

(22) 岩石内の破壊き裂進展に関する破壊力学の一考察

徳山高専 正員 橋本堅一
金沢大学工学部 正員 矢富盟祥
金沢大学工学部 正員 石田 啓

On the Crack Growth in the Rocks Based on the Energy Release Rate Criterion

Ken-ich HASHIMOTO, Tokuyama College of Technology
Chikayoshi YATOMI, Kanazawa University
Hajime ISHIDA, Kanazawa University

Abstract

In this paper, we analyze the energy release rate in the simple crack problems which have a mineral grain or a void near the crack tip as the models for considering the crack growth in the rocks. The energy release rate is computed by the finite element method using the E-integral. The mineral grain and the void are modeled as the finite elements which are different in the Young's modulus from the other elements. The energy release rate at the onset of the crack kinking in the homogeneous linear elastic model is obtained with a high degree of accuracy and its accuracy prove the availability of this method. We then show that a straight extending crack to the mineral grain, which exists ahead of a crack tip symmetrically, becomes unstable and tends to kink from the straight extending direction. We finally show that there exist an amplified effect and a shielding effect on the crack growth which depends on the position of the mineral grain or the void.

1. 緒言

岩石の力学変形特性は巨視的に考えれば異方性材料としてとらえられることが多く強度異方性については広く認識されている。岩石内のき裂進展特性を観察するうえでは、岩石の組織との関わりで、異方性の影響が若干認められつつ、破壊き裂の進展経路は複雑な様相を呈する。岩石の強度特性を知るうえで破壊靱性を評価することも圧縮強度や引張強度同様、一般的となっているが、岩石の破壊靱性試験はシェブロン型の初期き裂を採用しているため、その評価はき裂先端近傍の組織に多大なる影響を受ける。また岩石は組織自体のその構成される要素、すなわち、潜在き裂、鉱物粒子、空隙、および鉱物粒界により異方性特性を決定づけられ、フラクチャープロセスゾーンの特性についても各々岩石で様々な特長を有することになる。したがって岩石の破壊を微視的にとらえる場合、このような組織とのき裂の干渉を様々な角度から議論することが少なからず必要となってくる。

以上のことにより本研究では今回、特にき裂先端近傍に鉱物粒子や空隙が存在する場合のみを取り上げ、破壊き裂の進展特性を明らかにするため超弾性体ではき裂の進展エネルギーと考えられるエネルギー解放率をき裂の進展方向を変化させて求めた。これらの解析ではき裂先端の力学的変形特性が複雑になるため、本研究では、解析手法自体の有効性も詳しく議論した。鉱物粒子のモデルは厳密には粒界面の詳細な力学特性も含めて考えるべきであろうがここでは簡単のため、完全接着を仮定している。

本研究での議論は終局的な岩石の破壊を決定づけるものではないが、岩石における基本的なき裂進展特性、破壊強度などの考察に対して有用な資料となろう。

2. 解析方法と解析モデル

解析には有限要素法による E 積分法¹⁾²⁾を用いている。超弾性体ではエネルギー解放率を与える E 積分は J 積分同様、経路独立性を有し、以下の特長を持つ。

1. 積分経路にき裂面を含まない場合でも、非直線なき裂、すなわちジグザグき裂に対しても経路独立である。(J 積分ではき裂面も経路に含める必要がある。)
2. 任意の方向に進展した瞬間時の場合のエネルギー解放率を与える。(J 積分法や仮想き裂進展法は基本的なき裂が直進する場合のエネルギー解放率を与える。)
3. E 積分法は外力と変位が独立でないような種々な複雑な境界条件の場合における経路独立積分の形に全エネルギー法を一般化したものである。
4. 積分経路が、不連続面を横切っても、また、複数のき裂先端を含んでいても、経路独立性は保たれ、何ら補正することなくエネルギー解放率を求めることができる。(J 積分では不連続面を積分経路が横切る場合、不連続面における補正が必要になる。また他のき裂先端が積分経路内に含まれる場合、 J 積分では他のき裂先端の影響を取り除く必要がある。)
5. 物体の構成式が未知であっても、与えられた境界上での応力ベクトルと変位ベクトルの関係が得られれば E 積分は評価できる。

したがって、解析的にも、実験的にも大きな利点をもつ。

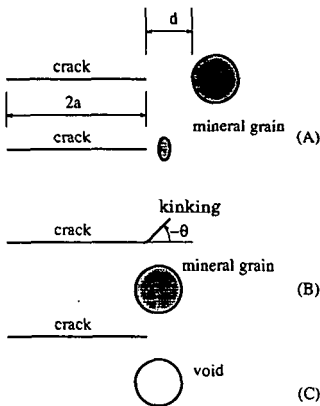


Fig.1 Scheme of the models.

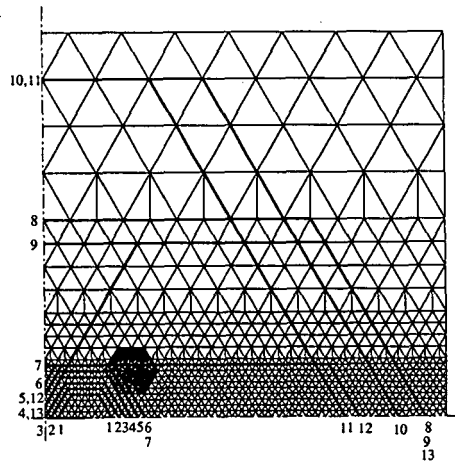


Fig.2 Finite element model and the integral paths.

本研究で解析したき裂と鉱物粒子および空隙の位置関係の概要を Fig.1 に示す。モデルは3つに大別され、一つはき裂先端のき裂面方向に鉱物粒子の中心が存在する場合 (A)、他の二つはき裂先端のき裂面方向からずれて鉱物粒子および空隙が存在する場合 (B)(C) である。解析モデルは単一き裂を有し、無限遠にそのき裂と垂直な方向に一樣引張応力を受ける無限板を考えた。この無限板を近似した有限要素モデルの $1/4$ 領域を Fig.2 に示す。図には、き裂先端近傍に鉱物粒子が存在する場合の経路誤差を比較するための鉱物粒子の位置

3. 解析結果と考察

まず、 E 積分の経路独立性について詳しく検討するため、き裂が直進する場合のエネルギー解放率を、き裂先端近傍に鉱物粒子を有する場合と有さない場合を区別して J 積分と比較して解析した。Fig.3 にその結果を示す。図中、横軸は経路番号 (Fig.2 参照) を示し、縦軸は無限板等弾性体の厳密解 (破線) で正規化している。この図より E 積分による結果は鉱物粒子がある場合 (□) もない場合 (○) も積分経路に無関係にほとんど同じ値を示し、経路の独立性が十分保たれているといえる。特に鉱物粒子がない場合は厳密解とほぼ一致しており、高い精度で解析されていることがわかる。これに対し、 J 積分は鉱物粒子を含まない場合 (◇), き裂の右先端のみを含む経路 (経路 1~6 と 12,13) においては経路独立性が示され、エネルギー解放率にほぼ等しいが、両端を含む経路 (経路 7~11) では、その値はほとんどゼロとなっている。鉱物粒子を有すると (△), 鉱物粒界が経路になる場合 (経路 4), 経路が鉱物粒子を貫く場合 (経路 5,6) にその存在による経路誤差が生じてくる。経路 7 で現れる値は粒界面のみによる経路誤差である。

等方線形弾性無限体の単一き裂のき裂折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の解析結果を Fig.4 に示す。ここの折れ曲がり角は Fig.1(B) に示した θ で表しており、縦軸のエネルギー解放率は積分経路 3 から 13 までの平均値を、直進する場合の理論解で正規化している。図中、点で示したものが Wu の解析結果³⁾で、厳密な閉じた解は知られていないが、半理論解として最も信頼性があるとされている結果の一つである。⊕と×で示したものが今回の解析結果で×は本来の有限要素モデルのき裂先端の座標を移動させることにより、メッシュ分割により固定される折れ曲がり方向以外の方向のエネルギー解放率を求めたものである。ここで両者の値はかなり近い値を示しており、き裂折れ曲がりに対する解析もかなり高い精度で解析できることがわかる。またき裂先端の座標を移動させることにより、任意の方向の折れ曲がり瞬間時のエネルギー解放率の解析も可能である。

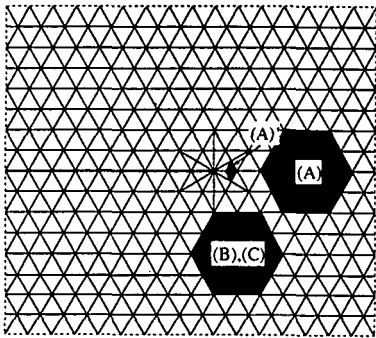


Fig.5 Finite element model for a neighborhood of the crack with a mineral grain or a void.

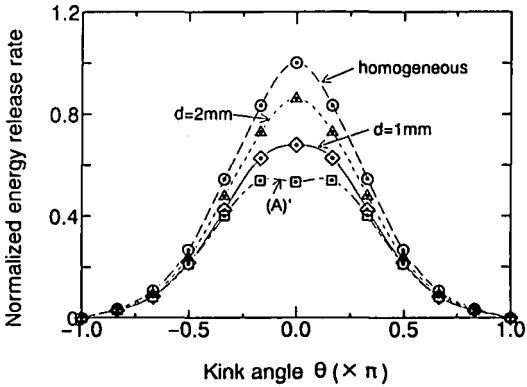


Fig.6 Normalized energy release rate for the crack tip in which neighborhood has a mineral grain symmetrically.

鉱物粒子および空隙の有限要素モデルとその位置関係を Fig.5 に示す。本論文では、鉱物粒子および空隙を簡単のため、有限要素の特性上、正六角形としている。また鉱物粒子はそのヤング係数をモデルのその10倍にすることにより近似している。Fig.1(A) のようにき裂先端に鉱物粒子がき裂面に対して対称な形で位置しているモデルの解析結果を Fig.6 に示す。図中、エネルギー解放率が最も大きい値をもつものは、鉱物粒子がない場合で、次の2つは Fig.5 の (A) の大きさの鉱物粒子をもつ場合で、 $d=2\text{mm}$ と 1mm のもの、最小の値をもつものは、 d が最も小さく ($d=0.5\text{mm}$)、Fig.5 の (A)' の大きさの鉱物粒子をもつ場合である。

も示している。き裂はモデル中央に存在し、き裂長さ $2a=1.2\text{cm}$ に対して横寸法 12cm 、縦寸法 11.43cm で無限板を近似している。このモデルを中央にき裂を有する板の一樣引張の解析解を用いて無限板の理論解と ($K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$) と応力拡大係数で比較したところ 0.4% の違いを有していた。要素は正三角形を基本とした要素分割がされており要素数は 6758 である。節点数については E 積分を数値計算に適用する場合、その式の性質上、対象となる主き裂（基本モデル）に対してき裂を微小変化させたモデルも解析し、基本モデルとの差分型にする必要がある。そのため解析では 1 節点分だけき裂を進展させたモデルも考え、その節点は 3451 とし、基本モデルの節点数は 3450 としている。進展長さは Δl は 1mm である。有限要素法を用いてき裂解析を精度良く行なう場合、アイソパラメトリック要素、特異要素を用いての解析が一般的となっている。しかし経路独立積分の特徴としてき裂近傍の解析精度は、それほど厳密に要求されないことや、解析全体の扱いの簡便性などを考慮して、最も容易に解析できる三角形一定ひずみ要素を用いた。積分経路は要素辺上に設定しており、 13 個の積分経路を使用した。用いた積分経路を Fig.2 に太線で示している。

E 積分によるエネルギー解放率の計算は微小変形線形弾性体の仮定のもとで得られる表示を次式のような 2 点差分型に変換して近似したものを用いた。

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ s_i(\ell) \cdot \frac{u_i(\ell + \Delta\ell) - u_i(\ell)}{\Delta\ell} - \frac{s_i(\ell + \Delta\ell) - s_i(\ell)}{\Delta\ell} \cdot u_i(\ell) \right\} \Delta s \dots\dots\dots (1)$$

ここで n は経路における要素辺の数、 s_i は各要素辺における表面応力ベクトル、 Δs は各要素辺の長さ、 u_i は各要素辺上における変位ベクトル、そして $\Delta\ell$ は基本モデルとき裂進展モデルのき裂長さの差である。また (ℓ) および $(\ell + \Delta\ell)$ は、それぞれ基本モデルとき裂進展モデルを表している。各辺上の応力は各辺内外の要素応力を平均することにより求めている。各要素辺上における変位については要素辺端の節点変位を平均して求めている。また、き裂進展長さ $\Delta\ell$ の影響を調べるため、き裂先端付近の要素を細かく分割した場合 ($\Delta\ell$ は 0.5mm になる) の解析をも試みた。その結果、Fig.2 に示したモデルとほぼ同じ解析結果が得られることを確認している。 E 積分法は全エネルギー法的一般化したものであることから、仮想き裂進展法における仮想移動量のように敏感でないのは当然であろう。また、 ℓ による右微分項を 3 点差分する近似も試みたが、今回の例では精度は 2 点差分とほとんど変わらなかった。

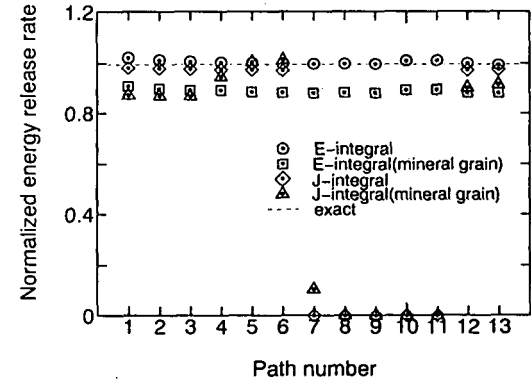


Fig.3 Path-independency of the J-integral and E-integral.

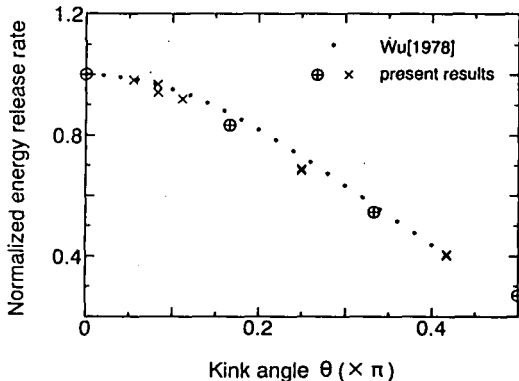


Fig.4 Normalized energy release rate for the crack kinking in homogeneous isotropic model.

なお、折れ曲がり角は、き裂先端の要素分割を正三角形を二分した要素で構成させているため (Fig.5 参照)、主き裂面からの折れ曲がり角 γ を 0° 、 30° 、 60° 、 90° 、 120° 、 150° として計 6 方向に進展する場合が考えられるが、後で議論するように、他の方向でも精度良く、解析できることを確認している。

その結果、き裂先端が鉱物粒子が近づくにしたがって、エネルギー解放率は小さくなり（き裂は進展しにくくなり）、エネルギー解放率のピーク廻りが平になる。そしてかなり近づけて、鉱物粒子の大きさを小さくする（Fig.5(A) 参照）とき裂が直進する方向以外に最大値を持つ現象が現れる。このことはき裂の直進する進展方向は非常に不安定になり、鉱物粒子を避けた方向に曲折することを示唆する。

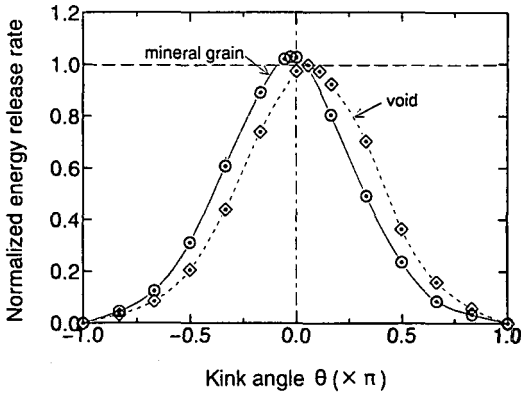


Fig.7 Normalized energy release rate for the crack tip in which neighborhood has a mineral grain or a void anti-symmetrically.

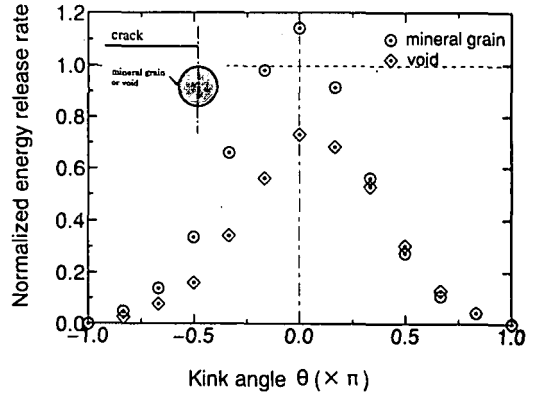


Fig.8 Normalized energy release rate for the crack tip in which side has a mineral grain or a void.

き裂先端の側方に鉱物粒子および空隙が存在する場合の解析結果（Fig.1 および Fig.5 の (B),(C) 参照）を Fig.7 に示す。ここでは鉱物粒子や空隙が存在することによりエネルギー解放率最大の角度が直進する方向からずれることがわかる。Fig.7 の最大値のずれを、エネルギー解放率最大クライテリオンの観点から言及すれば（ただし、表面エネルギーまたは破壊靱性値が方向によらないと仮定する）、鉱物粒子は避けるように、また空隙には誘導されるようにき裂が進展することになる。さらに鉱物粒子がき裂先端側方に存在することによりエネルギー解放率の最大値は大きくなり、き裂の進展が容易になることを示す。空隙についてはこの位置ではエネルギー解放率の最大値は空隙のない場合と変わらない。しかし、空隙の位置をき裂先端の真横にずらすと Fig.8 に示すように明らかに解放率の最大値は低下する。したがって、空隙についてはき裂先端の側方に位置することにより、き裂進展を抑える効果があるといえる。Fig.8 を詳説すると Fig.5 の (B)(C) の鉱物粒子あるいは空隙の位置を 1mm 左方にずらしてき裂先端と鉱物粒子の中心が一致するところに存在するようにモデル化しているが、明らかに Fig.7 の鉱物粒子あるいは空隙の効果がより強く現れている。

4. 結び

本研究では岩石内の鉱物粒子や空隙の簡単なモデルを用いて、き裂の進展特性を数値解析的に検討した。岩石の組織は複雑で岩石内のき裂の進展は弱面に依存することが多い。そのため岩石内のき裂の進展特性を議論するためには多くの因子を考える必要がある。したがって本研究では通常みられる基本的現象を数値解析的に例証したにとどまったが、解析手法そのものは優れており、更なる複雑なモデル、解析上の精度の向上により、より有用な資料を提供できるであろう。

参考文献

- 1) C. Yatom, Int. J. Solids Structure, **19**, 183 (1983)
- 2) C. Yatom, K. Hashimoto and H. Ishida, Lecture Notes in Num. Appl. Anal., **13**, (1994), 61.
- 3) C. H. Wu, J. Appl. Mech., **45**, (1978), 553.