(76) マニフォールド法による岩盤斜面の運動力学的解析

京都大学工学部　正会員　　大西有三
U. C. Berkeley　　　　　　Gen-hua Shi
京都大学工学部　正会員　○田中　誠

A Kinematic Analysis of Rock Slope by Manifold Method

Yuzo OHNISHI, Kyoto University
Makoto TANAKA, Kyoto University
Gen-hua SHI, U. C. Berkeley

ABSTRACT

The manifold method is a newly developed general numerical method. This method computes the movements and deformations of structures or materials. The meshes of the manifold method are finite covers. Using the finite cover systems, continuous, jointed or blocky materials can be computed in a mathematically consistent manner. For a manifold computation, the mathematical mesh and physical mesh are independent, the large deformations and moving boundaries can be computed by steps. Both the finite element method (FEM) for continua and the discontinuous deformation analysis (DDA) for block systems are special cases of the manifold method. In this papar, the method is applied to analyze a rock slope stability problem. The result shows a various modes of kinematic behavior of rock blocks.

1. はじめに

岩盤には多数の不連続面が存在し、その力学的挙動の予測を困難にしている。岩盤構造物の設計や評価を行うためには、個々の不連続面の方向や大きさの分布特性や力学的・水理学的性質を知った上で、不連続体としての岩盤全体の力学的挙動を解析しなければならない。

ここでは、不連続面自体の評価は他に譲り、分布や性質が既知である不連続面を含む不連続体としての岩盤の力学的挙動を解析する手法について議論する。

不連続体の解析にはFig. 1およびTable 1に示すように、従来よりジョイント要素を用いた有限要素法、個別要素法(DEM)、不連続変形法(DDA)といった解析手法が提案されてきたが、表に示した通り、各手法に長所短所がある。本研究では、Shi[1)2)]の提案するマニフォールド法(manifold method)を用いて、不連続性岩盤斜面の安定解析を行う。

2. マニフォールド法

マニフォールド法は、有限要素法や個別要素法の一般化であり、Fig. 2に示すような数学メッシュおよび物理メッシュと呼ばれる2種類のメッシュを用いることによって、不連続性材料の変形挙動を解析する手法である。

マニフォールド法におけるメッシュ分割は、次の条件を満たす。

1. メッシュには数学メッシュと物理メッシュの2種類の別々のメッシュがある。
2. 各数学メッシュは共通部分を持つ（共通部分が空集合でもよい）。
3. 全数学メッシュの和集合は対象領域を部分集合として持つ。

Table 1　材料の変形解析法の比較

	マニフォールド法 (MM)	有限要素法（ジョイント要素を用いる）(FEM)	不連続変形法 (DDA)	個別要素法 (DEM)	キーブロック解析法
方法	数学メッシュと物理メッシュの2つのメッシュで対象領域を分割し、部分（要素）の挙動を求めることによって全体（全対象領域）の挙動を求めるもの。	対象領域を要素分割し、部分（要素）の挙動を求めることによって全体（全対象領域）の挙動を求めるもの。	全ての要素が既存の不連続面により区切られた孤立したブロックであるメッシュ形状の要素を解くもの。	岩盤を個々のブロックの集まりと考え、各ブロックの運動方程式に基づいて系全体の動力学的な状態を解析するもの。	岩盤斜面における不連続面の幾何学的情報から、不連続面により構成されるブロックのうちどのブロックが不安定かを判断するもの。
長所	複雑な形状を持つ物理形状の岩盤などを簡単な規則性を持つ数学メッシュで覆うことで解析が容易となる。そして、FEMでは解析困難な有限変形問題や境界が移動する問題をも解析可能である。	複雑な境界条件や非均質条件をも容易に考慮できる。また、岩盤の非線形な変形や浸透の問題を容易に解析できる。ジョイント要素で不連続な変形をある程度追跡できる。	個々のブロックに対して変位、変形、ひずみが許され、ブロックシステムにおいてはブロック間相互のすべり、分離、接触が可能。	多くのジョイントブロックを持つ複雑な地質断面で、ブロックの大解析変形が可能。	計算が少なく、簡単で実用的。
短所	現状では2次元問題に限られる（将来的には3次元問題も解析可能）。	境界が移動する問題や大変形問題は解析が困難である。	要素の応力やひずみが一定とされているため、ブロック内の応力やひずみ分布を知りたいときは不都合を生じる。2次元に限られる。	大型の計算機を必要とする。2次元問題に限られる。	不安定ブロックがどのような運動をするかは解析できない。変形挙動の解析ができない。

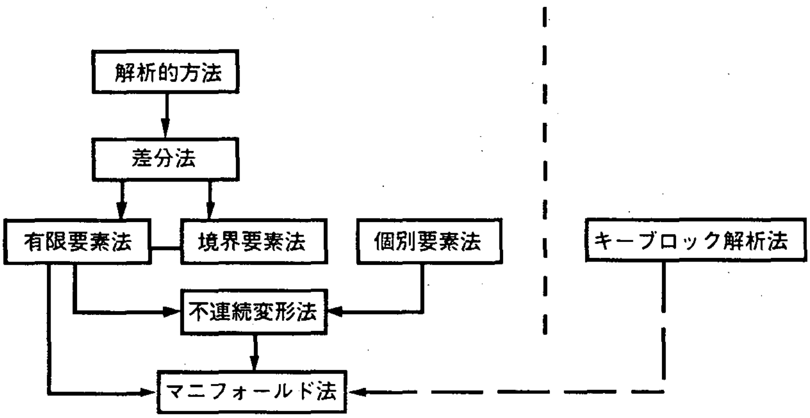

Fig. 1　材料の変形解析法の変遷

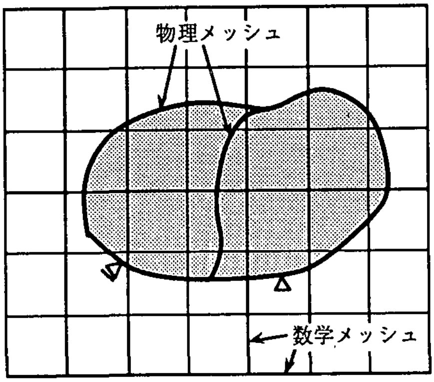

Fig. 2　マニフォールド法のメッシュ分割

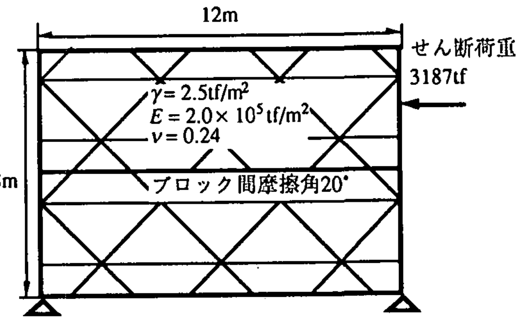

Fig. 3　ブロック一面せん断試験のモデル

4.　物理メッシュは有限要素法のメッシュと同じ条件に従う。

このとき、数学メッシュは対象領域の被覆(cover)であるという。特に、メッシュ分割の数が有限個であるので、メッシュ分割は有限被覆システム(finite cover system)であるという。

マニフォールド法も有限要素法と同じく、対象領域を分割し、部分（要素）の挙動を求めることによって全体（全対象領域）の挙動を求めようとするものである。形状関数を各数学メッシュに与え、数学メッシュ同士の共通部分においては各々の形状関数の重み付き和を解の近似として与え、かつ各物理メッシュにおいて形状関数が支配方程式を近似的に満たすようにする。すなわち、数学メッシュとは各形状関数の定義域であり、物理メッシュとは形状関数およびその重み付き和（加重平均）の積分領域である。なお、メッシュの条件によりマニフォールド法は従来の有限要素法・不連続変形法・個別要素法等に一致する。

3. 定式化

マニフォールド法では、ポテンシャルエネルギー最小の原理によって、要素剛性マトリックス、点荷重マトリックス、慣性力マトリックス等の剛性マトリックスおよび外力ベクトルを作成し、これを重ね合わせて全体剛性マトリックスおよび全体外力ベクトルを構成し、支配方程式を連立1次方程式に離散化する。離散化した支配方程式は次の形に書ける（誘導は省略する）。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} \tag{1}$$

ここに、左辺の行列は剛性行列、$\{D_1, D_2, \cdots, D_n\}^T$は変位ベクトル、$\{F_1, F_2, \cdots, F_n\}^T$は外力ベクトルである。各々の被覆は、3次元解析においては自由度3、2次元解析においては自由度2を持つため、上式の係数行列の成分$[K_{ij}]$は3×3または2×2の小行列、$\{D_i\}$および$\{F_i\}$はそれぞれ3×1または2×1の小行列（ベクトル）となる。

時間の差分による適当な時間刻みのもとで、式(1)の係数マトリックスおよび外力ベクトルを時間ステップ毎に更新しながら解く。このとき、1つの時間ステップにおいて変位が求められるが、ある物理メッシュ（ブロック）が他の物理メッシュに貫入するような変位が求められることがある。このため、貫入が生じた部分についてはペナルティ法[3]により修正を行う。ペナルティ法では、貫入によるポテンシャルエネルギーを最小化することによって貫入に関わる剛性マトリックスおよび外力ベクトルを求め、式(1)の係数マトリックスおよび外力ベクトルにこれらをそれぞれ重ね合わせるという繰り返し計算を、すべての物理メッシュが許容貫入量を満たすようになるまで行う。

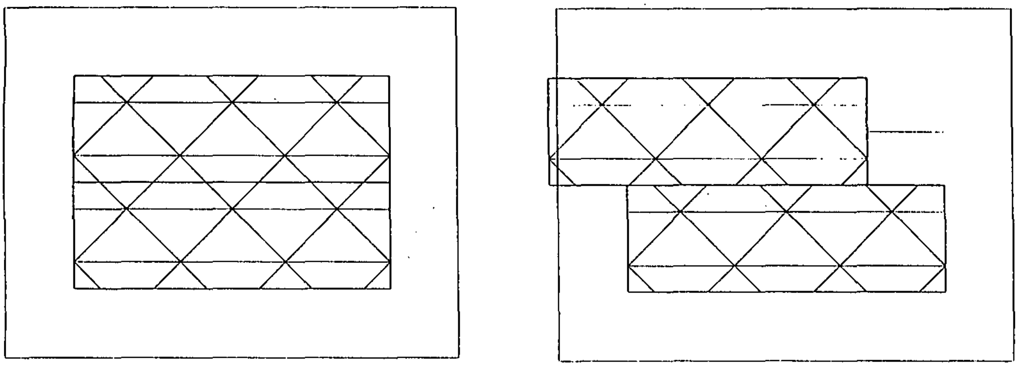

Fig. 4　一面せん断試験のシミュレーション結果

4. 手法の妥当性の検証ーブロック一面せん断試験のシミュレーションー

手法および計算プログラムの妥当性を検証するため、岩石ブロックの一面せん断試験をシミュレートした。解析モデルをFig. 3に示す。Fig. 3の下側のブロックは下面の隅角部において固定され、上側のブロックはせん断荷重を受ける。なお、垂直荷重は自重のみである。Fig. 3において、太線は物理メッシュ（ブロックの境界）、細線は数学メッシュをそれぞれ表す。

解析結果はFig. 4のようになった。この例では、接触面において上下のブロックがすべっており、ブロック自体の変形よりもブロックの剛体変位が卓越することがわかる。

5. 岩盤斜面の安定解析

不連続性岩盤斜面の安定は、岩盤を構成する岩石自体がある程度の強度を持つ場合、岩盤に内在する不連続面に支配される。このような斜面が破壊するか否か、破壊するとすればどのようなモードで破壊するかということは、岩盤工学の重要な研究課題の1つである。不連続性岩盤斜面の安定には、岩盤に含まれる不連続面の幾何学的分布や力学的性質を知ることと、それらを知った上で岩石ブロックの集合体としての岩盤の挙動を知ることの2つの問題があるが、本研究では前述のように後者のみを考察の対象とする。

ここでは、簡単な不連続性岩盤斜面のモデルに対して、マニフォールド法による安定解析を行った。解析結果をFig. 5に示す。図モデルに作用する外力は重力のみである。図中、太線は物理メッシュ、細線は数学メッシュを表す。岩石ブロック間の摩擦角は、0°, 30°および45°の3ケースを想定した。図から明らかなように、摩擦角が大きくなるにつれて岩石ブロックの移動モードが並進から回転へ移行する様子がよく表現されている。これによって、従来の静的解析ではなしえなかった、岩石ブロックの集合体としての不連続性岩盤の運動力学的挙動の解析をマニフォールド法によって行うことが可能であることがわかった。

6. 結語

本研究では、マニフォールド法を用いて不連続性岩盤斜面の安定解析を行った。マニフォールド法によれば、現実に起こりうる斜面の崩壊のモードを忠実に再現できることがわかった。今後は、マニフォールド法を用いてより多くの実際問題を解析し、手法の妥当性を検証するとともに、従来の解析手法では解析できなかった不連続性岩盤の変形・安定問題を通して岩盤構造物の設計・施工の指針作りを進めていくつもりである。

なお、本研究の解析に用いた入力データの作成等では、伊藤崇博君にお世話になった。記して謝意を表する。

参考文献

1) Shi, G.-H.: Manifold Method of Material Analysis, Transactions of the 9th Army Conference on Applied Mathematics and

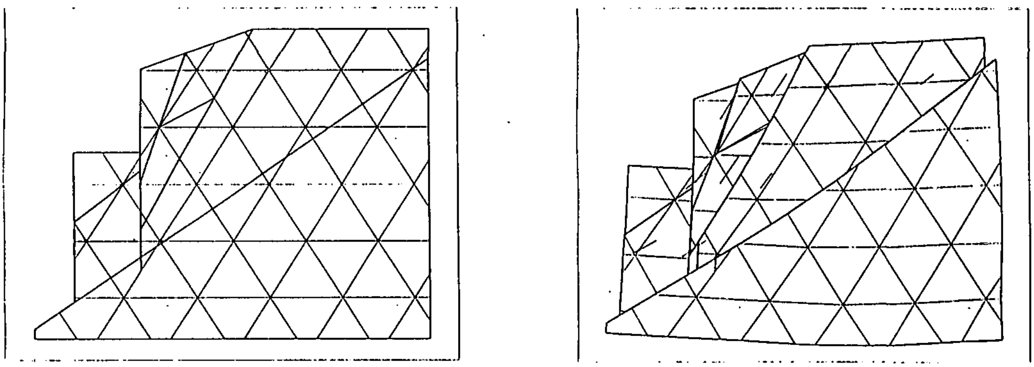

Fig. 5 (a)　斜面安定解析結果（摩擦角0°）

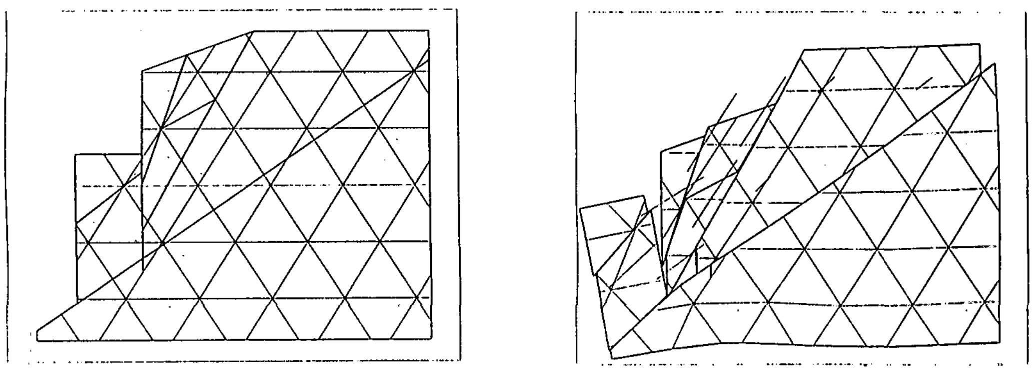

Fig. 5 (b)　斜面安定解析結果（摩擦角30°）

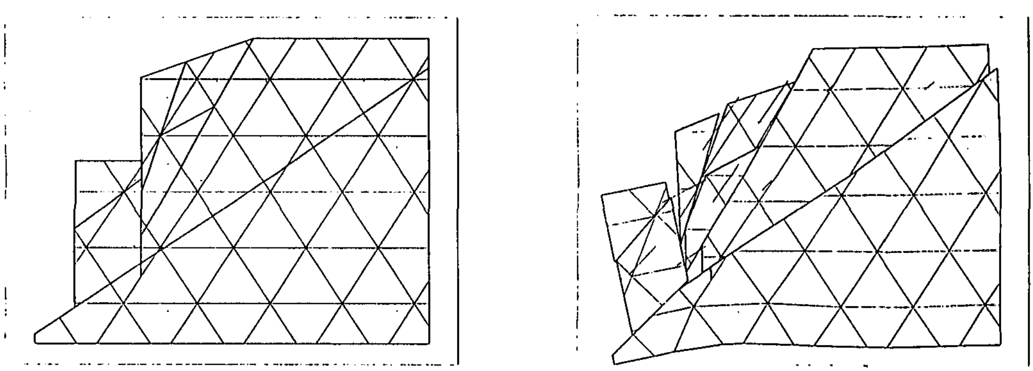

Fig. 5 (c)　斜面安定解析結果（摩擦角45°）

Computing, Report No. 92-1, U. S. Army Research Office, 1991.

2) Shi, G.-H.: Modeling Rock Joints and Blocks by Manifold Method, Proceedings of the 33rd U. S. Symposium on Rock Mechanics, A. A. Balkema, pp. 639-648, 1992.

3) 佐々木　猛・大西有三・吉中龍之進：不連続変形法(DDA)とその岩盤工学への適用に関する研究、土木学会論文集第493号/III-27, pp. 11-20, 1994.