

(10) トンネル支保設計のための解析理論とその適用性

九州大学工学部 正会員○ 蔦 宇静

九州大学工学部 正会員 江崎哲郎

Theoretical Studies on Stability Evaluation and Support Design in Tunnelling

Yujing JIANG Kyushu University

Tetsuro ESAKI Kyushu University

Abstract

In this paper a theoretical method is proposed for the stability analysis and support design of circular tunnels subjected to a hydrostatic in situ stress field. The rock is assumed to behave as an elastoplastic material that is characterized by the strain softening and volume dilatant behaviors during yielding. Based on this method, it is clarified that the plastic flow region and softening region would occur around the tunnels due to the excavations. The judgment chart used to predict the development of plastic regions is described. Because of the consideration of loosening load caused in the plastic flow region, the characteristic curve is quantitatively formulated. The support pressure and wall strain normalized by tunnel radius corresponding to the minimum point on the proposed characteristic curve are defined as the optimum support pressure and controlled wall strain, respectively, and the design charts for them are presented. It is found by some applications that the charts proposed in the paper are useful for the tunnel design.

1. 緒言

地山の変位を許せば支保工にかかる荷重が減少できることは経験的に知られており、この特徴をうまく利用したNATMが、山岳トンネルの標準工法として広く用いられている。NATMでは、地山も1つの支保構造として考えられ、その変位を許すことによって、地山荷重をできるだけ地山自身に負担させるのをトンネル設計の基本原理としているが、地山の変位をどの程度まで許せば、トンネルが安定で、しかも必要な支保圧も最小となるかに関しては、明確な評価法がまだ示されておらず、実際の設計にあたっては現場に携わる技術者の経験の蓄積や既往の施工事例に立脚していることが多いのが現状である。

トンネルの安定性を適切に評価し、合理的な支保設計を行うためには、周辺地山挙動の理論的解明に基づく支保設計法の確立が必要である。本論文は、岩のPost-Failure挙動を考慮したトンネルの弾塑性挙動の理論解析に基づいて、支保設計のためのトンネル安定性の評価法を提案する。また、上昇部分を含む地山特性曲線を定量化することによって、曲線上の最小点に対応する最適内空支保圧の計算法と設計チャートを示す。なお、解析理論の適用性は例を用いて検証する。

2. Post-Failure挙動を考慮した解析法

(1) Post-Failure挙動とその定式化

トンネルの変形挙動および安定性は、それを構成する周辺地山の力学的特性、特にピーク強度以降の応力-ひずみ関係（以下は、Post-Failure挙動とよぶ）に大いに支配される。図-1のように、Post-Failure挙動には、ひずみ硬化材料（線①）、完全弾塑性材料（線②）、ひずみ軟化材料（線③）と完全弾せい性材料（線④）が考えられるが、岩のPost-Failure挙動が大きく拘束圧に支配され、Hoek & Brownなどの研究によ

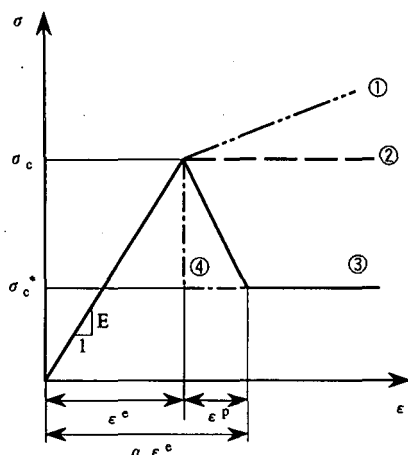


図-1 Post-Failure挙動

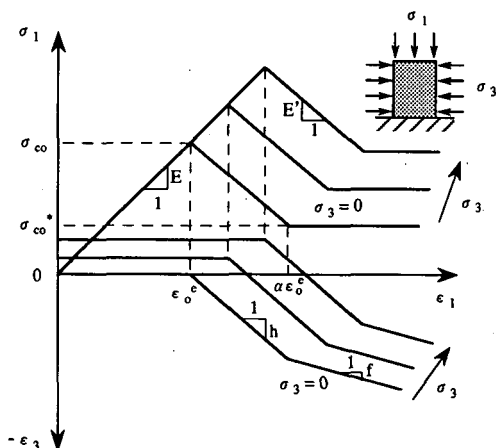


図-2 拘束圧を考慮した定式化

れば^{(4)・(5)}、拘束圧が岩のぜい性-完全弾塑性の転移圧力に達すると、完全弾塑性材料のような挙動を示すが、それではひずみ軟化または完全弾ぜい性挙動を示す。

理論解析のためのPost-Failure挙動の定式化は、応力-ひずみ関係を数学的に処理することによって表現される。Brown & Bray(1983)⁷⁾やEsaki & Jiang(1991)¹⁾が岩の一軸圧縮での応力-ひずみ関係の定式化を、Linkov(1992)⁸⁾がさらに拘束圧の効果を考慮した定式化を示した。図-2のように、拘束圧 σ_3 に対する応力とひずみの関係は、次のように表される(ここで、応力およびひずみは圧縮を正とする)。

$$\sigma_1 = \begin{cases} E \varepsilon_1 & \varepsilon_1 \leq \varepsilon_m \\ (1 + \bar{E})(K_p \sigma_3 + \sigma_{c0}) - E' \varepsilon_1 & \varepsilon_m \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_r \\ \sigma_{c0} + K_p \sigma_3 & \varepsilon_r \leq \varepsilon_1 \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $\varepsilon_m = (1/E)[\sigma_{c0} + K_p \sigma_3]$; $\varepsilon_r = \alpha \varepsilon_0 + K_p \sigma_3 / E$; $\alpha = 1 + (1 - \bar{\sigma}_{c0}) / \bar{E}$
 $K_p = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$; $\bar{\sigma}_{c0} = \sigma_{c0} / \sigma_{c0}$; $\varepsilon_0 = \sigma_{c0} / E$; $\bar{E} = E' / E$

また、 ϕ は内部摩擦角、 E' がピーク強度以降の変形係数、 α がぜい性率、 h と f がひずみ軟化および塑性流動状態での塑性ひずみの比($d\varepsilon_3 / d\varepsilon_1$)を表す。

条件 $\sigma_3 = 0$ を式(1)に代入すると、一軸圧縮の場合の定式となる。また、 $E' = 0$ 、 $\alpha \rightarrow \infty$ が完全弾塑性材料に応じ、 $\alpha = 1$ 、 $E' \rightarrow \infty$ が完全弾ぜい性材料を示す。

(2) 理論的解析^{1)・2)}

上昇域を含んだ地山特性曲線を求めようとするために、岡⁹⁾とBrown & Bray⁷⁾は、ひずみ軟化挙動を考慮した解析法を示した。しかし、岡の方法では岩盤を完全弾塑性材料として、塑性ひずみの増大に伴って岩盤の粘着力と内部摩擦角を低下させる手法を用いてひずみ軟化現象を表現したため、正しい解析法とは言えない。一方、Brown & Bray⁷⁾は、岩盤が彼らの提案した非線形的破壊規準に従うとしたため、解析が煩雑で、結局のところ、地山特性曲線の上昇の部分を得ることもできなかった。

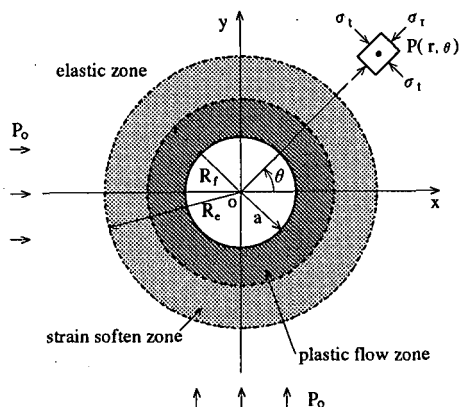


図-3 座標系と応力分量

著者らは図-3のように、静水圧 p_0 を受ける半径 a の軟岩トンネルを考え、岩盤がMohr-Coulombの破壊規準($\sigma_t = \sigma_{co} + K_p \sigma_r$)に従うとし、式(1)の定式化(ただし、 $\sigma_3 = 0$)を用いた場合の理論解を導いてきた^{1), 2)}。その場合、トンネルまわりにおいて、塑性流動とひずみ軟化領域が生じ、それぞれが塑性半径 R_o 、 R_f によって以下のように表される。

a) ひずみ軟化領域 ($R_f \leq r \leq R_o$)

この領域では、ひずみとともに強度(σ_c')が σ_{co} から σ_{co}^* に線形的に低下することを仮定すれば、半径応力と接線応力が次のように導かれる。

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{(1+h)\sigma_{co} + 2\sigma_s/(\alpha-1)}{(1-K_p)(1+h)} + N \left(\frac{R_o}{r} \right)^{1-K_p} + \frac{2\sigma_s/(\alpha-1)}{(1+h)(h+K_p)} \left(\frac{R_o}{r} \right)^{1+h} \\ \sigma_t &= \sigma_c' + K_p \sigma_r \quad ; \quad \sigma_c' = \sigma_{co} - \frac{2B_o E}{1-h} \left[\left(\frac{R_o}{r} \right)^{1+h} - 1 \right] \\ N &= \frac{2p_0}{1+K_p} - \frac{2\sigma_{co}}{1-K_p^2} - \frac{2\sigma_s/(\alpha-1)}{(1-K_p)(h+K_p)} \quad ; \quad B_o = \left(\frac{1+\mu}{E} \right) \frac{p_0(K_p-1) + \sigma_{co}}{K_p+1}\end{aligned}\quad (2)$$

ここで、 σ_s は軟化応力($=\sigma_{co} - \sigma_{co}^*$)である。

b) 塑性流動領域 ($a \leq r \leq R_f$)

塑性流動領域においては、残留強度 σ_{co}^* が一定で、Mohr-Coulombの破壊規準が $\sigma_t = \sigma_{co}^* + K_p \sigma_r$ と書き換えられるため、応力は次式によって示される。

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{\sigma_{co}^*}{1-K_p} + \left[N \left(\frac{R_f}{R_o} \right)^{K_p-1} + \sigma_s \frac{(1+h)(\alpha-1)+2}{(1-K_p)(h+K_p)(\alpha-1)} \right] \left(\frac{R_f}{r} \right)^{1-K_p} \\ \sigma_t &= \sigma_{co}^* + K_p \sigma_r\end{aligned}\quad (3)$$

c) 内空壁面変位

トンネルの壁面変位 u_a は、次のようになる。

$$u_a = -a[u_1 + u_2(R_f/R_o)^{-(1+h)} + u_3(R_f/a)^{1+f}] \quad (4)$$

ただし、 $u_1 = B_o(h-1)/(1+h)$

$$u_2 = 2B_o(f-h)/[(1+h)(1+f)]$$

$$u_3 = [2B_o/(1+f)](R_f/R_o)^{-(1+h)}$$

e) 塑性半径の解析解

弾塑性境界半径 R_o と塑性流動半径 R_f は、式(3)によって次のように導かれる。

$$\begin{aligned}R_o &= \left(\frac{\alpha}{\zeta} \right) \left[\frac{N \zeta^{K_p-1} (1-K_p)(h+K_p) + \sigma_s[(1+h)+2/(\alpha-1)]}{(1-K_p)(h+K_p)p_i - \sigma_{co}^*(h+K_p)} \right]^{\frac{1}{K_p-1}} \\ R_f &= \zeta R_o \quad ; \quad \zeta = \left[\frac{2}{\alpha(1+h) + (1-h)} \right]^{\frac{1}{1+h}}\end{aligned}\quad (5)$$

ただし、 ζ は2つの塑性半径の比、 p_i は内空支保圧である。

(3) 解析法の適用性

a) 完全弾塑性材料

完全弾塑性材料モデルは、ぜい性率 α が無限大値を取るときのひずみ軟化材料モデルとも言え、また、従来の解析ではダイレタンスー挙動が無視されているため、 $\sigma_{co}^* = \sigma_{co}$ 、 $h=1$ となり、それらを式(5)に代入し簡略すれば、Kasterらの解は容易に導かれる。

b) 完全弾ぜい性材料

完全弾ぜい性材料モデルは、 $\alpha=1$, $E' \rightarrow \infty$ が満たされる場合のひずみ軟化材料モデルであるが、この場合、式(5)の中の ζ 式を次のように書き換えて

$$\zeta^{-(1+h)} - 1 = (\alpha - 1)(1+h)/2 \quad (6)$$

それを式(5)の塑性半径式に代入し、極限($\alpha \rightarrow 1$)を取ると、塑性半径が次のように誘導される。

$$R_a = R_f = a \left[\frac{\sigma_r^e - \sigma_{co}^e / (1 - K_p)}{p_i - \sigma_{co}^e / (1 - K_p)} \right]^{1/(K_p - 1)} \quad (7)$$

ただし、 $\sigma_r^e = (2p_o - \sigma_{co}) / (1 + K_p)$ である。上式は、伝統的な解と全く同じものである。

3. トンネル安定性の評価

一軸圧縮強度(σ_{co})と初期地山応力 p_o の比を地山強度比(S_{rp})と定義すると、 $S_{rp} > 2$ の場合は、塑性領域を発生しないことがよく知られている。ここでトンネルを直接に囲んでその安定性を大きく影響する塑性流動領域の発生の評価法を提案する。条件式 $R_f = a$, $p_i = 0$ を式(5)に代入すると、次式が得られる。

$$[S_{rp}] = \left[\frac{\sigma_{co}}{p_o} \right] = 2 \left(1 - \frac{\sigma_s(1+K_p)}{\sigma_{co}(h+K_p)} \left(1 - \frac{2(1-\zeta^{1-K_p})}{(1-\alpha)(K_p-1)} \right) \right)^{-1} \quad (8)$$

ただし、 $[S_{rp}]$ は極限地山強度比を、パラメータ D は、残留強度比を表し、 $D = \sigma_{co}^e / \sigma_{co}$ と定義する。

したがって、無支保状態で塑性流動領域の発生は次の条件式に従う。

$$S_{rp} < [S_{rp}] \quad (9)$$

一方、 $[S_{rp}] \leq S_{rp} \leq 2$ の場合は、ひずみ軟化領域のみが生じることになる。

図-4は塑性流動領域の発生の判定図であって、斜線abは発生状況を区分する境界線であり、 h と α によって定められ、左側が $S_{rp} < [S_{rp}]$ 、つまり塑性流動領域が発生する領域、それに対して斜線abの右側は塑性流動領域が生じない範囲となる²⁾。

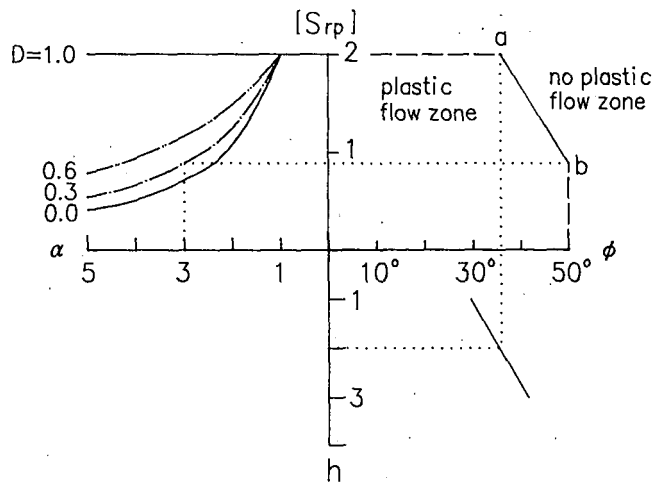


図-4 地山強度比に基づく塑性流動領域発生の推測

4. 最適支保圧の評価法

著者らは、多くの理論的ケーススタディおよび模型実験によって、トンネルまわりにおいては塑性破壊を生じても破壊した岩盤がその自重のすべてを支保に委ねるわけではないことを明らかにし、塑性流動領域の岩盤自重の半径方向の分量のみを緩み荷重として、地山特性曲線の定量的評価を行ってきている^{2), 10)}。この場合では、ゆるみ荷重 p_{iv} と壁面変位の関係は、式(4)と式(5)を用いれば、次のように求められる⁹⁾。

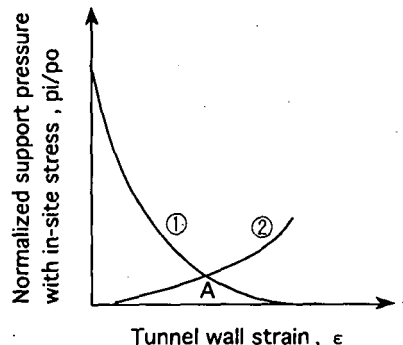


図-5 地山特性曲線の模式図

$$p_{iy} = \int_a^{R_f} \int_0^\pi \frac{\gamma (2r+dr) \sin \theta}{2\pi a} d\theta dr = \frac{\alpha \gamma}{\pi} \left\{ \left[\frac{1}{u_3} \left(\frac{u_a}{a} + u_1 + u_2 \zeta^{-(1+h)} \right) \right]^{\frac{2}{1+f}} - 1 \right\} \quad (10)$$

ただし、 γ は地山の単位体積重量である。内空変位 u_a と半径 a との比を壁面ひずみとすれば、それとともにゆるみ荷重がほぼ線形的に増加することが分かる。

ゆるみ荷重を考慮した地山特性曲線の作成については、図-5のように、壁面変位とともに掘削による地山荷重がしだいに減少し（曲線①）、ある変位から塑性流動領域の発生に伴うゆるみ荷重が増加し始める（曲線②）。2つの曲線の値の大きい方をとることにより、地山特性曲線を作成する。そこで2つの曲線の交点Aが地山特性曲線上の最低点となり、それに対応する支保圧を最適支保圧 $\tilde{p}_i$ 、ひずみを制御壁面ひずみ $\tilde{\varepsilon}_{ai}$ とする。多くの軟岩の岩石試験データからまとめた次の関係式¹⁰⁾

$$\begin{aligned} \phi &= 38.28 \sigma_{co}^{-0.004}; \alpha = 1.33 \sigma_{co}^{0.153} \\ h &= 1.88 \sigma_{co}^{0.136}; f = 1.41 \sigma_{co}^{0.035} \\ \sigma_{co}^* &= 0.65 \sigma_{co}^{0.8} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

を用い、最適支保圧の設計チャートを図-6のように提案している（ここでは $E=500\text{MPa}$, $\mu=0.3$ を一定とした）。つまり、一軸圧縮強度 (σ_{co}) と地山強度比 (S_{rp}) が分かれば、縦軸よりその場の最適支保圧を読み取ることができ、また横軸の左側からそれに対する壁面ひずみが定められる。本設計チャートは実例によって検証されている。

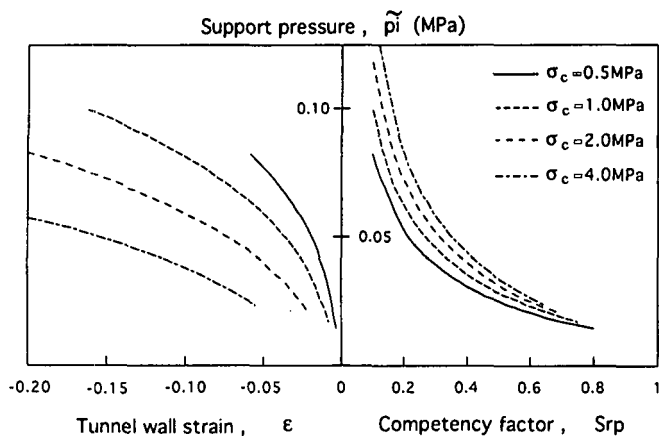


図-6 最適内空支保圧の設計チャート

5. 結言

トンネルを安全で経済的に設計施工するためには、トンネル支保圧の最適設計法の確立が必要である。本論文は、岩のPost-Failure挙動を考慮したモデルを用いて、静水圧状態におけるトンネルの弾塑性挙動を理論的に解析し、それに基づく軟岩トンネルまわりの地山の安定性の評価法を提案した。また上昇域を含む地山特性曲線を定量化することによって、曲線上の最小点に対応する最適内空支保圧の計算法と設計チャートを示した。本論文に述べた理論解析法はいくつかの典型的な材料モデルへの適用も容易に実現することができた。今後は、複雑な現場地山条件（例えば、ジョイントを含む硬い岩盤条件など）に対して、この理論をどのように適用していくか、また、更に非静水初期地山応力条件やロックボルトの作用効果を取り入れる理論的検討を深めていく所存である。

参考文献：

- 1) Esaki, T., Jiang, Y.: Stability analysis of a deep tunnel with the elastoplastic strain softening behavior, Proc. 7th Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, 1991.
- 2) 蔭・江崎・横田：軟岩トンネル周辺岩盤の安定機構とその設計について、土木学会第3回トンネル工学研究会論文集, Vol. 3, 1993.
- 3) 江崎・蔭：ひずみ軟化およびダイレタンシー特性を考慮した非静水圧状態における空洞周りの岩盤挙動の解析法, 土木学会論文集, No. 481, 148-156, 1993.
- 4) Hoek, E. & Brown, E. T.: 岩盤地下空洞の設計と施工, 土木工学社, 1985.
- 5) 茂木：地球科学(8), 岩石力学と地震, 岩波書店, 1978.
- 6) 蔭：深部地下空洞の力学的安定に関する理論的および実験的研究, 九州大学学位論文, 1993.
- 7) Brown, T. & Bray, J. W.: Ground response curves for rock tunnels, J. Geotech. Eng. Div., ASCE, Vol. 109, No. 1, pp. 15-39, 1983.
- 8) Linkov, M.: Dynamic phenomena in mines and the problem of stability, 1992.
- 9) 岡：NATMにおける支保理論, 施工技術, 10(11), 6-12, 1977.
- 10) 蔭・江崎・横田：地山特性曲線に基づく最適支保圧の設計について, 土木学会第4回トンネル工学研究会論文集, Vol. 4, 1994.