

(13) 確率論的手法を用いたキープロック安定解析

京都大学工学部 正会員 大西有三
京都大学大学院 学生会員 ○西山弘之

Stability Analysis of Key Block with Probabilistic Approach

Yuzo ONISHI, Hiroyuki NISHIYAMA, Kyoto University

Abstract

In discontinuous rock mass whose mechanical behavior is mainly controlled by existence of joints, it is the most important concern for us to find potential unstable rock blocks. Recent development of the block theory can determine a numbers of unstable blocks in the rock system, if the mechanical properties of joints are known. However, the strength parameters of rock joints are very often dispersive. In this paper, an attempt is made to analyze the stability of tetrahedral block by means of probabilistic approach. Application of performance function to a plane sliding failure mode was discussed by using the first order second moment method. It was also discussed how we can reduce the probability of failure within a certain range for the critical block by using an anchor support system.

1. はじめに

一般に岩盤には、比較的規則的に配列された複数組の不連続面群が存在し、それらが岩盤の力学特性に大きな影響を及ぼしている。それら不連続面群の地質的分布状況を把握し、キープロックの位置を予測して補強することは、安定解析における目的として非常に重要な事項の一つである。ここで、キープロックとは対象となる岩盤斜面あるいは掘削断面から抜け出す可能性のあるブロックを意味する。

従来、キープロック安定解析は確定論的に扱われてきた。確定論的方法とは、ばらつきを統計的に処理した後、平均値などの確定的な地盤物性値を決めて検討する方法である。しかし、この方法では地盤の物性値のばらつきを考慮することが出来ず、得られた解析結果にどれほどの信用性があるか分からない。そこで、本研究では岩盤調査時に得られる地盤・岩盤の物性値のばらつきを考慮するため、設計で用いる物性値をパラメータ毎に確率分布関数で表示し、評価法において確率変数として扱い、確率論的な検討を試みる。その際、物性値の平均値と分散を用いる信頼性理論に基づ

く簡便法として一次近似二次モーメント法を使い、確率論的解析の有用性について考察することにする。本研究では、その第一歩として四面体のキープロックのみを取り扱うこととし、すべりモードは一面すべりだけを考慮し、その解析を行った。

2. 解析手順

解析手順のフローチャートを図1に示し、以下に簡単な説明を加える。現地調査、各種試験から得られた不連続面の情報から、不連続面の傾斜、傾斜方位のデータ全てをステレオ投影図上に表し、卓越方向に分割する(クラスター分割)。そして、得られたn個のクラスター毎の平均方位(確定値)、標準偏差を決定する。得られたn個の確定値から3つの組み合わせを選び、それに掘削自由面を加えた4つの面で四面体ブロックを解析対象とする(四面体以上の面を持つブロックもあるが、数が少ないのでここでは考慮しない¹⁾)。それぞれの組み合わせにより得られた四面体ブロック毎に、確定論的解析によるジョイントの傾度を考慮した指標とブロックの形を考慮した指標を算出し、ブロックの

安定性指標を算定する。ここで安定性指標とは、どの組み合わせのブロックがすべり破壊を起こすキープブロックとなる可能性が高いかという指標を意味する。

次に、実際にそのブロックの破壊確率を確率論的方法によって算出する。まず、用いる物性値をパラメータ毎に確率分布関数で表示し、定義した性能関数において確率変数として扱い、一次近似二次モーメント法を用いて破壊確率を求める。得られた結果では、破壊確率が高く、構造物としては安全性が十分でないことが予想される為、破壊確率が1/100, 1/1000になるように設計値を算定し、そのための支保力を算定する。本論文は、上記の作業フローのうち確率論的解析部分のみを行い、考察を加えたものである。以下に確率論的解析方法を例を交えて解説する。

表1 代表的な斜面安定の信頼性解析手法

	破壊確率の算定	確率・統計手法
Matsuo, Asaoka	正規分布に従う安全率が1.0を下回る確率	解析誤差のばらつきに正規分布形を仮定
Cornell 他	対数正規分布に従う安全率が1.0を下回る確率	修正係数のばらつきを一次近似二次モーメントで表現
Morla, Cornell	確率過程が許容値を超過する回数の期待値	多数の潜在すべり面の出現をポアソン過程で表現
Varma	正規分布に従う安全率が1.0を下回る確率	せん断強度の水平方向の自己相関性を変動量減少関数で考慮

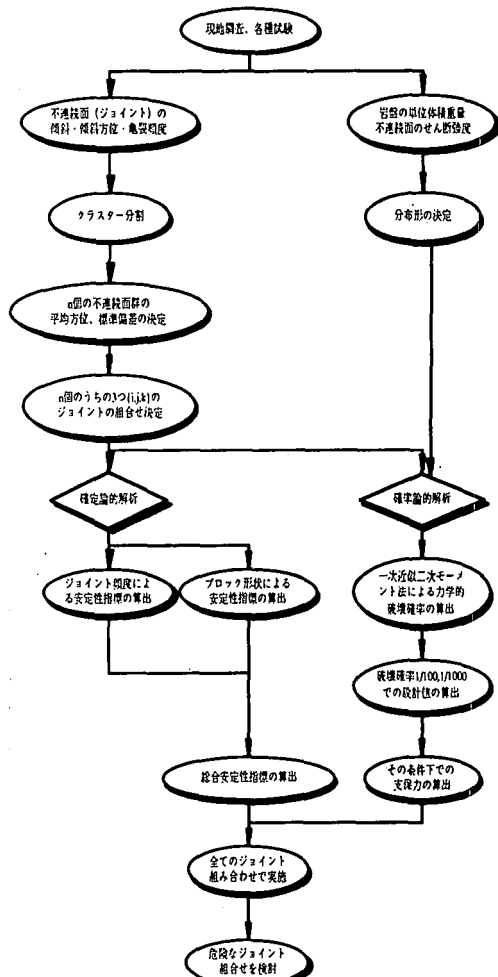


図1 解析フローチャート

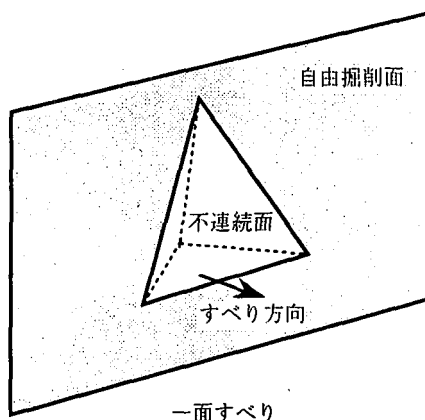


図2 キープブロックの一面すべり

3. 一次近似二次モーメント法による破壊確率算出
斜面の破壊確率の考え方は、斜面の安定性評価をより合理的に行うためにシステムの信頼性理論と結び付けられ、色々な系列の手法へと展開している。そのため、斜面の信頼性解析の研究の考え方にもそれぞれの要因に着目した流れがあるので、これらをまとめて表1に示す²⁾。

本論文では正規分布に従う安全率が1.0を下回る確率を破壊確率と定義する。本論文では図2に示すように、4面体ブロックのすべりモードを一面すべりのみに限定して解析を行った。ここで性能関数を定義する前に、以下のような仮定を設定する。

- ・不連続面では、摩擦のみを考え、粘着力の項は無視する。
- ・岩盤のすべり面での水圧は考慮しない。
- ・風化の進行やクリープなどの時間効果は考えない。
- ・パラメータ間の相関性は無視する。

これらの仮定の下で、一面すべりの安全率Fは、

$$F = \tan \phi / \tan \theta \quad (1)$$

と表される。ここで、 ϕ はすべり面の摩擦角、 θ はすべり面の傾斜角である。確率変数 $X=(\phi, \theta)$ において、性能関数 $g(X)>0$ のとき、その性能が保たれるものとし、次のように設定する。

$$g(X) = \tan \phi - \tan \theta = 0 \quad (2)$$

破壊確率を求める計算において、確率変数の情報を平均値と分散である一次および二次モーメントに限定せざるを得ないことが多い。この条件下では、性能関数が確率変数の線形和で表現できれば、性能関数の平均値と分散を容易に得ることができる。この定式化はCornell³⁾によって提案され、二次モーメント定式化と呼ばれ、信頼性の尺度を性能関数の平均値を標準偏差で除した値で定義する。また、一般には性能関数が非線形であるため、これを確率変数の平均値においてテーラー展開し、二次以降の項を無視して、線形化（一次近似）される。このためこの手法は一次近似二次モーメント法と呼ばれる⁴⁾。

次に、確率変数 $X=(\phi, \theta)$ の平均と分散と $X_i, \sigma_i^2, i=1,2$ として、平均値が0、標準偏差が1.0になるように次式で基準化する。

$$x_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_i}, \quad i=1,2 \quad (3)$$

この基準化した値を(2)式に代入して次式が得られる。

$$g(x) = \tan \phi' - \tan \theta' = 0 \quad (4)$$

(4)式は基準化した空間における安全領域と破壊領域を分ける破壊基準関数であり、基準化した空間において、破壊曲面は元の関数の変換した形 $g(x)$ となる。図3に、基準化した空間における安全領域と破壊領域を示す。変換式から考えて、この空間の原点は、確率変数 x が平均的にその値を最もとりやすいと期待できる点である。それでこの原点が破壊曲面からどれだけ離れているかが安全性を示す一つの尺度と考えてよい。つまり破壊曲面が原点から遠くに動くにつれて、安全領域が大きくなる。そのため、安全性を示す指標 β を原点から破壊曲面への最小距離で表現する考えが出され、Shinozuka⁵⁾は、原点から距離 β にある破壊曲面上の点 x^* は、最も破壊しそうな点であることを示し、これを設計点と呼んだ。このとき、破壊確率 P_f は次のように表されることが分かっている。

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (5)$$

ここに、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の累積分布関数である。したがって、 β が得られれば、容易に破壊確率が求められるため、 β は信頼性指標と呼ばれる。これは、安全性（信頼性）を評価する物差しとして広く用いられている。

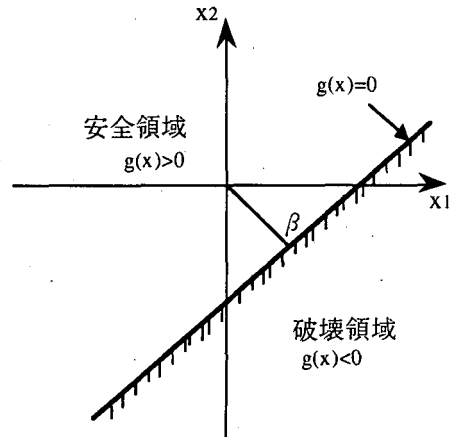


図3 基準化した空間における安全領域と破壊領域

4. 設計係数の算出

前節では、与えられた条件下での破壊確率を算出したが、実際問題解決のための設計値を算出する必要がある。二次モーメント信頼性解析では、設計値を平均値に設計係数を乗ずる形で導入することにする。

$$x^* = \gamma_0 \mu_x \quad (6)$$

ここに、 x^* は設計値、 μ_x は平均値、 γ_0 は設計係数である。この関係は、平均値の値にかかわらず、変動係数がほぼ一定であり、ばらつきのあるパラメータに対して有効である。

ここで、設計係数を計算するに当たり、どのレベルの破壊基準の確率値を目標とするか考える。

Meyerhof⁶⁾やその他の研究者によると、目安として1/100から1/1000の範囲が用いられているようなので、本研究においてもその値を設定する。これは、一般の土木構造物の破壊確率が 10^{-4} から 10^{-6} のオーダーの値といわれているのに対して、大きい値となっている。

ここで、目標とした破壊確率を得るために信頼性指標 β の値は以下ようになる。

$$\text{破壊確率 } 1/100 \quad \text{に対して} \quad \beta=2.3$$

$$\text{破壊確率 } 1/1000 \quad \text{に対して} \quad \beta=3.0$$

この信頼性指標を得るために設計係数は摩擦角の平均値に対して設定する。まず、摩擦角の平均値に乘以した設計係数を変数として性能関数に組み込む。よって、

式(3)は

$$x_i = \frac{X_i - \gamma_{0i} X_i}{\sigma_i}, \quad i=1,2 \quad (7)$$

となり、 $\beta=2.3$ あるいは、 $\beta=3.0$ になるように γ_{0i} を決定する。 γ_{0i} が決定すると、式(6)により、設計値が決定する。

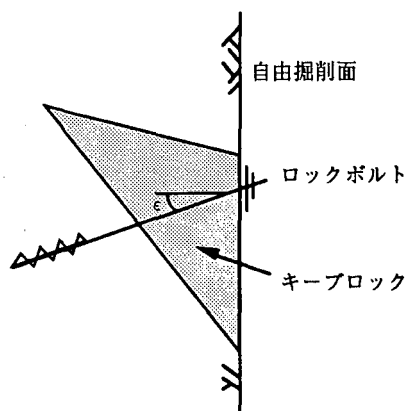


図4 補強工を施工した岩盤斜面（断面）

5. 支保力の算定

前節で考慮した破壊確率を得るために、ロックボルトのような補強工を施工した場合どれだけの力を見込まねばならないかを考える。図4のようなロックボルトによる補強工を考える。ロックボルトは水平面から傾斜角 ϵ で施工すると仮定する。ロックボルトの張力を A (kN)、ブロックの重量を W (kN)とすると、ロックボルトの張力 A は、以下の式で表される。

$$A = W(\tan\theta - \tan\phi^*)\xi \quad (8)$$

$$\xi = \cos\theta / [\cos(\theta + \epsilon) + \sin(\theta + \epsilon)\tan\phi^*] \quad (9)$$

ここで、 ϕ^* は設計値である。しかし、支保力算定のための設計値は前節に示した式(6)と異なり、以下の式で表される。

$$\phi^* = \mu_{\phi} / \gamma_0 \quad (10)$$

これは、前節と異なり、支保力算出のためには摩擦角の設計値を低減させておく必要があるためである。つまり、目標とする破壊確率を得るには応力パラメータとして摩擦角の平均値に設計係数を乗じて、設計値を増加させる必要があるが、逆に、支保力算定の場合のように、強度パラメータとして摩擦角の平均値を扱う場合には、設計係数で除して設計値を低減させる必要がある⁷⁾。

したがって、(10)式で求められた設計値と実際のす

べり面の摩擦角の差を支保力で補強することによって破壊確率を1/100, 1/1000にまで低くすることが可能になる。

6. 解析例

摩擦角の平均値、標準偏差をそれぞれ 30° 、 5° 、傾斜角の平均値、標準偏差値をそれぞれ 25° 、 10° に設定する。本来であれば、図1に示した作業フローにしたがって、実際の現場データから、不連続面の傾斜角の平均値、標準偏差を計算により算出するのであるが、ここではその工程を終えたものと仮定して、値を設定した。

(i)破壊確率の算出

まず、式(3)に従い、確率変数を基準化する。摩擦角と傾斜角のそれぞれは、以下のように基準化される。

$$\phi' = \frac{\phi - 30^\circ}{5^\circ}, \quad \theta' = \frac{\theta - 25^\circ}{10^\circ}$$

これを式(2)に代入することにより、基準化した空間における破壊基準関数は次式で表される。

$$g(x) = \tan(5\phi' + 30) - \tan(10\theta' + 25) = 0$$

また、基準化した空間における安全領域と破壊領域を図5に示す。図5より信頼性指標 β は0.447なので、(5)式より破壊確率は、

$$Pf = \Phi(-0.447) = 0.33$$

であると求められた。これは正規分布に従う安全率が1.0を下回る確率が33%であることを意味する。

(ii)設計係数の算出

まず、破壊確率1/100に対する設計係数を算出するが、5節でも述べたように設計係数は、摩擦角の平均値に乘じる形で算出する。信頼性指標 β が2.3であることより、式(6)で与えられる設計係数は以下になる。

$$\beta = 2.3 \Leftrightarrow \phi^* = 1.69 \times 30^\circ \therefore \gamma_0 = 1.69$$

同様に、破壊確率1/1000に対する設計係数は、以下のように計算される。

$$\beta = 3.0 \Leftrightarrow \phi^* = 1.95 \times 30^\circ \therefore \gamma_0 = 1.95$$

(iii)支保力の算定

支保力算定にあたって、ロックボルトの傾斜角 ϵ を 10° に設定する。また、補強するロックボルトは、すべり面の傾斜方位に平行な方位で施工するものとする。式(8), 式(9), 式(10)より、破壊確率1/100のときの支保力は以下のように計算される。

$$\phi^* = 30^\circ / 1.69 = 17.8^\circ, \quad \xi = 0.903$$

したがって、支保力Aは、

$$\begin{aligned} A &= W(\tan 25^\circ - \tan 17.8^\circ) \xi \\ &= W(0.466 - 0.321) * 0.903 \\ &= 0.131 * W(\text{kN}) \end{aligned}$$

と計算され、ブロックの重量が分かれば、支保力が算定される。破壊確率1/1000のときも同様に、計算して以下ようになる。

$$\begin{aligned} \phi^* &= 30^\circ / 1.95 = 15.4^\circ, \xi = 0.928 \\ A &= W(\tan 25^\circ - \tan 15.4^\circ) \xi \\ &= W(0.466 - 0.275) * 0.928 \\ &= 0.177 * W(\text{kN}) \end{aligned}$$

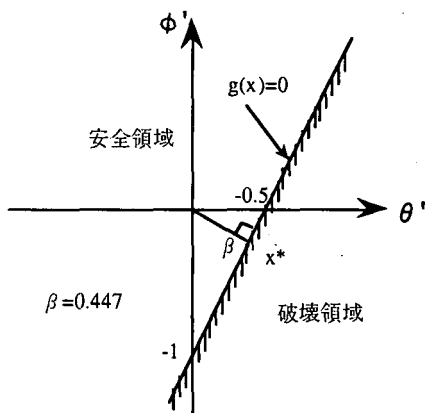


図5 基準化した空間における安全領域と破壊領域

7. おわりに

従来の確定論的解析では考慮されなかった地盤の物性値のばらつきを、パラメータ毎に確率分布関数で表示することにより解析に取り入れることが出来た。また、一次近似二次モーメント法により、安全基準に最も影響をもつパラメータを決定し、簡単に破壊確率が計算されることも示した。また、ある一定の破壊確率を与える設計係数や支保力の算定などの試みも行った。これらの研究によって、破壊確率を小さくするだけではなく、岩盤斜面の効率的な補強による施工費用の軽減にも役立つかも知れない。

しかし、これらの設計係数や性能関数は特定の破壊モード（平面すべり）にのみ有効である。このように安全性の考えに基づいた確率手法を適用するには破壊モードを前もって決定しなければならない。また、本研究では粘着力や、水圧といったパラメータについては考慮していないので、そういうパラメータも含んだ信頼性解析を進める必要もある。さらに、平面すべり

以外の破壊モードで、特に3次元くさび破壊のような破壊モードに関する信頼性解析の研究も進めるべきである。また、一次近似で得られた結果とより洗練された信頼性解析により得られた結果を比較するのも興味深い。

(参考文献)

- 1) Y. Hatzor and R.E. Goodman; Determination of the 'Design Block' for Tunnel Supports in Highly Jointed Rock
- 2) K. Ohtomo, H. Ito and K. Shin; Status and Future Prospects on Reliability-based Design in Geotechnical Engineering, 7(1984), p1-19
- 3) Cornell, C.A.; Structural safety specification based on second-moment reliability analysis, Final Report, Symposium on Concepts of Safety of Structures and Methods of Design, London, IABSE, Zurich, p235-246
- 4) 鈴木誠; 地盤物性値の空間分布特性の確率論的記述と地盤工学における信頼性設計の基礎的研究 p49-58, 1990
- 5) Shinozuka, M.; Basic Analysis of structural safety, Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 109, No. 3 1983, p721-740
- 6) G.G. Meyerhof; Limit state design in geotechnical engineering, Structural Safety 1(1), 1982, p67-71
- 7) D.D. Genske and B. Walz; Probabilistic Assessment of The Stability of Rock Slopes, Structural Safety, 9(1991) p179-195