

(16) 凍結を考慮した応力・水・熱の連成解析

大成建設(株)技術研究所 正会員 里 優
大成建設(株)技術研究所 正会員 ○ 小川豊和
大成建設(株)技術研究所 正会員 飯星 茂

Coupled analysis of stress, water and heat with freezing phenomenon

Masaru Sato Technology Research Center, Taisei Corporation
Toyokazu Ogawa Technology Research Center, Taisei Corporation
Shigeru Iihoshi Technology Research Center, Taisei Corporation

In the design of underground LNG storage tanks, it is very important to predict accurately the behaviour of surrounding ground mass at low temperatures; the ground mass will be cooled down by the stored cryogenic fluid, and will eventually freeze; thermal stresses and displacements will be induced along with volume change due to volume expansion of water upon freezing and movement of pore water in unfrozen regions towards the freezing front.

To understand the behaviour of materials subjected to freezing phenomenon, an elastic two-dimensional numerical scheme has been developed based upon Biot's model with additional assumptions, in which ground deformation, pore water flow and heat flow are fully coupled. This paper presents the derivation of governing equations and laboratory determination of coupling parameters necessary for this numerical scheme. Results of analysis for a fundamental problem is also demonstrated. The results obtained seem satisfactory, describing global ground behaviour well.

1. はじめに

凍結を含む地盤の応力・変形解析には、一般に最初熱伝導解析を行いその結果に基づいて熱応力解析が行われたり、また変形の計算には、凍上試験より求めたパラメータを用いた解析が行われることが多い。本研究では、地盤の応力、変形、ならびに未凍結部の水の流れを解析するために、飽和状態にある等方均質な多孔質岩盤を仮定し、凍結を含む応力・水・熱の二次元弾性連成解析プログラムを作成した。本論文ではまず、支配方程式の誘導を行い、次に解析に必要な低温連成パラメータが非排水三軸凍上試験より求められることを示す。最後に簡単なモデルを用いた計算結果を示して、モデルの妥当性を評価する。

2. 支配方程式の誘導

2.1 解析に必要な仮定

岩盤、間隙水ならびに温度の相互作用を定式化するために、岩盤および間隙水を連続体と近似する。すなわち、岩盤は空隙を有する固体とし、この空隙は検討対象とする領域と比較して十分小さく、かつ対象領域に均等に分布するため、岩盤の微小な部分と巨視的な性質に差異はないと仮定する。よって、岩盤中に設けられた空洞の変形問題を取り扱うとき、空洞と同程度の規模の亀裂が多数存在するような岩盤に対してはここで用いている近似法は適用できない。

また、土質材料の圧密問題と同様、岩盤および間隙水の相互作用については、間隙水の質量保存と岩盤の応力平衡とが、同時に満たされると仮定する。簡略化のため、さらに次のような仮定を設ける。

- i) 岩盤は等方均質な弾性体である。

- ii) 岩盤中の間隙はすべて水で飽和している。
- iii) 岩盤および間隙水の変形はそれぞれの体積と比較して十分小さい。
- iv) 間隙水圧を一定に保った場合には、応力とひずみは比例関係にある。
- v) 間隙水圧を一定に保ち応力を増加させた場合のひずみと、応力を一定に保ち間隙水圧をこれと同じだけ増加させた場合のひずみは等しい。
- vi) 間隙水の流れは、未凍結部ではダルシー則に従う。また、岩盤の透水性は等方的である。
- vii) 間隙水は凍結時に9%の体積膨張を示す。
- viii) 岩盤および間隙水は、凍結時にその熱力学物性を変化させるが、その他の状態では、基本物性に温度依存性はない。

また、定式化においては、乾燥した岩石の圧縮率（体積弾性定数の逆数）と水の圧縮率は接近しており、水の変形を無視することができないため、間隙水を圧縮性とみなしていること、ならびに応力、間隙水圧とも圧縮を負としていることに注意されたい。

2.2 水の質量保存則

間隙水が移動する場合に、水の質量保存則を満足する必要がある。飽和した岩盤では、これを次のように表わすことができる。

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial t} n \rho \quad (1)$$

ここに ρ 、 n はそれぞれ間隙水の密度、岩盤の空隙率である。また v_i は間隙水の平均流速で、ある断面より単位時間に流出（入）した間隙水の体積をその断面積で除したものである。いま、間隙水の密度が温度と間隙水圧の線形関数と仮定して、

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha_w \Delta T + \frac{1}{K_w} \Delta \phi) \quad (2)$$

で表わすと（ ρ_0 は、単位密度）、微小ひずみの仮定のもとに右辺は次のように変形できる。

$$\frac{\partial n \rho}{\partial t} = - n \alpha_w \rho_0 \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{n}{K_w} \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \quad (3)$$

ここに、 α_w は水の体積膨張率、 $1/K_w$ は水の圧縮率、また、 ϵ_v は岩盤の体積ひずみである。右辺第1項は温度変化によるもの、第2項は圧力変化によるもの、第3項は体積（応力）変化によるものをそれぞれ表わしている。

左辺も同様に、次のように変形できる。

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (4)$$

ここでは平均流速が小さいと考え、右辺第2項を無視する。

間隙水の平均流速はダルシーの法則により動水勾配に比例するものとして求められる。

$$v_i = -k_w \frac{\partial h}{\partial x_i}, \quad h = -\frac{\phi}{\gamma_w} + z \quad (5)$$

ここに、 h は全水頭であり、式の右辺第1項は圧力水頭、第2項は位置水頭である。また k_w は透水係数で、 γ_w は地下水の単位体積重量である。いま簡単のため、以下の議論では水の密度変化は小さいと仮定すると（ $\rho \approx \rho_0$ ）、水の質量保存則は

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = - n \alpha_w \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{n}{K_w} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \quad (6)$$

で表わされる (6)式は、2.6節でさらに変形される)。

2.3 エネルギー保存則

熱移動に関するエネルギー保存則は次式で与えられる。

$$C_p \gamma \frac{\partial v_T}{\partial t} = -\frac{\partial v_T}{\partial x} + C_p \gamma \frac{\partial (v_w T)}{\partial x} \quad (7)$$

ここで、 C_p は岩盤の比熱、 γ は岩盤の単位体積重量、 v_T は熱流速、 v_w は間隙水の平均流速である。水の相変化に伴う潜熱の影響をどう取り扱うかについては、2.5節で略述する。

2.4 平衡方程式

応力とひずみの関係は、次式で表わされる。

$$\Delta \epsilon_v = \frac{\Delta \sigma_v}{3K_d} - \frac{\Delta \phi}{K_d} + \alpha' \Delta T \quad (8)$$

ここに、 $\Delta \epsilon_v$ は体積ひずみ、 $\Delta \sigma_v$ は変形による応力変化、 K_d 、 α' はそれぞれ排水時の岩盤の体積弾性定数と体積膨張率、 ΔT は温度変化である (里ら、1992)。

2.5 凍結と融解について

常温から温度を降下させて行くと、水は0℃付近で凍結する。それに伴って岩盤は、体積膨張、剛性の変化、熱伝導率の変化を示す。間隙水圧は凍結に伴い泊減する (凍結中は非排水とみなす)。また、潜熱については、次のように考える。

(7)式の右辺は、単位時間内に外部より微小要素中に流入した熱量変化 Δq を表わす (樋田・宮永、1980)。今まさに凍結しようという岩盤においては、凍結潜熱 L を考慮することによって、単位時間での熱平衡式を図1、2を参考にして次のように考える。

流入熱量より凍結潜熱量 L の方が小さいとき、その差の熱量によって温度が降下する。

$$|\Delta q| < L_R \rightarrow L_R - |\Delta q| = C_p \gamma \frac{\partial T}{\partial t} \quad (9)$$

流入熱量より凍結潜熱量 L の方が大きいとき、温度降下がない代りに潜熱量は流入熱量の分だけ減少する。

$$|\Delta q| > L_R \rightarrow L_R^{i+1} = L_R^i - |\Delta q|, \Delta T = 0 \quad (10)$$

また、一度凍結した岩盤が融解する場合にも同様に考えることにする (図2参照)。

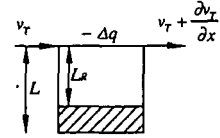


図1：潜熱の考え方

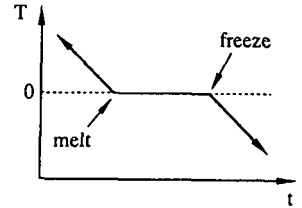


図2：凍結過程と融解過程

2.6 非排水三軸凍上試験による連成パラメーターの決定

岩石試料を用いた非排水三軸凍上試験を行うことを意識して、図3に解析で用いる連成項の差分による解法概念図を示す。まず、等温状態で質量変化 Δm による変形を拘束する仮想応力 $\Delta \sigma^{V1}$ を与え、間隙水圧の変化を求める。次に非排水状態で、熱量変化 Δq による変形を拘束する仮想応力 $\Delta \sigma^{V2}$ を与え、間隙水圧の変化を求める。最後に変形を解除する仮想応力 $\Delta \sigma = -(\Delta \sigma^{V1} + \Delta \sigma^{V2})$ を与え、ひずみと間隙水圧を有限要素法で求める (里ら、1992)。これらのパラメーターを用いると、(6)、(7)および(8)式で示した支配法定式は、次のように書き直すことができる。

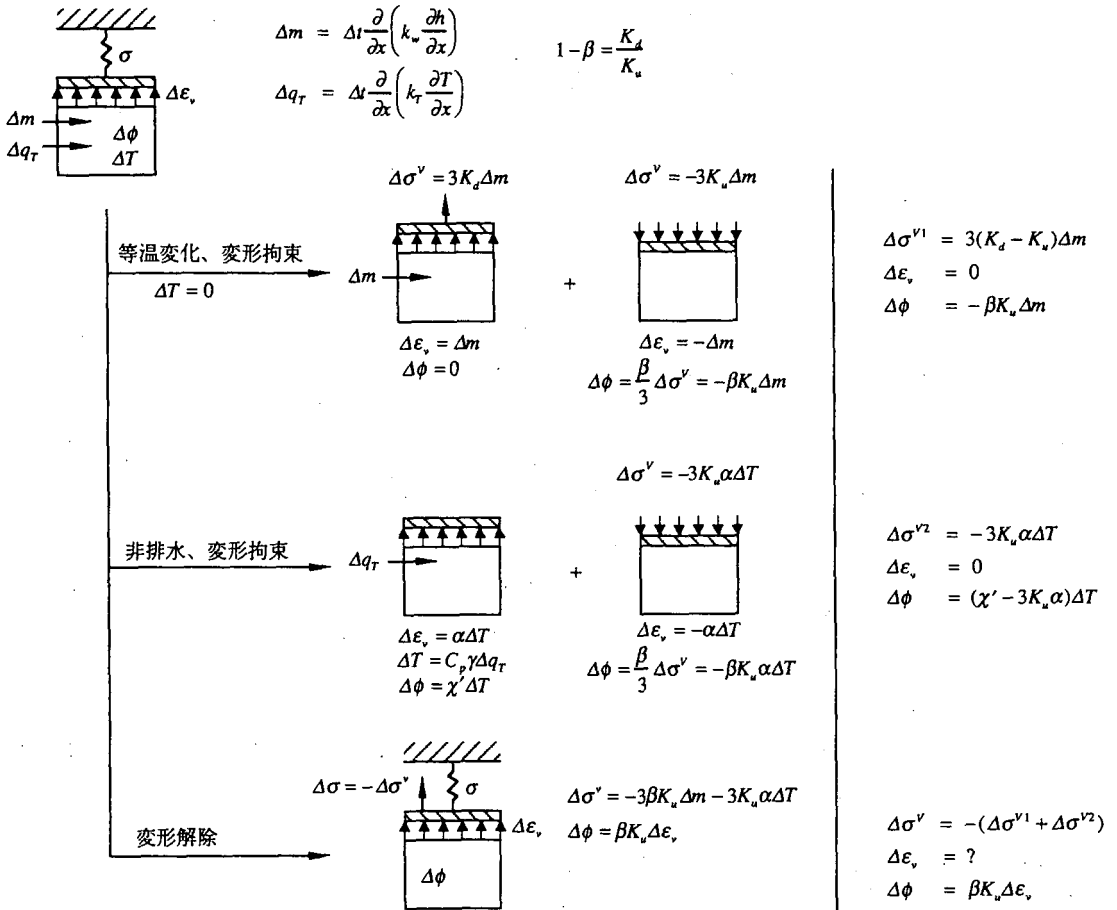


図3：差分による解法概念図

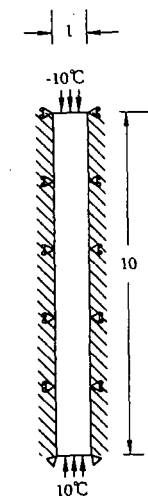


図4：解析に用いた一次要素

$$\frac{\partial v_w}{\partial x} = -\frac{1}{\beta K_u} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \left(\alpha - \frac{\chi'}{\beta K_u} \right) \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad (11)$$

$$-\frac{\partial v_T}{\partial x} = C_p \gamma \frac{\partial}{\partial x} (v_w T) = C_p \gamma \frac{\partial T}{\partial t} \quad (12)$$

$$\Delta \epsilon_v = \frac{\Delta \sigma_v}{3K_d} - \frac{\Delta \phi}{K_d} + \left(\alpha + \frac{\chi'}{K_d} \right) \Delta T \quad (13)$$

解析では、これらの式を連立させて解くことになる。連成パラメータ α 、 β 、 χ' は非排水状態で

$$\alpha = \epsilon_v / T, \quad \beta = \phi / p, \quad \chi' = \phi / T \quad (14)$$

の関係がある。すなわち、 α 、 β 、 χ' はそれぞれ温度変化に対する変形の変化率、側圧増加に対する間隙水圧の変化率、温度変化に対する間隙水圧の変化率を表わす。 β は独立な定数ではなく、(13)式に現われる排水時の岩石の体積弾性定数 K_d と非排水時の岩石の体積弾性定数 K_u と、図3に示した関係があることに注意する必要がある。

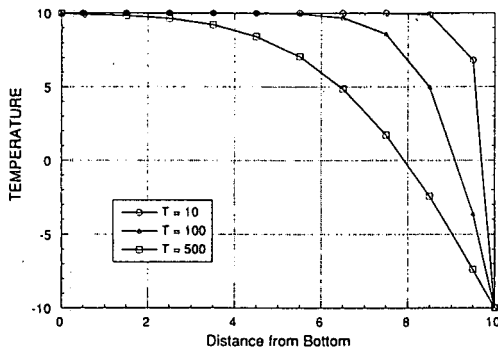


図5：温度の経時変化

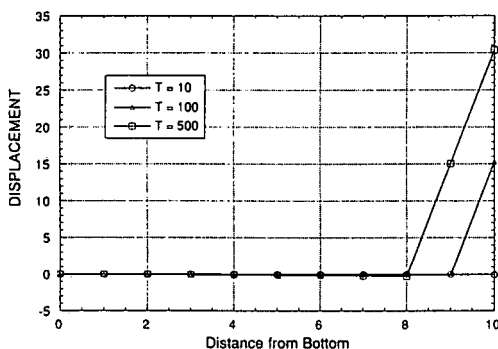


図6：変形の経時変化

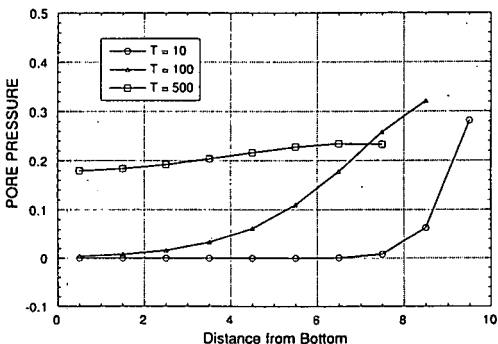


図7：間隙水圧の経時変化

3. 解析結果

今回開発した解析システムを検証するために、図4に示した一次元モデルを用いた連成解析を行った。すなわち、両辺が断熱され、側方の変位が拘束された棒状の要素（10エレメント）の初期温度を10℃に設定し、時間ゼロで上辺に-10℃の温度負荷を与えたときの経時的な温度分布、変位、ならびに間隙水圧分布を計算してみた。下辺からは水の出入りを自由に許している。用いた定数は、 $E=1 \times 10^4$ 、ポアソン比0.4、 $K_u/K_d=0.3$ 、間隙水圧の初期応力に対する比 $=0.65$ 、未凍結部の透水係数 $=1 \times 10^{-7}$ 、熱伝導率 $=1$ 、熱容量 $=1 \times 10^6$ 、非排水体積膨張率 $=2 \times 10^{-5}$ 、排水体積膨張率 $=1 \times 10^{-5}$ 、比熱 $=0.02$ 、潜熱 $=1 \times 10^{-6}$ 、凍結時の体積膨張率 $=9\%$ である。単位時間は、 $T=10, 100, 500$ とした。

図5に底面からの距離と温度の経時変化を示す。時間とともに上面よりモデルが冷却されている様子がわかる。

図6にはその場合の変位の様子を示した。変形は、最初隣のエレメントが凍結膨張して圧縮されるが、凍結フロントに向かって間隙水の移動と、そのエレメントの凍結膨張によって引張状態になる。また、時間とともに変形は進んでいる。

図7には間隙水圧の各エレメントにおける経時変化を示した。正の値（負圧）がでているのは、凍結フロントに向かって間隙水が移動するためである。

4. まとめ

地盤の応力、変形、ならびに未凍結部の水の流れを解析するために、飽和状態にある等方均質な多孔質岩盤に対して、凍結を含む応力・水・熱の二次元弾性連成解析プログラムを作成した。本論文では支配方程式の誘導と解析に必要な低温連成パラメータの非排水三軸凍上試験による決定方法を示した。簡単なモデルを用いた計算結果から判断して、今回作成した解析プログラムは、凍結を含む岩盤の挙動を統一的に説明できると判断される。まだ、各熱物性値の温度依存性や亀裂岩盤への応用など、問題点も多いが、これからの課題としたい。

参考文献

- 里優・福井勝則・飯星茂（1992）間隙水の移動を考慮した変形解析手法に関する一試案、資源・素材学会誌 108, No.11, pp. 783 - 789.
 樋田吉造・宮永誠（1980）LNG地下式貯蔵設計のための潜熱を考慮したF.E.M.による熱伝導解析、清水建設研究所報、第32号、pp. 35 - 42.