いて以下のように表すことができる。

$$k_s=\frac{G_1G_2}{h_2G_1+h_1G_2} \tag{6}$$

このことは、要素間の垂直剛性についても同様に成り立つ。さらに、要素間のクリープコンプライアンスなどの全てのマトリクスに関しても同様の関係が成り立つと仮定すれば、要素間のあるマトリクス$[A]$は以下のような関係で表現することができる。

$$[A]=\begin{bmatrix}\dfrac{a_1a_2}{h_2a_1+h_1a_2} & 0\\ 0 & \dfrac{b_1b_2}{h_2b_1+h_1b_2}\end{bmatrix} \tag{8}$$

ここで、a、bはそれぞれ要素１、要素２の垂直方向成分、せん断方向成分の剛性を表している。式(8)の関係を用いれば、要素間の構成式は以下のように表すことができる。

$$\{\dot{\sigma}_s\}=[D_s](\{\dot{\delta}\}-\{\dot{\delta}_{vs}\}) \tag{9}$$

ここで、$[D_s]$は等価剛性により求めた要素間の弾性マトリクス、$\{\delta\}$は要素間の変位を表している。さらに、２の解析手法で述べたが、要素間の連続条件の修正を行う。本解析手法では、ハイブリット型仮想仕事の原理で得られる要素間の連続条件の代わりに以下の連続条件を用いる。

$$\alpha=\frac{\beta}{\beta-1} \tag{10}$$

これは、要素による変形と要素間バネによる変形が同時に発生する場合を考えたとき、要素内、および要素間の剛性をα、β倍し、全変位が要素内の変形のみを考えたときの変形量に等しくなるようにして得たもの

である。式(10)の展開は参考文献1)に従う。式(5)および式(8)の剛性にα、β倍をほどこし、つり合い式を求めれば以下の関係を得ることができる。

$$
\begin{aligned}
&[K_{uu}]\{\Delta u\}+[K_{u\varepsilon}]\{\Delta\varepsilon\}-\{\Delta F_u\}-\{\Delta V_u\}=\{\psi_u\}\\
&[K_{\varepsilon u}]\{\Delta u\}+[K_{\varepsilon\varepsilon}]\{\Delta\varepsilon\}-\{\Delta F_\varepsilon\}-\{\Delta V_\varepsilon\}=\{\psi_\varepsilon\}
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

ここで、$\{\Delta V_u\}$、$\{\Delta V_\varepsilon\}$は、粘弾性ひずみによる見かけの荷重増分、$\{\phi_u\}$、$\{\phi_\varepsilon\}$は計算過程に伴う残差の項を表しており、この式にしたがってプログラムを作成した。

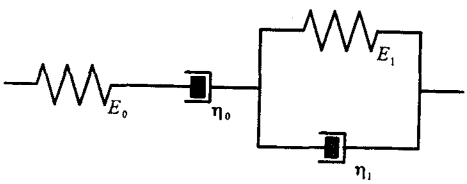


図１　Burgersモデル

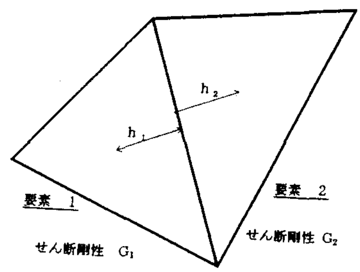
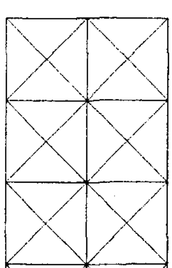


図２　隣接する二つの要素

４．解析例

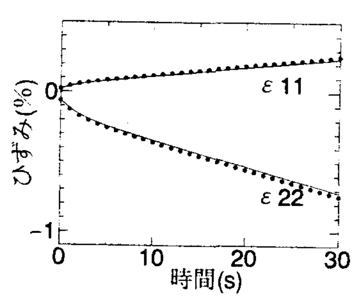
まず、作成したプログラムの動作チェックのために、解析の対象を単軸のクリープ試験とし、厳密解との比較を行う。ここで、解析メッシュは図３に表している。物性値は、Maxwell要素のバネ定数を1500kgf/cm^2、粘性係数を5000kgf/cm^2·s、Voigt要素のバネ定数を1000kgf/cm^2、遅延時間を2sとした。

図３のメッシュは三角形メッシュなので、要素間の剛性を大きく（すなわちαを大きく）したときに、有限要素法の解に一致することは、先に述べた通りである。また、要素間剛性を１０倍（すなわちβを１０倍）にしたときに、多角形のモデルを用いた場合にも、弾性解において有限要素法の変形量とよい一致を示すことがわかっており、これらの二通りについて解析結果を図４に示す。ただし、直線は、厳密解、点は本解析手法による結果を表している。グラフ中、ε_{11}およびε_{22}はそれぞれ、水平ひずみ、鉛直ひずみを表しており、両結果ともに良好な一致を得ることができた。



10cm*20cm

図３　解析メッシュ

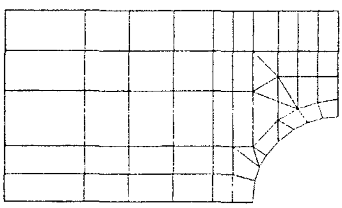


(1) αが大きいとき　　(2) β=10のとき

図４　ひずみ－時間曲線

次に、中央部に円孔がある問題を取り扱う。ただし、自重のみを考慮しているため、実際のトンネルの問題とは異なっている。解析メッシュは、図５に示しており、物性値は、仮想的に、Maxwell要素のバネ定数を$5.0*10^5$kgf/cm^2、粘性係数を$5.0*10^5$kgf/cm^2•s、Voigt要素のバネ定数を$4.0*10^5$kgf/cm^2、遅延時間を1sとした。

図６、図７は要素内主応力図および変形図を表している。時間の進行につれて、変形が進んでいく様子が見て取れる。また、本解析法では、要素間での引張破壊を考慮するようにしているのであるが、要素内主応力図を見ればわかるように引張領域が発生していない。これは、今回の解析が自重のみしか考慮しておらず、実際の地盤のように、初期応力を考慮していれば、もっと本解析の特徴を生かした結果が得られるのだと思われる。。



100cm*60cm

図５　解析メッシュ

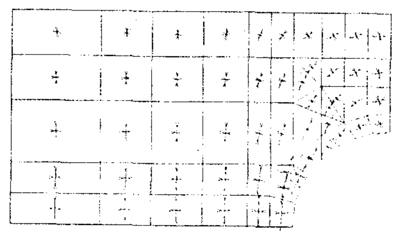
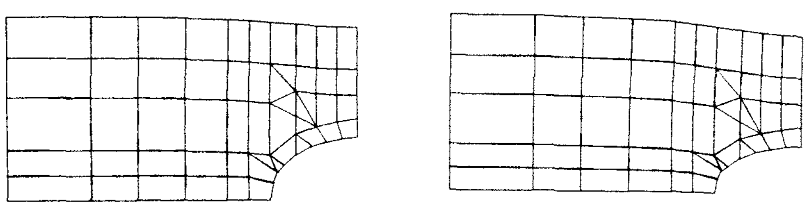


図６　要素内主応力図



10秒後　　30秒後

図７　変形図（変位倍率は100倍）

５．まとめ

本論文では、有限要素法で行われている粘弾性問題の解析法を、要素内変形を考慮した不連続体解析に応用することを試みた。粘弾性構成方程式を用いて、プログラミングを行い、良好な結果を得ることができた。しかし、線形粘弾性問題に限定したために、本解析手法の利点を活かしきることができなかった。よって今後は、非線形粘弾性問題あるいは粘塑性問題へと発展させる必要がある。

６．参考文献

1）　浜島良吉・中井仁彦・鈴木隆次・長島正成：要素変形を考慮した不連続体解析の精度について，第26回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp. 460～464，1995

2）　山田嘉昭：塑性・粘弾性，培風館