

(52) 2種類のフラクタルによる花崗岩異方性の評価 と力学特性との相関

日本大学工学部 正員 田野 久貴

Relation between two kinds of fractals of granite and its anisotropy of mechanical behaviors

Hisataka TANO, College of Engineering, Nihon Univ.

This paper reports on a relation between two kinds of fractals of granite microstructures and an anisotropy of the splitting strength. A fractal dimension (D) of random crack distribution is well-known and used often for rock joints. In this paper the dimension D of microcracks and dimension D_s of shape distribution of quartz grains in the texture were used and both D and D_s were compared. These fractal dimensions (D, D_s) have a correlation of the anisotropy.

1. まえがき

ランダムな形状や分布を定量化する方法の一つとしてフラクタル幾何学¹⁾が提案されて以来、各方面で多くの報告がなされつつあり、rock mechanicsの分野でもその一部がXie²⁾によってまとめられている。”形”のもつ情報は重要であり特に不規則な形状の定量化法としてフラクタルは期待されている。自然界の多くの現象がフラクタル的であるということは、自然の産物である地盤の構造やその性質を把握するためにも有効であると考えられる。一方、ある現象がフラクタル的であるとしても、例えばその次元が他の性質をどの様に定量化し得るのかという点で必ずしも充分ではないようである。このような観点から岩石の異方性のフラクタルによる定量化と力学特性との相関の検討という一連の課題のうち、花崗岩に関して現在得られている結果を報告する。花崗岩は異方性^{3), 4)}が顕著であるため内外に多くの報告がある。特にクラックに関する報告では、電子顕微鏡レベルから光学顕微鏡レベルのサイズにわたるまで検討され、また、これらの性質と圧裂強度⁵⁾、圧縮強度⁶⁾、変形性⁶⁾等、について数多くの報告がある。本報告でも石目と力学特性として圧裂強度およびP波速度との関係をしらべ、一方、フラクタル次元としてはマイクロクラックの配向の次元および構成鉱物の形のフラクタル次元を求め、相互の相関を検討した。用いた岩石は阿武隈産花崗岩である。

2. フラクタル解析

2.1 配向の次元とその意義 ランダムな性質をもつクラックの集合を定量化する方法としてはいくつか提案されているが、ここではフラクタル次元を適用する。測定対象物を含むある正方領域をある幅 η をもつ小正方形 (box) に分割して、対象物 (クラック) を含む正方形の総数 $N(\eta)$ を数える。この分割幅 η を変えて $N(\eta)$ を求め、 $\log \eta$ と $\log N(\eta)$ の関係が直線で近似可能なとき、その勾配に負の符号をつけたものを (D) フラクタル次元といい、この方法はbox counting法と呼ばれている。ここではこの次元 D を配向の次元と呼ぶことにする。 D の最大値は、クラックの2次元的一様分布に適用した場合、通常2.0である。また、解析対象領域の一辺を B とすると、長さ B のクラックが1個その領域内にあればこのときの次元は $D=1$ となる。複数のクラックの場合、互いに重複していなければ、これらのクラックの総長さ (L_c) が B に等しいとき、 $D=1$ となる。長さ B の連続クラック (あるいは1個が B) の場合、分割幅 η を非常に小さくとっても $D=1$ であるが、 η をむやみに小さくしても意味がない。そこで、解析する最小幅を η_{min} とすると、一方向のbox数は B/η_{min} であり、これらの中に1個ずつクラックがあれば、 $D=1$ となる。したがって、鉱

密にはクラック総長さがB以下でもD=1をとり得るが、いくつかの事例の平均を考えると、次元D=1のときその総長さが解析対象領域の一辺Bにほぼ等しいと考えてよいであろう。このように考えると、D<1のはクラックの総長さL₀がBに満たないことを表し、D=2のときのそれはB²となる。したがって、Dの値はクラックの総長さの指標と考えることができる。また、クラックが重複ないし局所的に集中するにつれて上記のDの値はそれぞれ減少する。換言すれば、総長さL₀とDによってその集中の程度を知ることができる。

2.2 ランダムクラック発生シミュレーション

長さや分布がランダムなクラック分布のフラクタル次元Dを理論的に知ることは、現段階では困難であるが、一つの方法としてコンピューターシミュレーションが有効である。クラック発生のパラメータとしては、1) クラック長さ、2) 角度、3) 位置等が考えられ、それぞれ確率分布を与えて様々な事例を実行し、配向の次元Dと必要なパラメータ（例えばクラック総長）との関係をあらかじめ求めておけばよい。

本文では、解析領域の5分の1の等長クラックを100個、ランダムに発生させるシミュレーションを3000回マイクロコンピューターで実行して得られた結果を示す。図1はその画面の一例であり、図2はクラック総長L₀と配向の次元Dとの関係を示している。この図から明らかなように、DとL₀は全体として2ないし3本の直線で近似可能であることがわかる。

2.3 形状のフラクタル次元とその意義

不規則な形状の図形集合があるとき、これらの図形の周長をL、その面積をAとするとそのフラクタル次元D₀は次式⁷⁾で計算される。最初 Lovejoy⁸⁾による報告がある。

$$D_0 = \frac{2(\log L_{i+1} - \log L_{i-1})}{\log A_{i+1} - \log A_{i-1}} \quad (1)$$

自己相似図形のそれはつねに1 (D₀=1) である。D₀>1の場合は面積の大きい図形ほど扁平であり、D₀<1の場合は逆に丸みをおびていることを示す。

3. 岩石の異方性に関する実験結果

3.1 P波の伝播速度

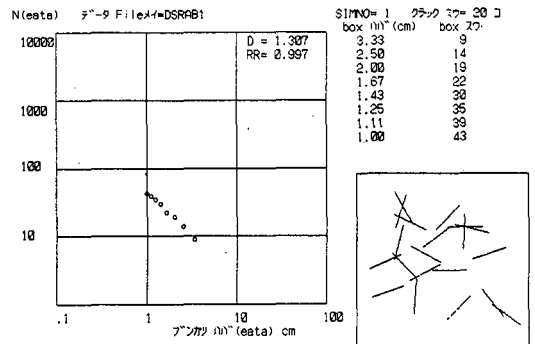


図1 シミュレーションの例

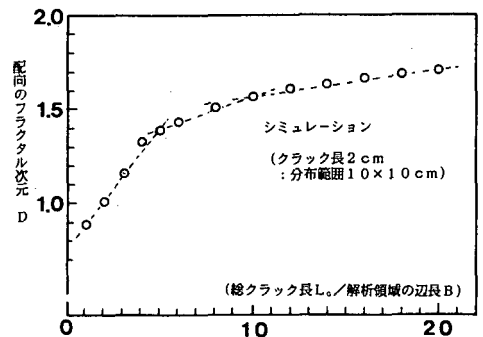


図2 配向の次元Dとクラック総長さL₀との関係

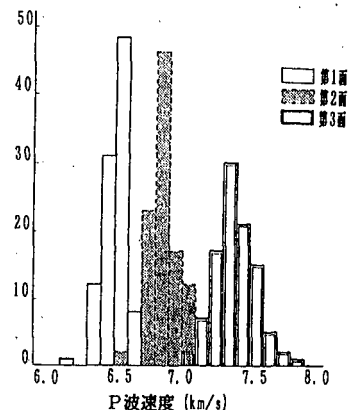


図3 P波速度と石目の関係

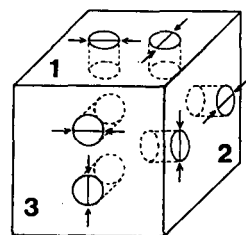


図4 石目と圧裂試験片の方向

ここでは石材職人が用いている”石目”を一つの規準として用いることとした。すなわち、一番割易い方向を含む面を第1面、最も割りにくい方向のそれを第3面、その割易さが中間の面を第2面とする。石材店では互いに直交しているとしているのでここでもこれに従った。一辺6cmの立方体100個の3方向のP波速度分布(50kHz)を図3に示す。ここでは、第1面の速度とはその面の法線方向に伝播する値である。図3より第1面が最も小さく第3面が最も大きく、従来言われているような明瞭な異方性が認められる。

3. 圧裂引張強度

圧裂引張破壊面の方向は石目との関係で基本的には上記の3方向であるが、面内でも異方性があると報告されており、図4に示す6種類(φ5×3cm)を各5ずつ用意した。すなわち、破壊面を各石目と一致させるが、圧縮面(の法線)を2種類(方向)とした。例えば、圧裂破壊面を第1面と平行とすると、圧縮方向を第2面に平行(圧縮面としては第3面)場合と第3面に平行(圧縮面としては第2面)の2種類である。得られた結果を表1に示す。これらによると明瞭な強度の異方性が認められる。破壊発生面の平均では第1面から第3面にかけて小さくなる傾向が認められ、圧縮面との関係ではこれと逆に、第1面を圧縮した場合が最小、第3面の場合が最大を示している。

	石目	圧裂破壊発生面			圧縮面内の平均
		1 (R)	2 (G)	3 (H)	
圧縮面	1 (R)		94.6	96.3	95.5
	2 (G)	108.8		108.4	108.6
	3 (H)	119.7	116.6		118.2
破壊発生面内の平均		114.3	105.6	102.3	

表1 圧縮及び圧裂面の方向と圧裂強度 [kgf/cm²]

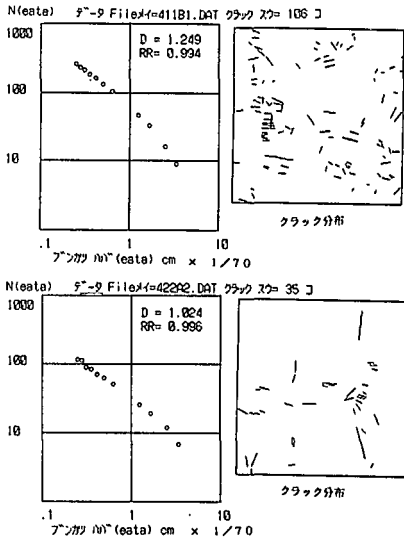


図5 フラクタル解析結果

4. 微視構造のフラクタル解析結果と考察

4.1 配向のフラクタル次元D

各石目の方向に平行な薄片を製作し、造岩鉱物やマイクロクラックの観察および写真撮影を行った。クラックはデジタイザーでマイクロコンピュータに取り込んで解析した。第1面のクラックとはこの面上で観察されるクラックのことである。図5にその一例を示すが、各面とも予想通りクラックの配向はフラクタル的である。表2にDの値を他のクラックに関するデータとともに示す。図6は配向の次元Dと石目の関係を示したものである。Dの値は第1面が最も大きく第3面上のそれが最も小さい。Dにおいても異方性が認められる。表3は先のシミュレーション結果を用いて、Dと各面の総クラック長L_cとの関係を推定したものである。すなわち、ここでは各面で実測値されたL_cを用いてフラクタル次元Dを推定し実測のそれと比較した。その結果Dの各面においてほぼ良い一致を示しており、したがって今回の場合次元Dから総クラック長さL_cを知ることができる。Dが

面 (石目)	D	測定個数 (個)	平均長さ (mm)	総長(Lc) (mm)	最大長さ (mm)
1	1.172	77.0	0.124	9.649	0.379
2	1.125	61.2	0.145	8.998	0.463
3	0.996	35.5	0.146	5.201	0.433

表2 配向の次元Dとクラックデータ

面 (石目)	配向の次元 D	
	実測値	推定値
1	1.172	1.19
2	1.125	1.16
3	0.996	0.99

表3 クラック総長L_cによるDの推定値

第1面から第3面にかけて減少するのは、表2から明らかなようにこの順にクラック数（平均）が減少することが一つの理由である。

4. 2形状のフラクタル次元D。

一般に花崗岩は数種類の鉱物よりなるがここでは石英と黒雲母に注目し、それぞれを薄片ごとにトレースして画像解析装置で周長Lと断面積Aの分布を求めた。この周長と面積について、各面での複数の薄片による分布を平均したものを図6に示す。図7は形状の次元D_sを求めるためのlog L-log Aの関係の例である。相関係数からみてフラクタル的な形状分布とみなせる。図8はこのようにして求めたD_sと石目との関係であるが、石英では第1面から第3面の順に大きく、その差はあまり大きくないが、石目と対応していることがわかる。一方、黒雲母は第3面がやや大きい、石英のような石目との対応は良くないようである。両鉱物ともD_s>1であるから、各面で扁平な、あるいはその境界が入り組んだ形状を示す粒子が卓越するものと考えられる。また、黒雲母のD_sは石英のそれより大きいから、前者はよりその傾向が強いと考えられる。

4. 3クラックの分布

図9は総クラック長L_cと次元Dとの相関をみるために各面ごとのデータをプロットしたものである。第1面の結果を見るとD-L_c関係の相関は極めてよく、図2に示したランダムクラック発生シミュレーションにおけるD-L_cの正の相関関係と類似であることがわかる。一方、第2面ではこの関係はやや乱れ、第3面でさらに乱れて、

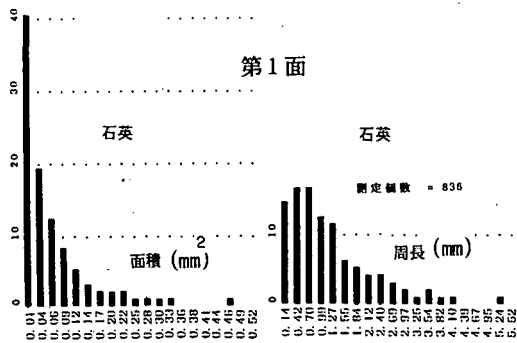


図6 鉱物粒子の周長と面積

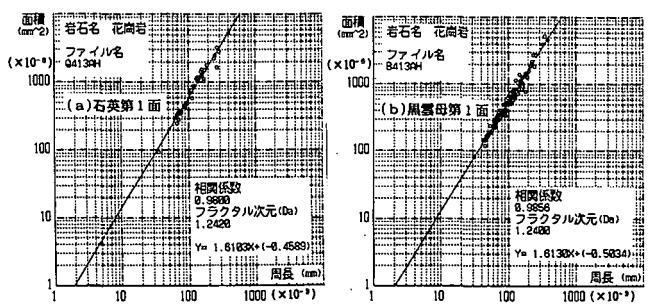


図7 形状の次元D_sの例

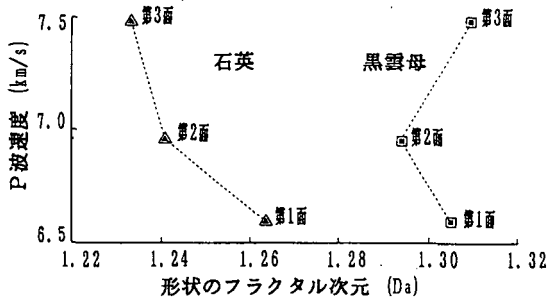


図8 形状の次元D_sとP波速度

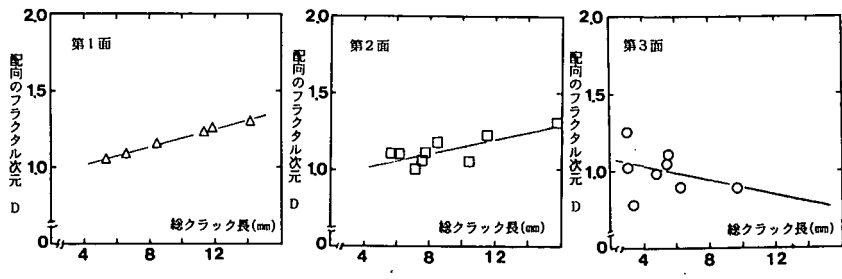


図9 各石目におけるDとL_cの関係

全体として負の相関を示す傾向にある。一方、クラック長さのデータをみると平均長さでは第1面は他の2面より小さく、最大クラック長も同様である。しかしクラック数が第3面の約2倍あるために、総クラック長(L_c)は最も大きい。Dとクラックのこれらのデータから、第1面上では、クラックの数は多いが短いものが多く、比較的一様(ランダム)に分布していることを示している。これに対して、第2面上ではクラック数はやや減少するが、最大クラック数の割合は増加する。第3面上では、個数は半減するが平均クラック長はむしろ第1面より大きいから、第2面と同様に長さの大きいクラックの割合が増加するものと考えられる。そして、前述した図2と図6のD- L_c の比較から、比較的に数の少ないこれらのクラックは局所的に集中する傾向にあると考えられる。第2面は第1面と第3面の中間にあるが前者により近い、すなわち分布は比較的に均一であると考えられる。

4. 4 圧裂引張強度とフラクタル次元との相関

図10は配向の次元Dと圧裂引張強度の関係をその破壊面と圧縮面(線荷重を作用させる面)で比較したものである。破壊発生面と圧縮面は互いにDに対して逆の傾向にあるが、Dとある程度の相関が認められる。一方、図11は配向の次元Dと形状の次元 D_s との関係を示すものである。クラックすべての鉱物について計測し、形状は石英のみの分布であるから、このDと D_s との関係はマイクロクラックの分布が石英に支配されるという既往の報告の裏付けと考えられる。現段階では、フラクタル次元から圧裂強度を求める理論的根拠を持たないが、図10の破壊発生面の示す傾向と図11を比較すると石目との関係を含めて類似であることがわかる。すなわち、石英の形状の次元(D_s)も圧裂強度に何等かの影響を与えていることを示唆するものとして興味深い。

5. まとめ

1) 花崗岩の光学顕微鏡サイズの微視組織(クラック、鉱物粒形)の分布はともにフラクタル的である。2) 石目とフラクタル次元(D_s 、D)にはそれぞれ相関がある。3) 配向の次元(D)から対象領域内の総クラック長さを求めることが可能である。4) 配向の次元Dと石英の形状の次元 D_s は石目を含めて相関があり、また圧裂強度とこれら2つの次元の間にも相関が認められる。本研究は平成6年度文部省科学研究費補助金(重点領域: NO. 06223208)の給付を受けていることを付記し、謝意を表する。

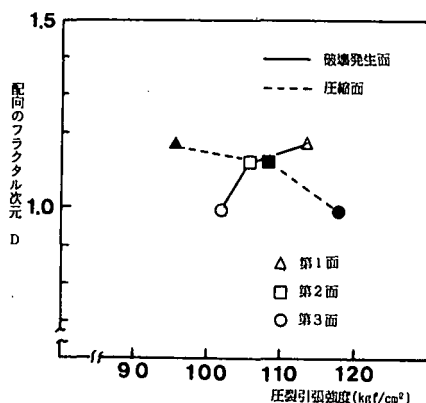


図10 Dと圧裂強度

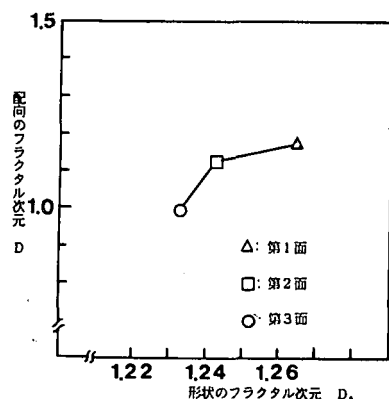


図11 配向(D)と形状(D_s)の次元との関係

- 1) Mandelbrot, B. B. (1981): The fractal geometry of nature, Freeman, San Francisco.
- 2) Xie, H. (1993): Fractals in rock mechanics, A. A. Balkema, Rotterdam.
- 3) 工藤、橋本他(1986): 花崗岩の力学的異方性と岩石組織欠陥の分布, 土木学会論文集第370号/Ⅲ-5, 189-198.
- 4) 工藤、橋本他(1987): 瀬戸内地方の採石場における花崗岩質岩石の異方性, 土木学会論文集第382号/Ⅲ-7, 45-53.
- 5) 工藤、佐野他(1988): 花崗岩の圧裂強度実験結果のばらつきに関する研究, 土木学会論文集第400号/Ⅲ-10, 233-241.
- 6) 佐野、工藤他(1988): 花崗岩の異方性を考慮した変形・破壊特性に関する研究, 土木学会論文集第400号/Ⅲ-10, 179-188.
- 7) Tano, H. (1994): Comparison of two kinds of fractals in fracture phenomena, FORMA, 9, 125-138.
- 8) Lovejoy, S. (1985): Area-perimeter relation for rain and cloud areas, Science, 216, 9, 185-187.