

(10) 断層を有するトンネルにおける岩盤特性推定に関する基礎検討

A Basic Consideration on Estimation of Jointed Rock Mass Properties at Tunnel

須藤 敦史

Atsushi SUTOH

This study consists of the following two topics: One is a parameters identification of jointed rock mass properties by the extended Kalman filter - weighted local iteration - finite element method (EK-WLI-FEM) from displacements in tunnel, which was previously proposed by present author. In latter one, from based on former study, it is considered that an empirical knowledge acquisition method and quantifying the subjective uncertainty included method is desirable for parameter and system identification at such complex system.

Key Words: Parameters Identification, Empirical Knowledge, Subjective Uncertainty

1. はじめに

掘削中のトンネルは、地盤の力学的特性と層理・節理や断層などの構造特性の影響を顕著に受けるため、複雑な挙動を示す。このような複雑な挙動を正確に把握するためには、現位置における地盤の力学的、構造的特性の把握や現状を忠実に表現する数値解析モデル(コード)の選択が非常に重要な課題となる。

しかし、事前の地質調査や各種力学試験により得られる性状や特性値は局所的な値を代表し、層理・節理などの構造条件を考慮したマクロ的な特性を異なる場合が多く、かつ節理などは不確定性を有するものであり、地盤の力学・構造特性の設定は難しい。また、解析モデルにおいても手法上の理由等により挙動を正確に表現できるとは限らない。

そこで、施工中に得られる地盤や構造物の挙動より事前に設定した力学的特性値を再評価し、次期の施工に対しての情報を提供する逆解析を用いた情報化施工たとえば¹⁾が行われている。この情報化施工の中で重要な部分に位置する逆解析は、観測値と解析値の差を最小にする解析モデル中のパラメータを求める最適化手法を用いた逆解析問題が多く、この推定値は実地盤の挙動を仮定したモデルにより説明する値であると考えられる。

しかし、地盤の力学・構造特性はその性質により不確定性やばらつきを示す値である。そこで、このような地盤の力学的特性の不確定性やばらつきや観測誤差を逆解析に考慮する確率論による最適化手法(拡張カルマンフィルタ等)を用いた逆解析が行われている^{2)~6)}。この確率論的最適化手法は、ばらつきや不確定性を有する地盤の力学特性を平均や分散などの確率・統計

的な特性を有する空間に分布する変数とし、観測値も誤差を含む値と定義している。そして、地盤調査や試験により得られた地盤の力学特性の事前分布を観測値を用いて更新し、事後の分布を推定するものである。言い換えれば、観測情報を用いて地盤の力学特性(未知パラメータ)の誤差分散を最小にする値を求める条件付き最小分散推定である。

また、このような最適化手法を用いた逆解析では、推定する定数の性質・個数や解析モデル等の条件により、必ずしも解析の安定性や精度が保証されるものではない。したがって、現状では逆解析を行う場合に推定する定数の限定や逆解析手法・解析モデルの選択が重要となる。

以上のような理由により、本研究では次に示す項目を検討している。まず、断層中に施工されたトンネル周辺の地盤定数の推定を拡張カルマンフィルタを基本とした方法⁷⁾と有限要素法を組み合わせた手法(EK-WLI-FEM)⁸⁾を用いて行うとともに、逆解析において(施工管理上必要となる)その他のパラメータを推定するための課題を整理している。次に、抽出されたそれぞれの課題に対する解決手法の基礎考察を行っている。

2. 拡張カルマンフィルタと有限要素法を組み合わせた最適化手法の概説

拡張カルマンフィルタは、ベイズ理論により確率的にデータを取り扱い観測値を確率量の実現値としてとらえ、地盤調査等の事前分布を観測値により更新し、事後分

布を推定する最適化手法である。本節では拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを概説し、同時にこの手法を基本としたEK-WLI-FEMの定式化を示す。

2.1 拡張カルマンフィルタ

カルマンフィルタの基本式は対象となるシステムを線形と定義して、その状態を表現する状態方程式と観測系を表す観測方程式で構成され、状態量と観測量に含まれるノイズのガウス性を仮定した逐次適合型の最小自乗法である。

一方、拡張カルマンフィルタはカルマンフィルタと同様なアルゴリズムで構成されるが、非線形連続型状態方程式(1)と非線形離散型観測方程式(2)より構成されたものである。

$$\frac{dX_t}{dt} = f(X_t, t) + G_t w_t \quad (1)$$

$$Y_{t_k} = h(X_{t_k}, t_k) + v_{t_k} \quad (2)$$

X_t, X_{t_k} : 連続型, 離散型状態量

w_t, v_{t_k} : システムノイズ, 観測ノイズ

Y_{t_k} : 観測量, G_t : 変換行列

拡張カルマンフィルタは、基本式(1), (2)を推定状態量近傍で線形化し、漸化的な最適状態量の推定アルゴリズムを構成したものである。ここで、アルゴリズムの詳細は参考文献(2)~(6)に委ねる。

また、地盤の力学特性を要素とする状態量が定常性を示す(時間的に変化をしない)ものと仮定すると、推定アルゴリズムの状態遷移マトリクスは単位マトリクスとなる。したがって、状態方程式(1)を離散表示すると式(3)のようになる。

$$X(t_{k+1}|t_k) = [I]X(t_k|t_k) + w_{t_k} \quad (3)$$

2.2 有限要素法との組み合わせ

一般に有限要素法の荷重と変位の関係式は次式のように示される。

$$[K]u = f \quad (4)$$

$[K]$: 剛性マトリクス

u : 変位, f : 荷重

拡張カルマンフィルタにおける観測方程式(2)を、有限要素法の式(4)で表すと次式のようにになる。

$$Y_{t_k} = u_{t_k} + v_{t_k} = h(X_{t_k}) + v_{t_k} \quad (5)$$

$$h(X_{t_k}) = [K]^{-1} f \quad (6)$$

ここで、剛性マトリクスは状態ベクトル(地盤定数)の関数となる。また、観測値はある時刻で観測された値であるため、状態量推定の繰り返し計算は時間に関係なく繰り返しステップとなる。

次に拡張カルマンフィルタのアルゴリズムにおいて、次式に示すような観測方程式を各状態量で偏微分した変換行列 $M\{t_k; \hat{X}(t_k|t_{k-1})\}$ が必要となる。

$$M\{t_k; \hat{X}(t_k|t_{k-1})\} = \left[\frac{\partial h(X_{t_k}, t_k)}{\partial X_{t_k}} \right] X_{t_k} = \hat{X}(t_k|t_{k-1}) \quad (7)$$

$\hat{X}(t_k|t_{k-1})$: t_{k-1} 時刻における推定状態量

式(7)を得るには有限要素法を各状態量で偏微分しなければならないため、次式を用いて近似的に変換行列を求める⁸⁾。

$$\frac{\partial h(X_{t_k})}{\partial X_{t_k}} = \frac{h(X_{t_k} + \Delta X_{t_k}) - h(X_{t_k})}{\Delta X_{t_k}} \quad (8)$$

$h(X_{t_k})$: $h(X)$ の i 番目の観測点

ΔX_{t_k} : X_{t_k} の微小増分, $e_{i,j}$: j 番目の要素が1の単位ベクトル

これより、拡張カルマンフィルタと有限要素法を用いたパラメータ推定が可能になる。

2.3 拡張カルマンフィルタ重み付きローカルな繰返し有限要素法 (EK-WLI-FEM)

拡張カルマンフィルタを用いてパラメータ推定を行う際に、解析結果が不安定になる要因は以下に示す事項が考えられる。

- (1) 観測方程式の非線形性による推定誤差の増加
- (2) 推定誤差共分散行列の過度の低下による収束

推定誤差共分散行列の各要素の値は、状態量推定に際してその変化量に影響を与える値である。しかし、観測方程式が非線形の場合には状態量の推定誤差が大きく残っていてもそれらの値は小さくなってしまう。

そこで、観測方程式の非線形性の影響を減少させ、かつ推定誤差共分散値の過度の低下を抑制する目的で、式(9)に示すように各時間ステップで推定誤差共分散行列の対して重みを乗ずる操作を導入したEK-WLI-FEMを用いる。

$$P(t_k|t_k) = \alpha P(t_k|t_k) \quad (9)$$

α : 重み ($\alpha > 1$)

したがって、本手法は各時間ステップでローカルな繰返しを行うため観測方程式の非線形性の影響を減少させることができ、かつ推定誤差共分散行列が α 倍に修正されるためパラメータ更新速度が向上する。

ここで、拡張カルマンフィルタを用いたパラメータ推定問題においてパラメータの最適推定値は、確率論を用いたパラメータ推定問題^{9,10)}と同様に、式(10)に示されるような事前情報と事後情報で構成される目的関数を最小化する問題となる。

これを言い換えれば、事前(各調査・試験)情報と事後(観測)情報の相互バランスにより最適値を求めるものである。

$$\theta = \frac{1}{2} \{ (\hat{X}_{t_k} - \bar{X})^T P^{-1} (\hat{X}_{t_k} - \bar{X}) + [Y_{t_k} - h(\hat{X}_{t_k})]^T R^{-1} [Y_{t_k} - h(\hat{X}_{t_k})] \} \quad (10)$$

$\bar{X}$: 状態量の平均値

P, R : 状態量の推定誤差, 観測ノイズの共分散マトリクス

式(10)において、事前情報(初期推定の誤差)の影響を受けなくなれば、安定した状態量の推定値が得られ収束性も向上する。

そこで、本手法は推定誤差共分散行列に重みを乗じ初期推定誤差の影響を早期に解消し、かつ観測情

報を重視したパラメータの最適値を推定する方法である。

3. EK-WLI-FEMによる逆解析例

断層破砕体に施工したトンネルにおいて、周辺地盤と断層部の等価弾性係数の推定を内空変位計測値を用いて行った結果を示す。

ここで、本解析では周辺地盤の等価弾性係数と断層の影響を受けている地点の弾性係数、その領域を推定することにある。しかし、このような解析では断層帯の領域(有限要素法内では境界条件)という次元の異なる未知パラメータ(離散量)を扱わなければならない。そこで以下に示す手順で解析を行っている。

- (1) 一般部の計測値を用いて周辺地盤の等価弾性係数を推定する。
- (2) (1)より求めた値を周辺の等価弾性係数と仮定し、断層帯の等価弾性係数とその領域を推定する。

ここで、断層帯の領域は抗内地質調査による推定値を基準とし、解析ケースにおいて領域を確率的に揺動させている。

3.1 解析条件

本解析では図-1に示す解析モデル図のような半断面形状を採用している。また解析領域は鉛直方向70m、

水平方向はトンネル中心より50m(両方とも掘削幅の約10倍)をモデル化している。

一方、実際のトンネルは三次元であり、かつ吹き付けコンクリート、ロックボルト等の各支補部材の施工時期が異なる。そこで、施工状況を解析に正確に再現するために、掘削た過程や支補部材を段階的に解析に考慮し、加えて先行応力の解放率および側圧係数は事前調査・計測値より得られた値を採用している。

解析に用いた諸定数を表-1に示す。

表-1 解析条件

項 目	単 位	
単位体積重量 γ	tf/m ³	2.75
ポアソン比 ν		0.25
側圧係数 K_0		0.90
吹き付けコンクリート E_c	tf/m ²	3.5×10^5

3.2 等価弾性係数の推定

断層近傍の一般部で得られた内空変位計測を用いて、推定された周辺地盤の等価弾性係数とその評価関数を図-2, 3に示す。

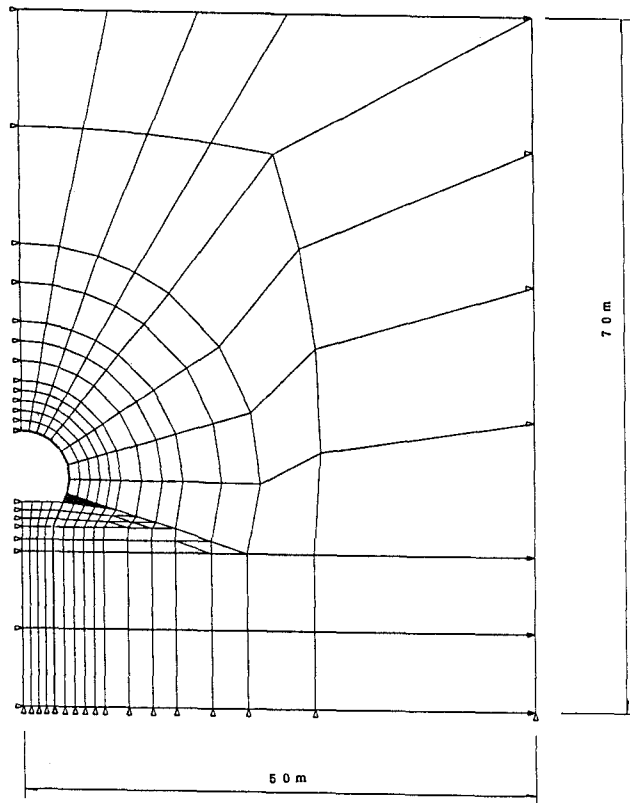


図-1 解析モデル

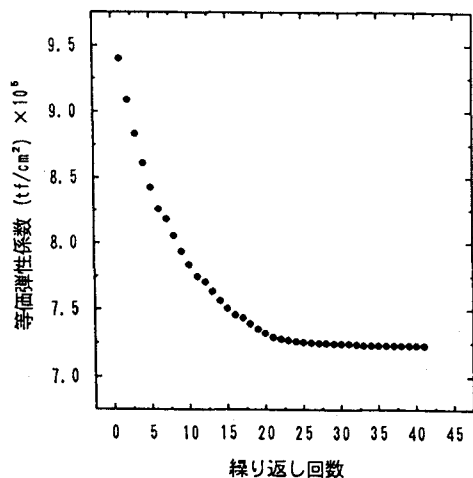


図-2 推定結果(周辺部)

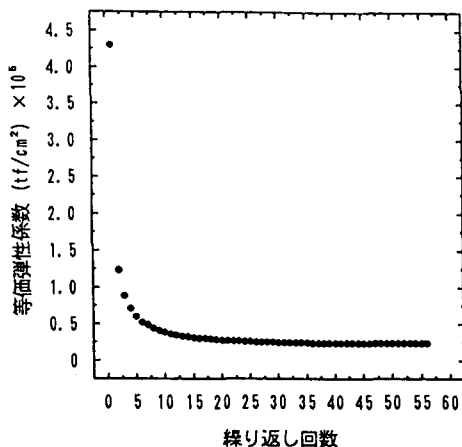


図-4 推定結果(断層部)

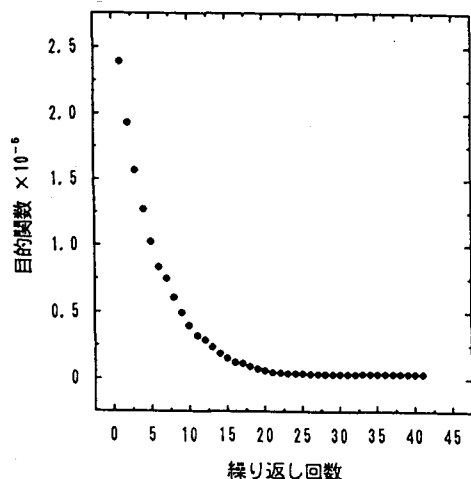


図-3 評価関数(周辺部)

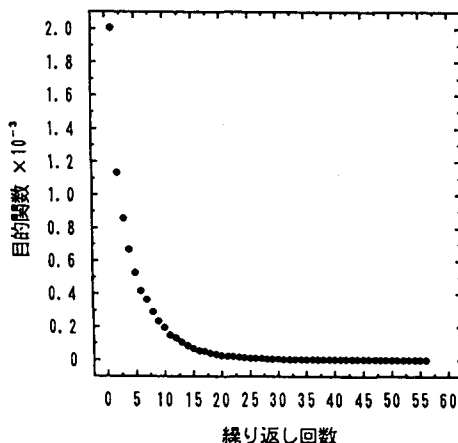


図-5 評価関数(断層部)

ここで、前記のように本手法は観測情報を優先しているため、目的関数は式(11)に示す値としている。また、図より安定した推定結果を示している。

$$\theta = \frac{1}{2} \{ [Y_t - h(\hat{X}_t)]^T R^{-1} [Y_t - h(\hat{X}_t)] \} \quad (11)$$

3.3 断層部の弾性係数と領域推定

次に、解析(1)より求めた値を周辺地盤の等価弾性係数として、断層部の等価弾性係数とその領域を推定する。ここで断層部の領域は抗内地質調査による推定値を基準として、各ケースにおいて領域を確率的に揺動させて解析を行った。

断層部の内空変位計測を用いた逆解析結果により領域の最適値は側壁部約10mとなった。また、断層部の推定等価弾性係数と評価関数を図-4, 5に示す。

図より、断層部においても安定した推定結果を示している。

また、本解析により得られた周辺地盤と断層部の推定等価弾性係数を表-2に示す。

表-2 等価弾性係数

解析箇所	等価弾性係数 (tf/m ²)
一般部	7.20*10 ⁵
断層部	2.33*10 ⁴

4. 逆解析における今後の課題

今回の解析は、断層部の等価弾性係数とその領域推定を目的とし周辺地盤の弾性係数をあらかじめ推定し、かつ領域など次元の異なるパラメータを確率的に揺動させて解析を行った。

確率論を用いた最適化手法は、その目的関数に事前(各調査・試験)情報と事後(観測)情報という項目を有しており、それらの相互バランスにより最適値を求めるものであった。

しかし、実際のトンネルの施工管理や逆解析情報を次施工にフィードバックするためには、以下に示す項目を考慮した詳細な逆解析情報が必要となると考えられる。

そこで本節では、以下に示された課題の解決方法の基礎考察を行う。

- (1)解析領域(境界条件)・次元の異なる未知パラメータや定性的な情報を合理的に評価する手法
- (2)離散量や多峰性を有する目的関数の最適値を探索する手法

4.1 次元の異なるパラメータ

汎用的な逆解析手法は、解析領域(境界条件)・次元の異なる未知パラメータや定性的な情報を合理的に評価した定式化が必要となる。

したがって、目的関数は異なる次元や定性的な値より構成しなければならないため、数量化理論¹¹⁾や確率エントロピー理論の活用が問題解決の糸口として挙げられる。

4.2 離散量の最適化

離散量を有する最適化問題は実数目的関数 $f(x)$ を用いて式(12)のように定義できると仮定する。

$$f(x) \rightarrow \min_{(x)} \quad (12)$$

ここで、 x は状態変数で状態空間 X は有限集合とする。

いま、対象となる基本空間を Ω 、また確率を P とすると、目的関数の最小問題は式(13)に示すように期待値 $g(x)$ を可能領域 ($x \in H$) において最大化する問題になる。

$$g(x) = \int_{\Omega} G(x; \omega) P\{d\omega\} \quad (13)$$

上記の確率的最適化問題では、問題の期待値計算が必要となるが確率が既知でないため、この計算が困難な場合が多い。

そこで著者は、実際のサンプル値をマルコフ過程と定義し、変数の確率分布を最尤法で推定する手法¹²⁾を提案している。

また、この組み合わせ最適化問題に対して平衡統計力学の概念で確率化を行っている手法¹³⁾がある。

この方法は、式(12)に確率を導入することにより、式(14)に示すような確率的重み目的関数 $p(x)$ の最小化問題に置き換えている。

$$\sum_{(x)} p(x) f(x) \rightarrow \min_{(p(x))} \quad (14)$$

$$\text{制約条件: } -\sum_{(x)} p(x) \log p(x) = H \quad (\text{const})$$

$$\sum_{(x)} p(x) = 1, 0 \leq p(x) \leq 1, \forall x \in X$$

式(14)のような問題で $p(x)$ は連続変数であり、もとの問題が離散的であっても確率化を行うことで連続変数の最適化問題になっている。

このように、最適化手法を確率化することにより、離散最適化問題を直接確率的に推定するか、また近似的に連続的な最適化問題に置き換えて推定することができる。

したがって、適当な目的関数を構成することにより、連続・離散量の最適化が行える可能性があると言える。

参考文献

- 1) 桜井春輔・岸本修治・藤田修一・末廣匡基: 斜面掘削工事における情報化施工管理について、第23回岩盤力学に関するシンポジウム, pp. 207-211, 1991.
- 2) 斉藤悦郎・古賀重利: EK-WGI法による山留め壁の作用外力の同定, 土木学会論文集, 第380号, pp459-465, 1987.
- 3) 村上章・長谷川高士: Kalmanフィルタ-有限要素法による逆解析と観測点配置, 土木学会論文集, 第388号, pp227-235, 1987.
- 4) 門田俊一・斉藤悦郎・和久昭正・後藤哲雄: 繰り返し拡張カルマンフィルタ-による異方性岩盤物性の同定と地下空洞計測管理への適用, 土木学会論文集, 第406号, pp107-116, 1989.
- 5) 鈴木誠・石井清: 拡張カルマンフィルタ-による土質定数の空間分布推定, 土木学会論文集, 第406号, pp71-78, 1989.
- 6) 須藤敦史・星谷勝: EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析, 土木学会論文集, No. 466/ I -19, pp. 177-185, 1992.
- 7) 須藤敦史・星谷勝: 拡張カルマンフィルタの基本的考察とEK-WLI法の提案, 土木学会論文集, No. 447/ I -17, pp. 203-211, 1991.
- 8) W. G. W. Yeh: Review of Parameter Identification Procedures in Groundwater hydrology, The Inverse Problem, Water Resources Research, Vol. 22, No. 2, pp. 95-108, 1986.
- 9) 吉田郁政・黒瀬浩公・福井史朗: 確率論に基づく逆解析手法の研究, 土木学会論文集, No. 483/ I -26, pp. 61-68, 1994.
- 10) 吉田郁政・豊田耕一・星谷勝: 2次FEMを用いた確率論に基づく逆解析の定式化とその解法, 土木学会論文集, No. 507/ I -30, pp. 129-136, 1995.
- 11) 林知己夫・駒澤 勉: 数量化理論とデータ処理, 朝倉書店, 1995.
- 12) 須藤敦史・星谷 勝・宮沢和樹: 遺伝的要素を考慮したインパ-タンス・サンプリングによる離散型変数を有するシステムの最適化, 土木学会論文集, No. 519/ I -32, pp. 223-232, 1995.
- 13) 深尾 毅: 最適化問題の確率化と熱力学, 計測と制御, Vol. 29, No. 12, pp. 11-17, 1990.