

## (85) 土被りの小さいトンネルにおける施工過程を考慮した

### 3 次元応力・変形解析

|         |           |         |
|---------|-----------|---------|
| 応用地質（株） | 川本地盤工学研究所 | ○ 奥井 裕三 |
| 応用地質（株） | 川本地盤工学研究所 | 森 誠一郎   |
| 応用地質（株） | 川本地盤工学研究所 | 大塚 康範   |
| 福井大学工学部 | 環境設計工学科   | 福井 卓雄   |

### Three Dimensional Analysis of Deformation at Tunnel in the shallow ground due to Excavation by 3D-BEM.

|                   |                  |
|-------------------|------------------|
| Yuzo OKUI,        | OYO Corporation  |
| Seiichiro MORI,   | OYO Corporation  |
| Yasunori OHTSUKA, | OYO Corporation  |
| Takuo FUKUI,      | Fukui University |

#### Abstract

This paper is concerned with the analysis of deformation around an excavating tunnel face near the ground surface. The indirect boundary element method is formulated in three dimensional elastostatic boundary value problems with constantly distributed body force and is applied to analyze the deformation around a tunnel excavated in the shallow ground with horizontal flat surface. The result shows that the deformation pattern strongly depends on the depth of the tunnel.

## 1 はじめに

トンネル坑口付近や土被りが小さい場合には、トンネル掘削による影響が地表面に及ぶことから、地山の安定性を知るためにはトンネル周辺地山だけでなく、地表面の変形挙動を併せた 3 次元的な変形挙動を把握することが重要となる [1]。

本報告では、トンネル坑口などの土被りが小さい場合を想定して、トンネル掘削に伴う地山の変形挙動を 3 次元的に捉えるために初期応力ならびに地表面を考慮に入れた 3 次元境界要素法解析を開発し、切羽到達前後の地山の 3 次元的な変形挙動を考察した。

## 2 境界要素法による 3 次元弾性解析

トンネル坑口や土かぶりの小さいトンネル周辺の解析を行うためには、地表面を考慮する必要がある。地表面を考慮する方法には、Mindlin 解を用いて半無限体を扱うものや、通常の Kelvin 解を鏡像点に作用させる方法等があるが、ここでは任意形状の地形と、トンネルを含めた地山全体を要素分割の対象とするため、問題を内部境界値問題とした。解析手法は境界要素法の間接法を用いる。積分方程式法による無限弾性体中に存在する空洞周辺の応力解析、および間接法の理論については文献 [2] に詳しい。さらに地山の初期応力を評価するために、物体力項を含めた解析手法を導入した。

## 2.1 間接法による定式化

ここでは 3 次元の均質等方弾性体を取り扱う。式の表記には、直交テンソル表記を用い、繰り返される添字については総和規約を適用する。ローマ字の添字は 1, 2, 3 をとるものとする。また、 $(\cdot)_{,i} = \partial/\partial x_i$  は座標  $x_i$  による偏微分を表す。

本報告で考えている内部境界値問題は、図-1 のような地表面を含む領域を  $D$ 、その境界を  $B$  とすると

$$\left. \begin{aligned} L_{ij}u_j &\equiv \mu \left( u_{i,jj} + \frac{1}{1-2\nu} u_{j,ji} \right) = -b_i & x \in D \\ \text{(i)} \quad u_i(x) &= f_i(x) & x \in B \\ \text{(ii)} \quad t_i(x) &= T_{ij}u_j(x) = n_j \tau_{ji}(x) = g_i(x) & x \in B \\ \text{(iii)} \quad u_i(x)n_i &= f_i(x), \quad t_i(x) - (t_j(x)n_j)n_i = g_i(x) & x \in B \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

である。ここで、 $n$  は境界  $B$  における外向き単位法線ベクトルである。点  $x$  での応力を変位で表すと

$$\tau_{ij} = S_{ijk}u_k \equiv \mu \left( \frac{2\nu}{1-2\nu} u_{k,k} \delta_{ij} + u_{i,j} + u_{j,i} \right) \quad (2)$$

となる。ここに、 $\mu$  はせん断弾性係数、 $\nu$  は Poisson 比である。このとき、本論文で取り扱う問題の場合、地表面では (ii) の境界条件となるが、領域の側面と底は (iii) の混合境界値問題となる。

このとき領域内部の点  $x$  での変位は、Kelvin の解

$$G_{ik}(x; y) = \frac{1}{4\pi\mu} \left( \frac{\delta_{ik}}{r} - \frac{1}{4(1-\nu)} \frac{\partial^2 r}{\partial x_i \partial x_k} \right) \quad (3)$$

を導入すると、

$$u_i(x) = u_i^0 + \int_B G_{ij}(x; y) \phi_j(y) dS_y \quad x \in D, y \in B \quad (4)$$

と表され、応力は

$$\tau_{ij}(x) = S_{ijk}u_k^0 + \int_B S_{ijm}G_{mk}(x; y) \phi_k(y) dS_y \quad x \in D, y \in B \quad (5)$$

となる。ここに、 $r = |x - y|$  であり、 $\int dS_y$ 、 $\int dV_y$  はそれぞれ、 $y$  についての境界積分と、領域積分を意味する。また、 $u_i^0$  は、Navier-Cauchy の式 (1) の特解部分で、

$$u_i^0(x) = \int_E G_{ij}(x; y) b_j(y) dV_y \quad D \subset E \quad (6)$$

と表すことができる。ただし、この積分は考えている領域を含む領域であればよく、領域と一致させる必要はない。式 (4)、(5) 対して、式 (1) の境界値問題を適用すると、境界積分方程式がえられる。

## 2.2 物体力項の評価

積分方程式 (4)、(5) には式 (6) の領域積分が含まれており、一般的には領域を分割しなくてはならない。しかし、ここで考えている物体力は重力であり、質量密度を  $\rho$ 、重力加速度を  $g$  とすると、物体力項は  $-\rho g$  となり領域内で一定であるので、積分の外に出すことができる。すなわち、以下の積分を境界積分に変換すればよい。

$$A_{ij}(x) = \int_D G_{ij}(x; y) dV_y, \quad (7)$$

に関して 次の Galerkin テンソル [3]  $F_i^{(j)}$  により、基本特異解  $G_{ij}$  は

$$G_{ij}(x; y) = \frac{1}{2\mu} \left[ 2(1-\nu) F_{i,kk}^{(j)} - F_{k,ki}^{(j)} \right], \quad \text{ここに } F_i^{(j)} = \frac{\delta_{ij}}{8\pi(1-\nu)} r \quad (8)$$

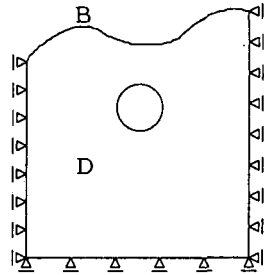


図-1: 任意形状の地表面を考慮する問題

となる。ここで、( ) 内の添字は、座標  $y$  での偏微分を表す。これを式 (7) に代入して Gauss の発散定理を適用すると、

$$A_{ij}(\mathbf{x};\mathbf{y})=\frac{1}{2\mu}\left[-2(1-\nu)\int_B F_{i,k}^{(j)}n_kdS_y+\frac{1}{2}\left[\int_B F_{k,k}^{(j)}n_idS_y+\int_B F_{k,i}^{(j)}n_kdS_y\right]\right]\tag{9}$$

となり境界だけの積分で表現できる。次に

$$B_{ijk}(\mathbf{x})=S_{ijm}A_{mk}(\mathbf{x})=\int_D S_{ijm}G_{mk}(\mathbf{x};\mathbf{y})dV_y\tag{10}$$

の積分は、最初から微分を含んだ形になっている。積分核を具体的に示すと次のようになる。

$$\Sigma_{ijk}(\mathbf{x};\mathbf{y})=S_{ijm}G_{mk}(\mathbf{x};\mathbf{y})=\frac{1}{4\pi}\left[\frac{\nu}{1-\nu}\delta_{ij}\left(\frac{1}{r}\right)_{,k}+\delta_{ik}\left(\frac{1}{r}\right)_{,j}+\delta_{jk}\left(\frac{1}{r}\right)_{,i}-\frac{1}{2(1-\nu)}r_{,ijk}\right]\tag{11}$$

すなわち、式 (10) は次の 2 種類の積分が含まれており、これに、Gauss の発散定理を適用すると、

$$K_i(\mathbf{x})=\int_D\left(\frac{1}{r}\right)_{,i}dV_y=-\int_B\frac{1}{r}n_idS_y\qquad L_{ijk}(\mathbf{x})=\int_D r_{,ijk}dV_y=-\int_B r_{,ij}n_kdS_y$$

を得る。結局、式 (10) は

$$B_{ijk}(\mathbf{x})=\frac{1}{4\pi}\int_B\left[\frac{\nu}{1-\nu}\delta_{ij}K_k(\mathbf{x})+\delta_{ik}K_j(\mathbf{x})+\delta_{jk}K_i(\mathbf{x})-\frac{1}{2(1-\nu)}L_{ijk}\right]dS_y\tag{12}$$

となり、物体力が境界型の積分に変換されたことになる。したがって、積分方程式 (4) と同様に取り扱うことができる。

### 3 解析例と考察

土被りの違いによる地山の基本的な変形挙動を把握するために、素堀条件で掘削時の変形解析を行った。解析メッシュを図-2 に表-1 に入力条件を示す。切羽の進行に伴う地山の挙動を変位で示す。土被りを 0.5D、1.0D、2.0D と変化させた場合の天端沈下と地表面沈下、およびその相対変位をそれぞれ図-3 に示す。ここで、D はトンネルの直径である。何れのケースも切羽進行に伴って、天端付近より地表面が先に沈下を始めていることがわかる。土被りが大きい (2.0D) と切羽到達前に天端および地表面での隆起は認められないが、土被りが小さい場合 (0.5D、1.0D) は、切羽到達前に天端、地表面ともに若干の隆起が認められる。しかし、天端と地表面間の相対変位をみると、何れの場合も切羽到達前に圧縮傾向を示していることがわかる。

切羽進行に伴うトンネル横断方向の地表面沈下を図-4 に示す。土被りの小さい場合 (0.5D) には、切羽通過後、トンネル直上だけが大きく沈下し、周辺はむしろ隆起している。土被りが大きく (2.0D) になると周辺部の隆起は見られない。土被りが大きい (1.0D、2.0D) とトンネル直上周辺は切羽が近づくに従って沈下傾向を示すが、土被りが小さい場合 (0.5D) には、切羽が到達する以前に、トンネル直上がいったん隆起し、その後、トンネル直上部だけが沈下する。また、直上部周辺は隆起傾向にある。

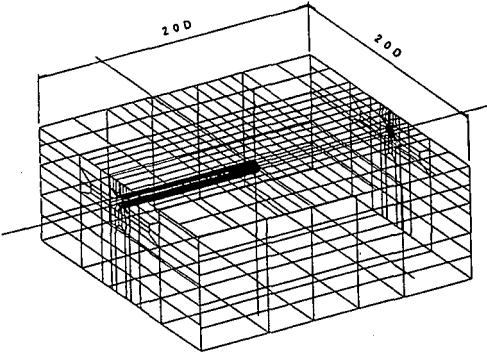


図-2: 境界要素メッシュ

表-1: 解析条件

|           |                        |
|-----------|------------------------|
| 地山弾性係数    | 100kgf/cm <sup>2</sup> |
| 単位体積重量    | 1.8gf/cm <sup>3</sup>  |
| Poisson 比 | 0.4                    |
| 初期応力      | 重力解析による                |
| 土被り       | 0.5D, 1.0D, 2.0D       |

図-5は地中変位計などで計測した場合に測定される鉛直方向の変位をトンネル天端直上を零点とした累積変位として示している。切羽到達までは、何れの場合も計測線は縮みを示している。土被りが大きい場合 (1.0D, 2.0D) は切羽到達時にすでに伸びを示しているが、土被りが小さい場合 (0.5D) は、切羽が通過するまではほとんど変位を示さず、切羽通過後に急激に伸びを示す。

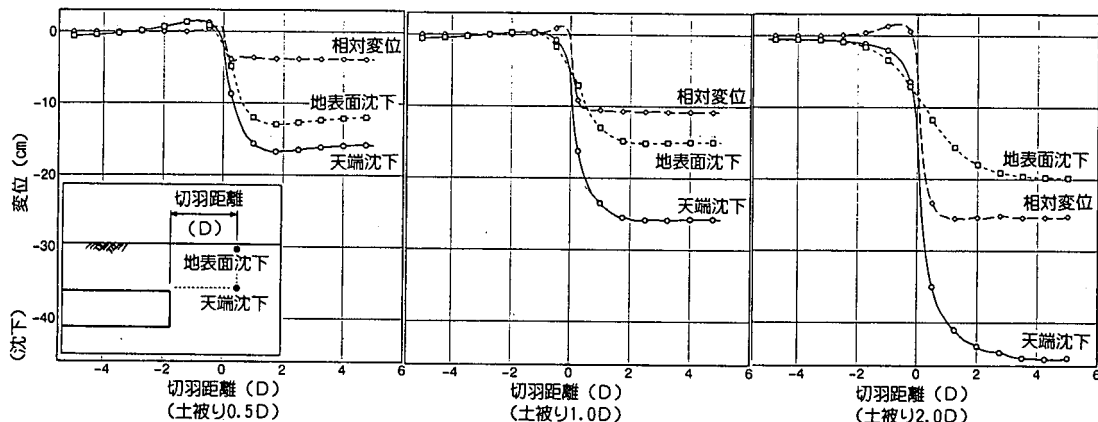


図-3 トンネル縦断方向の地表面と天端沈下

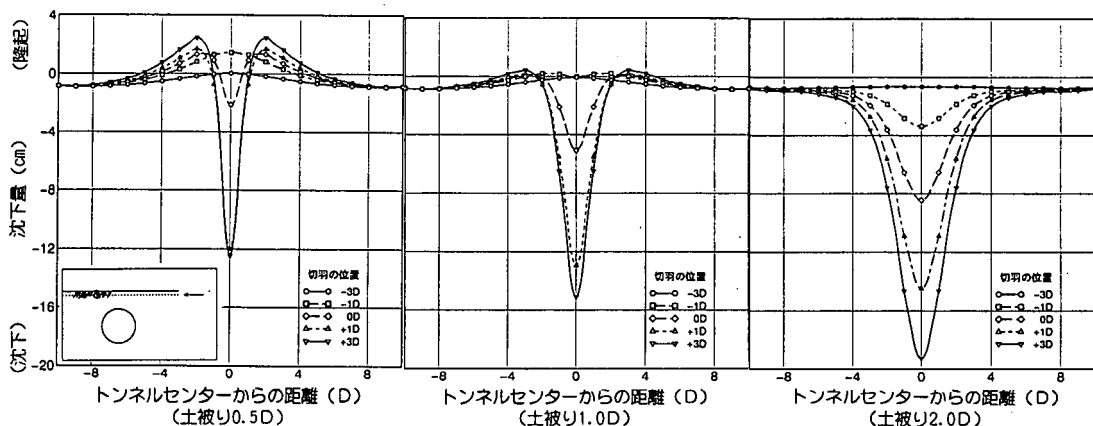


図-4 トンネル横断方向の地表面と天端沈下

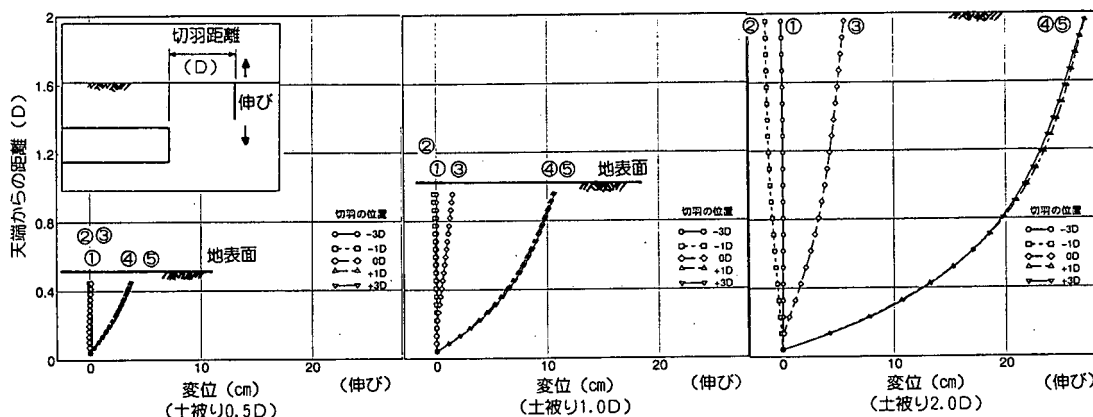


図-5 切羽進行に伴うトンネル直上の沈下

図-6に孔内傾斜計などで計測した場合の天端直上を零点とした相対変位を示す。土被りが小さい場合 (0.5D) は、地表面と天端が一体化して変形しているが、土被りが1D ぐらいになると 0.5D のときには見られない変形モードが現れていることがわかる。切羽が計測線の真下に到達する付近で、一番変化が激しい。何れの場合も切羽が到達するまでは、切羽方向に変位する傾向が見られる。

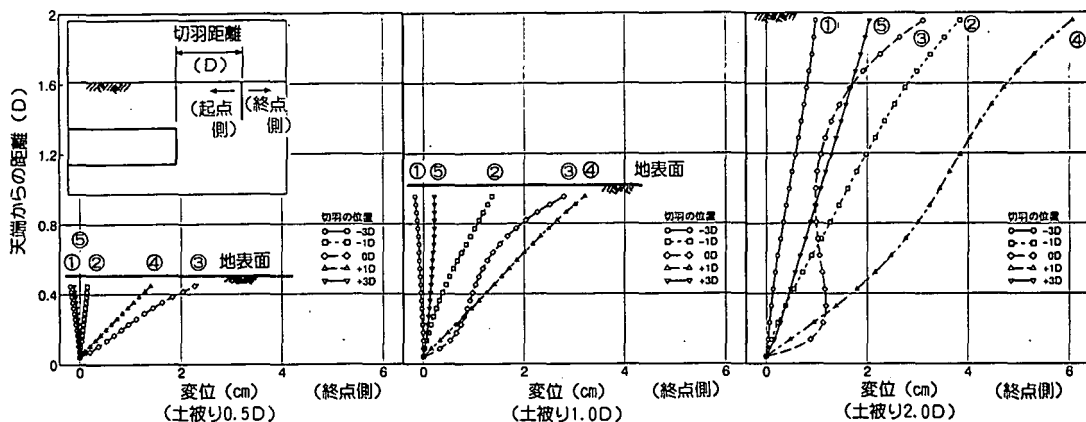


図-6 切羽進行に伴うトンネル直上の水平変位

## 4 おわりに

切羽進行に伴う地山の变形挙動を把握するために 3 次元弾性解析を行った。解析には、境界要素法を用いた。境界要素法は、線形問題の場合、境界での未知量を決定してやれば、領域内の任意の点での変位、および応力をもとまるので、上記のような任意の位置の計測線などの変位量が容易に算出される。

切羽進行に伴う地山挙動を計測という立場から整理した。その結果、土被りの違いにより地表面沈下および天端沈下の現れ方が切羽距離との関係で変わる結果が得られ、計測管理をして地山の安定性を評価する上での重要な指針となることが明らかになった。

今後は、より現実的な施工過程を考慮するために、ライニングなどの支保材料やフォアパイリングといったトンネル補助工法などを考慮し、より詳細な解析をおこなってきたい。

## 参考文献

- [1] 今井太平, 大塚行雄, 大塚康範, 満弘之: 土被りの浅い未固結地山に施工したトンネルの三次元掘削挙動土木学会 第 23 回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp.307-311 1991
- [2] 丹羽義次, 小林昭一, 福井卓雄: 積分方程式法による空洞周辺の三次元応力解析, 土木学会論文報告集 第 286 号, pp.25-37 1977.
- [3] Y.C. Fung: 固体の力学/理論, 培風館