

(88) 地下空洞掘削時の現場計測における変位計測機器の配置について

-逆解析の立場から-

山口大学工学部 正 清水則一 山口大学大学院 学 垣原 裕
山口大学工学部 正 中川浩二 神戸大学工学部 正 桜井春輔

Optimal Location of Displacement Measurements for Back analysis in Underground Openings

Norikazu SHIMIZU, Hiroshi KAKIHARA and Koji NAKAGAWA, Yamaguchi University
Shunsuke SAKURAI, Kobe University

Abstract

Back analysis has been often used for monitoring the stability of underground openings as a tool of the observational procedure. To perform the back analysis successfully, the location of measurement is quite important. This paper discusses the optimal location of displacement measurements for back analysis procedure. Some indexes are proposed to evaluate the optimal location of measurements. In order to show the applicability of the method, numerical simulations are conducted.

1. はじめに

情報化施工の普及にともない、トンネルや大規模空洞の施工時に、地山の変位挙動を計測することが一般的となっている。ところが、計測機器の配置は多くの場合経験的に定めているようであり、どのような配置が適切か、また、不適切かを検討するための客観的な方法はあまりないようである。本報告は、筆者らが提案した計測変位の逆解析法において、逆解析が精度良く実施できるための適切な計測配置を定量的に検討する方法^{1),2)}を述べ、いくつかの数値シミュレーション結果を示すものである。

2. 逆解析法³⁾⁻⁶⁾の概要

ここでは、本研究で用いる逆解析手法の概要を述べる。まず、地下空洞の周辺地山を巨視的に等質等方の線形弾性体と考え、さらに掘削地点で初期応力が一定であると仮定すると、二次元平面ひずみ問題の場合、掘削によって生じる変位 u は、次のように表される(図1参照)。

$$u = f_1(\sigma_x^0/E) + f_2(\sigma_y^0/E) + f_3(\tau_{xy}^0/E) \quad (1)$$

ただし、 $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ は初期応力の各成分、 E は弾性係数である。ここで、 $\sigma_x^0/E, \sigma_y^0/E, \tau_{xy}^0/E$ を初期応力パラメータと呼んでいる。また、 f_1, f_2, f_3 は変位の位置とその方向、および、空洞の形状ならびにポアソン比を与えれば求められる。式(1)を変位の観測方程式として、計測変位との残差の二乗和を最小とする初期応力パラメータを求める。

$$\{\sigma^0\} = ([F]^T[F])^{-1}[F]^T\{u_m\} \quad (2)$$

ただし、 $[F]$ は f_1, f_2, f_3 で構成される行列、 $\{u_m\}$ は計測変位、 $\{\sigma^0\}^T = \{\sigma_x^0/E, \sigma_y^0/E, \tau_{xy}^0/E\}$ である。ここで、初期応力の鉛直成分 σ_y^0 を土被り圧 $\gamma \cdot H$ (γ :地山の単位体積重量、 H :土被り深さ)に等しいとおけば、地山の弾性係数および初期応力の他の成分は次のように求められる。

$$\begin{aligned} E &= \gamma \cdot H / \sigma_y^{0*} \\ \sigma_x^0 &= \sigma_x^{0*} \cdot E \quad (\text{あるいは側圧係数: } K = \sigma_x^{0*} / \sigma_y^{0*}) \\ \tau_{xy}^0 &= \tau_{xy}^{0*} \cdot E \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、 $\sigma_x^{0*} = \sigma_x^0/E, \sigma_y^{0*} = \sigma_y^0/E$ および $\tau_{xy}^{0*} = \tau_{xy}^0/E$ である。

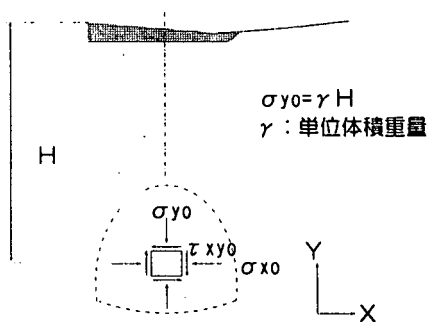


図1 トンネル周辺の初期応力と変位

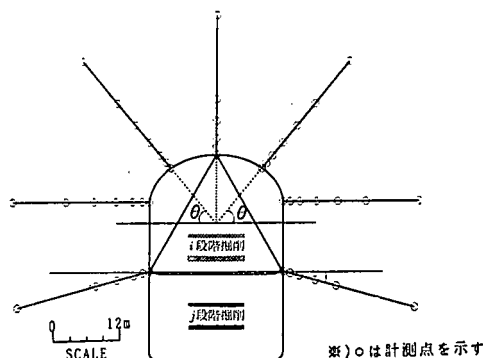


図2 地下空洞の計測配置

ところで、式(1)で表される変位は空洞掘削によって生じる全変位である。しかし、実際には変位計測機器は、空洞がある程度掘削された後に設置され、しかも、計測される変位は絶対変位ではなく計測点間の相対変位であることが多い(図2参照)。ここで用いる逆解析法においては、これらのことを容易に考慮でき、最終的に導かれる式の形は式(1)と同じ形となる。

$$\Delta u_{(j-i)} = \{f\}_{(j-i)}^T \{\sigma^{0*}\} \quad (4)$$

ここで、 $\Delta u_{(j-i)}$ は第*i*段階掘削終了時に設置した変位計によって、第*j*段階掘削終了($i < j$)までに測定された変位である。また、 $\{f\}_{(j-i)}$ は空洞形状、ポアソン比、計測位置と方向、さらに、計測機器の設置時期の関数となる。式(4)を観測方程式とする場合も、式(2)と同様にして初期応力パラメータ $\{\sigma^{0*}\}$ を、また、式(3)から地山の弾性係数および初期応力の成分を求めることができる。

なお、本逆解析法によって得られる初期応力および弾性係数を、地山のひずみ分布の推定、あるいは、次段階以降の掘削における地山の変位挙動の予測解析のインプットデータとして用いる場合、それらを分離する必要はなく、初期応力パラメータを直接、予測解析用に導いた式(1)あるいは(4)に代入すればよい。

3. 計測配置の適切さを表す指標

逆解析結果の精度に影響を及ぼす要因としては、1) 数値計算上の誤差、2) 計測誤差、3) モデルの誤差、が考えられる。1)については、 $([F]^T[F])^{-1}$ の条件数(方程式を解く際、丸め誤差が解の誤差として拡大される程度表すもの)を求めることによって評価される⁷⁾。2)は、計測値に含まれる誤差であり、計測機器の精度や計測環境などに依存する。3)は逆解析の前提となる地山の力学モデルの仮定によるものであり、たとえば、非弾性地山を弾性地山と仮定する場合に含まれる誤差である。本研究では、モデルには誤差がないものとし、計測機器の精度に基づく計測誤差に焦点を絞り、それが逆解析の解に及ぼす影響を検討する。そして、その影響が最も少ない計測配置を最適と考えて、計測誤差の解へ及ぼす影響の度合いを表す指標を以下のように定める。

まず、計測変位の精度を計測機器の測定精度(標準偏差)で表すものとし、それを σ_{um} とおく。逆解析によって得られる地山の弾性係数、側圧係数および初期応力のせん断成分の精度(標準偏差)は、式(3)および(2)に誤差伝搬則を適用して、それぞれ次のように求めることができる。

$$\sigma_E = \text{COV}(E) \bar{E}, \text{COV}(E) = \{\text{COV}^2(\sigma_y^0) + (1/\bar{\sigma}_y^0)^2 (F^T F)_{22}^{-1} (\sigma_{um})^2\}^{1/2} \quad (5)$$

$$\sigma_K = \text{COV}(K) \bar{E}, \text{COV}(K) = (\sigma_{um}) \{(1/\bar{K}) (\bar{\sigma}_y^0)^2 (F^T F)_{11}^{-1} + (1/\bar{\sigma}_y^0)^2 (F^T F)_{22}^{-1} + 2(1/\bar{K}) (\bar{\sigma}_y^0)^2 (F^T F)_{12}^{-1}\}^{1/2} \quad (6)$$

$$\sigma_{\tau_{xy}^0} = \text{COV}(\tau_{xy}^0) \bar{\tau}_{xy}^0, \text{COV}(\tau_{xy}^0) = \{(1/\bar{\tau}_{xy}^0)^2 (F^T F)_{33}^{-1} (\sigma_{um})^2 + \text{COV}^2(E)\}^{1/2} \quad (7)$$

ただし、 $\text{COV}(\cdot)$ は変動係数を、また、 $\bar{\cdot}$ はその量の平均値を意味する。ここでは、平均値はおよその値が知られているものとする。また、 $(F^T F)_{ij}^{-1}$ は、式(2)に示される行列 $([F]^T[F])^{-1}$ の成分で、前述のように計測配置、空洞形状、ポアソン比などを与えれば定められ、初期応力の大きさおよび方向には無関係である。

さらに、逆解析によって得られた初期応力パラメータ $\{\sigma^{0*}\}$ を用いて、式(1)から計算される予測変位の精度(標準偏差) σ_u 、および、地山の最大せん断ひずみの精度 $\sigma_{\gamma_{max}}$ はそれぞれ次のようになる。

$$\sigma_u = (\sigma_{u_m}) \{f_1^2 (F^T F)_{11}^{-1} + f_2^2 (F^T F)_{22}^{-1} + f_3^2 (F^T F)_{33}^{-1} + 2f_1 f_2 (F^T F)_{12}^{-1} + 2f_2 f_3 (F^T F)_{23}^{-1} + 2f_3 f_1 (F^T F)_{13}^{-1}\}^{1/2} \quad (8)$$

$$\sigma_{\gamma_{max}} = (\sigma_{u_m}) \{g_1^2 (F^T F)_{11}^{-1} + g_2^2 (F^T F)_{22}^{-1} + g_3^2 (F^T F)_{33}^{-1} + 2g_1 g_2 (F^T F)_{12}^{-1} + 2g_2 g_3 (F^T F)_{23}^{-1} + 2g_3 g_1 (F^T F)_{13}^{-1}\}^{1/2} \quad (9)$$

ただし、 g_1, g_2, g_3 は初期応力パラメータを用いて表した γ_{max} を $\{\sigma^{0*}\}$ の各成分で微分して求められる係数である。

式(5)~(9)によって定められる指標は計測配置の関数であり、最小値をとるような配置がそれぞれの量に対する最適配置であると考えることができる。このような観点から、式(5)~(9)を計測位置の適切さを表す指標と定義する。

4. 数値シミュレーション

ここでは3.で定義した指標を用いて計測配置について検討する数値シミュレーションを行う。

(1) 地中変位計の設置角度の検討

まず、図3に示す2車線道路トンネルに対して、地中変位計測にエクステンソメータを用いる場合を例に考える。地中変位計測線は3測線とし、天端から鉛直上向きの測線を固定し、他の2つの斜計測線を水平からの角度 θ の位置に対称に配置する。なお、ここではひとまず全断面掘削を想定する。

斜計測線の配置角度 θ をパラメータとして、 $\theta = 0, 15, 30, 45, 60, 75^\circ$ について、弾性係数、側圧係数および初期せん断応力の変動係数を式(5)~(7)から求めた結果を図4に示す。ただし、変位計測の精度を $\sigma_{u_m} = 1\text{mm}$ とした。また、 $\overline{\sigma_y^0} = 0.001, \overline{\tau_{xy}^0} = 0.0002, \text{COV}(\sigma_y^0) = 0.005$ とおいた。この図から、側圧係数は斜計測線角度が $\theta < 30 \sim 45^\circ$ の場合、また初期応力のせん断成分は $30^\circ < \theta < 60^\circ$ の場合、他の角度に比べて精度良く求められることが分かる。一方、弾性係数はどの角度に対してもほぼ同程度の精度で求められる。これは地山を等方と仮定しているためと考えられる。以上の結果を総合的に評価するため、新たな指標DOP(Dilution of Precision)を定義する。

$$DOP = \{\text{COV}^2(E) + \text{COV}^2(K) + \text{COV}^2(\tau_{xy}^0)\}^{1/2} \quad (10)$$

DOPは斜計測線の角度が $\theta = 30^\circ$ と 45° の場合にほぼ同じ値で、他の角度に比べて小さい値を取るのので(図3参照)、地中変位計は $\theta = 30 \sim 45^\circ$ の方向に配置するのが良いと考えられる。

(2) 地中変位計の長さの検討

次に、斜計測線角度を $\theta = 30^\circ$ に固定して、計測線の長さを $L = 3, 6, 9, 12, 15, 18\text{m}$ に変化させて、DOPの推移を調べて計測線の適切な長さを検討する。なお、測点は一測線につき6点とし、測線上等間隔に配置する。図5に示すシミュレーション結果から、測線長が長いほど精度良く逆解析が行えることが分かる。しかし、 $L = 6 \sim 9\text{m}$ より長くしても、顕著な精度の改善がみられないため、 $L = 6 \sim 9\text{m}$ 程度が適切と思われる。

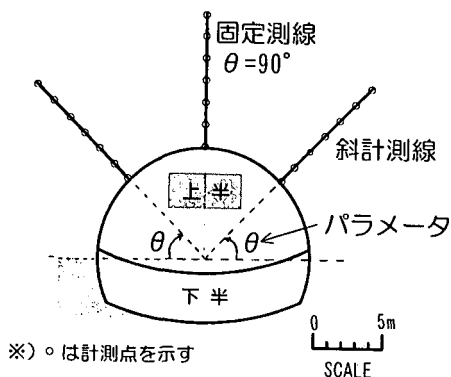


図3 数値シミュレーションモデルと地中変位計の配置

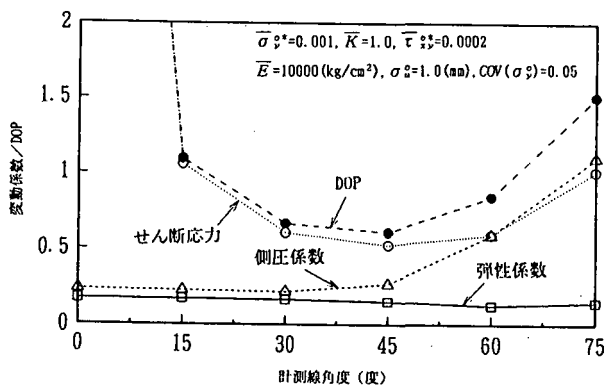


図4 斜計測線角度と逆解析の精度(変動係数)

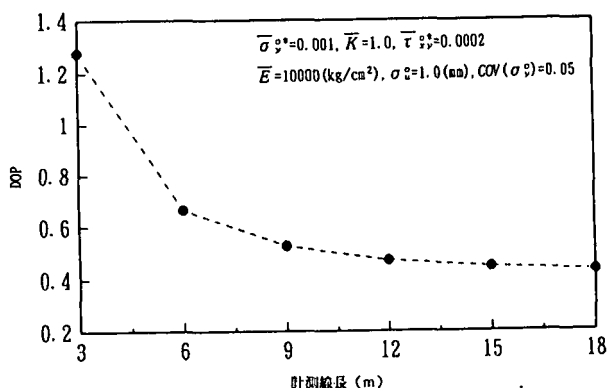


図5 計測線長と逆解析の精度 (DOP)

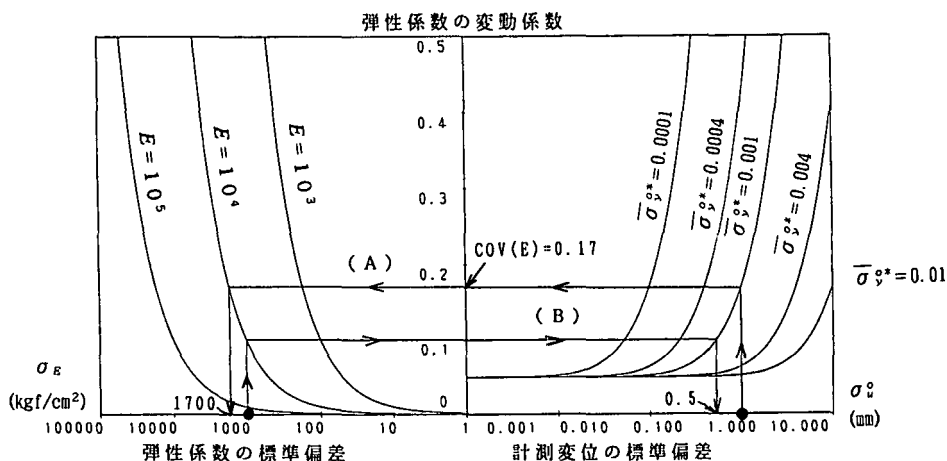


図6 逆解析で得られる弾性係数と計測精度 (標準偏差) の関係: $\theta = 30^\circ$, 測線長6mの場合

(3) 逆解析弾性係数と計測精度の関係

図6は、 $\theta = 30^\circ$ および $L = 6\text{m}$ とする場合の計測配置のもとで、逆解析によって得られる地山の弾性係数 E の変動係数を求めたものである。図6において、計測変位の精度を $\sigma_{u_m} = 1\text{mm}$ とすると、 $\overline{\sigma_y^*} = 0.001$ の場合、 $\text{COV}(E) = 0.17$ を得る。いま、対象とする地山に対して、 $\overline{E} = 10000\text{kg/cm}^2$ を仮定すると、逆解析によって求められる E の精度 (標準偏差) は約 1700kg/cm^2 と評価される (図5 (A) のプロセス)。一方、 E を 1000kg/cm^2 の精度で推定する必要がある場合、計測変位の精度として 0.5mm が要求されることが分かる (図5 (B) のプロセス)。以上のようにすれば、逆解析の解を要求される精度で得るためには、どの程度の計測精度が必要かが検討できる。

(4) 逆解析結果に基づく予測変位の精度

逆解析結果から予測される変位の精度について検討する (式(8)参照)。図7は、斜測線角度が $\theta = 30^\circ$ 、 $L = 6\text{m}$ の場合について、逆解析結果から計算されるトンネル中心に向かう変位の精度 (標準偏差) 分布を示したものである。ただし、計測変位の精度は $\sigma_{u_m} = 1\text{mm}$ とした。この図からトンネル周辺地山の変位は、上半周辺 (壁面から $1\sim 2\text{m}$ の範囲) および底盤付近 (底盤から $2\sim 3\text{m}$ の範囲) では標準偏差 $0.4\sim 0.6\text{mm}$ の精度で、また、それより遠方では、標準偏差 0.4mm より小さい標準偏差で変位を予測できることが分かる。

(5) 最大せん断ひずみの精度

図8および9は、全断面掘削および下半掘削によって生じた変位を用いて逆解析を行った場合について (図2参照、斜計測線の角度は $\theta = 5^\circ$)、逆解析結果から推定した最大せん断ひずみの精度 (標準偏差) の分布を示し

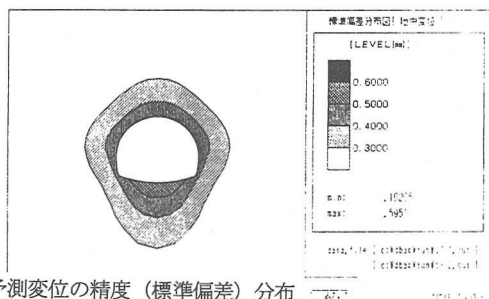


図7 予測変位の精度(標準偏差)分布

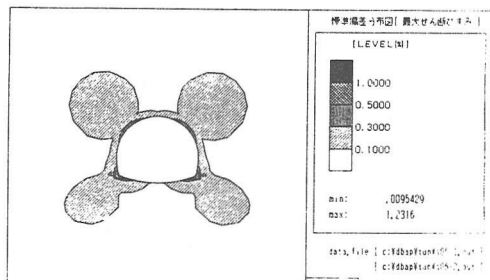


図8 全断面掘削に対する最大せん断ひずみの精度分布

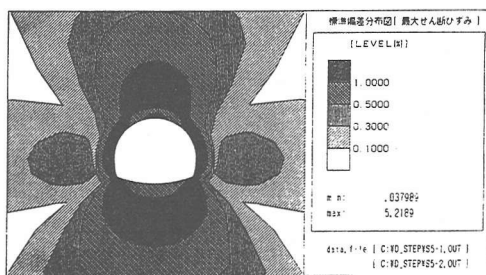


図9 下半掘削に対する最大せん断ひずみの精度分布

たものである。これらの図から下半掘削のみによって生じた変位を用いた場合、最大せん断ひずみ γ_{max} の推定精度は低いものとなることが分かる。いま、地山の安定性の評価を γ_{max} の範囲の広がりによって評価する場合、安定性の評価の信頼度は γ_{max} の推定精度 $\sigma_{\gamma_{max}}$ に左右される。図9では $\sigma_{\gamma_{max}} > 1.0\%$ の領域がトンネル周辺に広がっており、たとえば、 $\gamma_{max} = 1.0\%$ 程度で安定性を評価する場合、下半掘削変位のみでは逆解析によって推定される γ_{max} はあまり信頼できないことになる。一方、全断面掘削では、下半掘削変位によるものと比べて精度の良い推定が行われる。したがって、この結果から地中変位はできるだけ全変位が計測されるように、計測機器は早期に設置されるように計画されるべきことがわかる。また、斜計測線の角度は全断面掘削変位に対しては、前述のようにスプリングラインから上方へ $\theta = 30^\circ$ 付近が適切であったが、下半掘削変位に対してはむしろ $\theta = 5^\circ$ 付近が適切となる結果を得ている⁸⁾。

なお、やむを得ず上半掘削時の地中変位が十分に計測できなかった場合は、下半掘削時に内空変位を同時に計測することが、逆解析結果の精度向上に効果のあることが示される⁸⁾。

5. むすび

本報告では、逆解析によって地山の物性値や安定性を精度よく推定する立場から、変位計測配置の適切性を定量的に評価する方法と数値シミュレーション例を示した。ここで述べた方法を利用すれば、変位計測について、1) どの位置に計器を配置すべきか、2) 数量はどの程度にすべきか、だけでなく、3) 不必要な計測はないか、などを定量的に検討することができ、合理的な計測計画を立案する一助になるものと考えられる。

参考文献

- 1) 清水則一, 垣原裕, 中川浩二, 桜井春輔. トンネル変位計測結果の逆解析のための最適計測配置について, 第14回西日本岩盤工学シンポジウム論文集, 51-56, 1993.
- 2) 垣原裕, 清水則一, 田村哲也, 中川浩二, 桜井春輔. 逆解析によるトンネル周辺地山のひずみ分布推定のための最適計測配置について, 土木学会第49回年次学術講演会, III-580, pp.1150-1151, 1994.
- 3) N. Shimizu and S. Sakurai. Application of boundary element method for back analysis associated with tunnelling problems, *Proc. 5th Int. Conf. Boundary Elements*, pp. 645-654, 1983.
- 4) 桜井春輔, 清水則一. 現場計測結果に基づく逆解析による岩盤の力学定数の推定, 土と基礎, 35(350):17-21, 1987.
- 5) 桜井春輔, 清水則一, 壺内達也. 地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析法, 土木学会論文集, 382/3-7:55-61, 1987.
- 6) 清水則一. 地下空洞における現場計測変位の逆解析, 土質工学会関西支部「逆解析を身近に考える」, pp. 35-52, 1992.
- 7) 中川徹, 小柳義夫. 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.
- 8) 田村哲也. 地下空洞における逆解析のための計測配置に関する研究, 山口大学工学部卒業論文, 1994.