

(119) 3次元結晶構造解析と破壊挙動

情報数理研究所

正会員 ○中井仁彦

非線形力学研究所

山田俊雄

埼玉大学工学部

正会員 浜島良吉

Three-Dimensional Crystal Structure Analysis and Fracture Behavior

Yoshihiko NAKAI

Inf. & Math. Sci. Lab. Inc.

Toshio YAMADA

Nonlinear Mechanics Laboratory

Ryokichi HAMAJIMA

Saitama University

Abstract

Microscopically viewed, metals, rocks, etc., have a crystal structure. To study such a material's fracture behaviors, the preparation of a three-dimensional crystal structure model and its analytical method are necessary. This paper presents crystal structural analysis using a three-dimensional Voronoi division, by means of which we simulated the fracture experiment of rock like materials under various confined pressures given in a triaxial principal stress field. The analysis used a modified virtual displacement method considering element deformations, and could reproduce the state of such materials shifting from the vertical tensile fracture to shear fracture as the confined pressure increased. It was made clear by using such a crystal structure model that the shear fracture is closely related with the tensile fracture strength.

1. はじめに

高温岩体における水圧破壊や高レベル廃棄物の地層処分など地下空間利用の急速な発展から3次元場での精密な岩盤解析が必要となってきた。既存の亀裂、断層などを考慮でき、かつ不連続部のずれ、開口などを評価できる解析が必要でありさらに熱、流体、応力との連成解析も必要となる。こうした問題へのアプローチとして修正仮想変位法に基づく解析を行う^{1, 2)}。本研究では3次元場における不連続性岩盤の解析を目的としているが、ここではその基礎になる3次元場での結晶構造解析を行い、3主応力実験結果との比較からこうした解析手法の適用性を検討する。

2. 3次元場における修正仮想変位法の定式化

3次元場における応力のつり合い式を修正仮想変位法に基づいて定式化する。要素内の変位 (u, v, w) を要素重心の剛体変位 (u_G, v_G, w_G)、剛体の回転 (θ, ϕ, ψ) と、要素内ひずみ ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$) の和で表現すると、以下ようになる。

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = [N_u] \begin{Bmatrix} u_G \\ v_G \\ w_G \\ \theta \\ \phi \\ \psi \end{Bmatrix} + [N_\varepsilon] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

$$\{U\} = [N_u]\{u\} + [N_\varepsilon]\{\varepsilon\} \quad (1)$$

$$[N_u] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & (z-z_G) & -(y-y_G) \\ 0 & 1 & 0 & -(z-z_G) & 0 & -(x-x_G) \\ 0 & 0 & 1 & (y-y_G) & -(x-x_G) & 0 \end{bmatrix}$$

$$[N_\varepsilon] = \begin{bmatrix} (x-x_G) & 0 & 0 & (y-y_G)/2 & (z-z_G)/2 & 0 \\ 0 & (y-y_G) & 0 & (x-x_G)/2 & 0 & (z-z_G)/2 \\ 0 & 0 & (z-z_G) & 0 & (y-y_G)/2 & (x-x_G)/2 \end{bmatrix}$$

本解析手法においては、変位場が要素重心の剛体変位、回転と要素内のひずみにより決定される。各要素毎にこれらの値は独立に設定でき、このことから要素間の相対変位が求められ不連続体解析が可能となる。また要素の形状には何の制約もない。したがって形状についてはVoronoi分割のような任意多角形要素による解析が可能になり、要素間のずれ、亀裂の発生、開口を考慮した結晶構造解析が可能になる。

仮想仕事の場を上付き添え字(*)で表すと、要素内の仮想仕事 V_e は仮想ひずみ $\{\varepsilon\}$ と要素内応力 $\{\sigma_{ELM}\}$ により、次のようになる。

$$V_e = \int_V \{\varepsilon^*\}^T \{\sigma_{ELM}\} dV \quad (2)$$

また、要素表面の仮想仕事 V_b は、要素間の相対変位 $\{\delta\}$ と、要素内応力 $\{\sigma_{SPG}\}$ により次のようになる。

$$\delta V_b = \int_S \{\delta^*\}^T \{\sigma_{SPG}\} dS \quad (3)$$

要素間の相対変位は、次式で与えられる。

$$\{\delta\} = \{U\}_i - \{U\}_j \quad (4)$$

また、外力のなす仮想仕事 W は、次のようになる。

$$W = \int_V \{U^*\}^T \{P\} dV + \int_S \{u^*\}^T \{\bar{f}\} dS \quad (5)$$

ここで $\{P\}$ 、 $\{\bar{f}\}$ はそれぞれ単位体積に作用する物体力、境界面に作用する面力である。

修正仮想変位法を用いてモデル化を行うと全体系でのつり合い式は、次のようになる。

$$\sum_{i=1}^{N_w} W_i = \sum_{j=1}^{N_{ELM}} V_{ej} + \sum_{k=1}^{N_{SPG}} V_{bk} \quad (6)$$

$$\begin{array}{ll} W & : \text{外力のなす仮想仕事} \\ V_e & : \text{要素内での仮想仕事} \\ V_b & : \text{要素間での仮想仕事} \end{array} \quad \begin{array}{ll} N_w & : \text{全外力数} \\ N_{ELM} & : \text{全要素数} \\ N_{SPG} & : \text{全要素間数} \end{array}$$

さらに応力-ひずみ関係式が要素内、要素間について成り立たなければならない。

要素内の応力-ひずみ関係は次式で与えられる。

$$\{\sigma_{ELM}\} = [D_{ELM}]\{\varepsilon\} \quad (7)$$

$[D_{ELM}]$: フックの法則により得られる応力-ひずみマトリックス

要素境界面上の応力-ひずみ関係式を次式で与える。

$$\{\sigma_{SPG}\} = [D_{SPG}]\{\varepsilon\}$$

このひずみ $\{\varepsilon\}$ は、要素間の相対変位 $\{\delta\}$ と要素間の相対距離 h により次の関係が成り立つ。

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{h} \{\delta\}$$

したがって、要素境界上の応力-相対変位関係は、次式で与えられる。

$$\{\sigma_{SPG}\} = \frac{1}{h} [D_{SPG}]\{\delta\} = [K_{SPG}]\{\delta\} \quad (8)$$

$[K_{SPG}]$: バネマトリックス $[D_{SPG}]$: 応力-ひずみマトリックス

これらの式を展開し、まとめると次の連立方程式が得られる。

$$\begin{array}{l} [K_{uu}]\{u\} + [K_{ue}]\{\varepsilon\} = \{F_u\} \\ [K_{eu}]\{u\} + [K_{ee}]\{\varepsilon\} = \{F_e\} \\ \{u\}^T = \{\{u_1\} \quad \{u_2\} \quad \cdots \quad \{u_n\}\} \\ \{\varepsilon\}^T = \{\{\varepsilon_1\} \quad \{\varepsilon_2\} \quad \cdots \quad \{\varepsilon_n\}\} \end{array} \quad (9)$$

本手法では要素内と要素間の特性を設定でき、要素内剛性を大きくすれば剛体バネモデル(RBSM)の特性となり、要素間剛性を大きくすれば弾性域は有限要素法(FEM)の特性となる¹⁾。

3. 3主応力場での岩質材料の破壊特性

図-1は岩質材料（石膏）による3主方向応力場での変形破壊特性である。x, y, z方向からの荷重はそれぞれ剛版による載荷であり、それぞれの方向の変位は載荷版の4隅に取り付けられた変位計の平均値とした。図-1aは側方向拘束圧 σ_x のみを5, 10, 20 kgf/cm² ($\sigma_z=0$)と変化させ、その時の σ_y 及び破壊特性である。z方向の限界引張歪みを超えることによりz方向に割れそれに伴いy方向の強度低下（ひずみ軟化）が生じる。図-1bはz方向にのみ拘束圧を作用させたものでx方向に引張割れ目が生じることを除けば図-1aと同様な現象が生じる。これに対し図-1cは $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z$ の等方圧を作用させ（0, 5, 10, 20 kgf/cm²）それ以後鉛直荷重（ σ_y ）を増加させたときの応力-ひずみ（ $\sigma_y-\epsilon_y$ ）曲線であり、拘束圧が増加するにつれ引張による縦割れからせん断破壊へと移行していることがわかる。これに関しては複合応力をうけるコンクリートに対してさらに詳細な検討³⁾がされているが、引張亀裂の発生による応力解放が重要となる。これはせん断破壊を受けている状態でも同様であることは図-2の概念図からも推察できよう。せん断破壊はshear band発生によるがshear band内には引張亀裂が雁行状に発生している。こうした脆性材料の破壊解析を行うにはこうした引張亀裂による応力解放を扱えることが重要であり、この点からも従来の連続体を基本にした有限要素解析の限界があるように思われる。

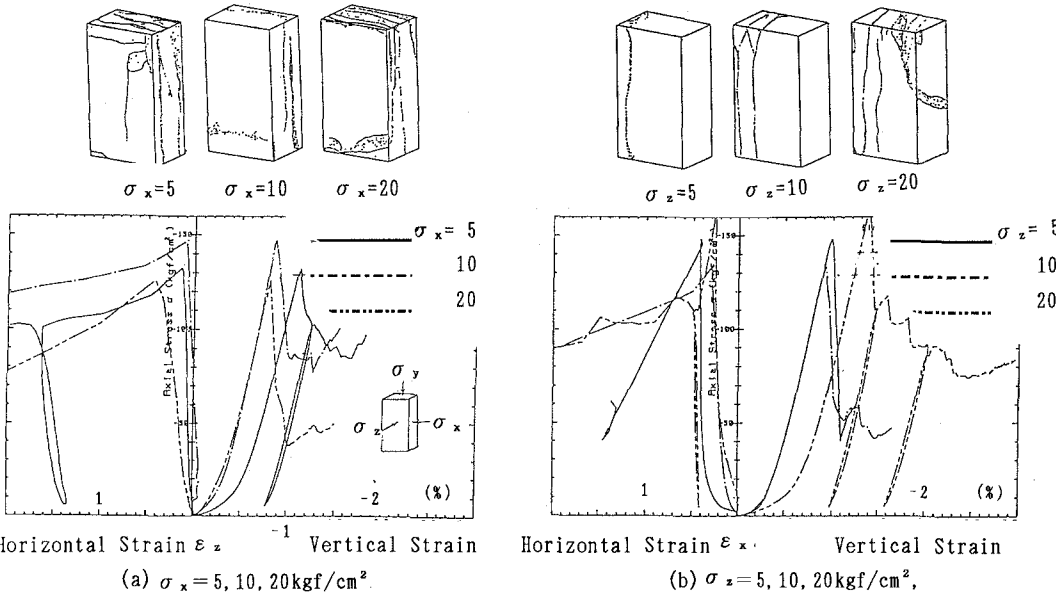


図-1 応力-ひずみ（ $\sigma_y-\epsilon_y$ ）関係

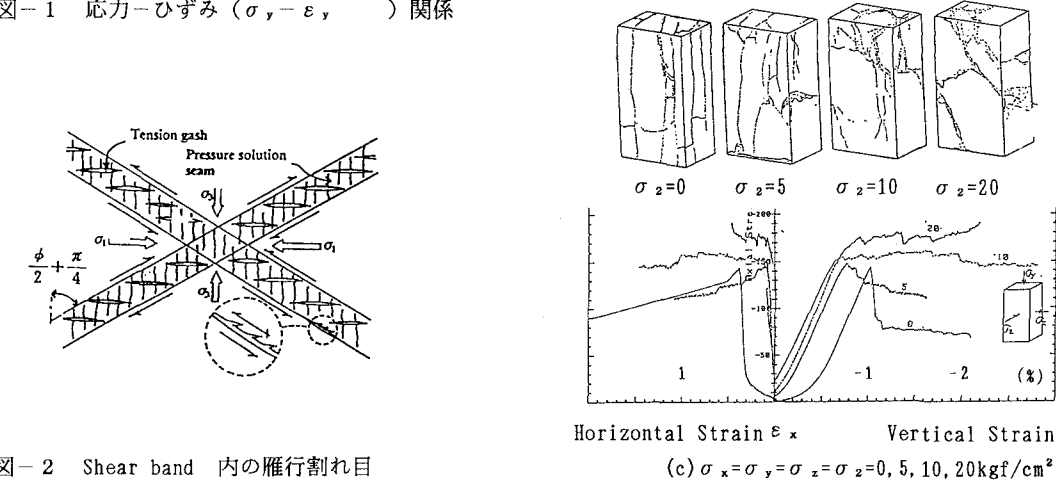


図-2 Shear band 内の雁行割れ目

4. 3次元結晶構造モデル（3次元ボロノイ分割）

2節において3次元場での修正仮想変位法を定式化した、この場合要素形状は任意でよい。そこで、ここでは結晶構造モデルとしてのボロノイ分割を用いた解析を行う。

図-3 aは2次元場でのドローネ (Delaunay)の3角形とボロノイ点であり、このボロノイ点はドローネの3角形の外接円の重心であり、これから図-3 bのボロノイ多角形を作ることができる。図-3 cは境界辺の作図を示したもので、境界線の外側に内点の境像点を選ぶことにより境界線を引くことができる。図-3 dは3次元場でのボロノイ点を示したもので、これは4面体の外接球の重心である。これから2次元場と同様に図-4のように3次元のボロノイ分割を得ることができる。ここでボロノイ要素の各境界は図-5に示されるように凸多角形となる。式(3)で示されるように境界面での積分が必要となるが、これに関しては、図-5で示されるように多角形を3角形に分割して数値積分を行うものとする。また引張破壊の判定に関しては積分点の応力の平均が所定の許容引張力に達した段階で応力解放を行うものとする。

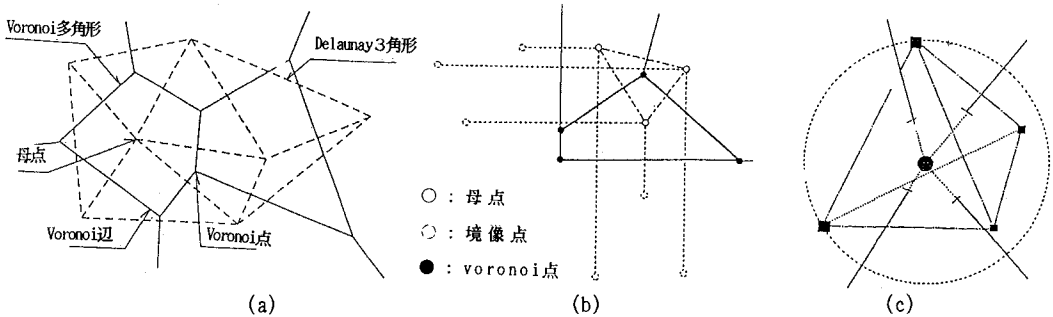


図-3 ボロノイ分割：(a) 2次元場でのドローネの3角形とボロノイ多角形，(b)境界線の設定，(c) 3次元場でのボロノイ点

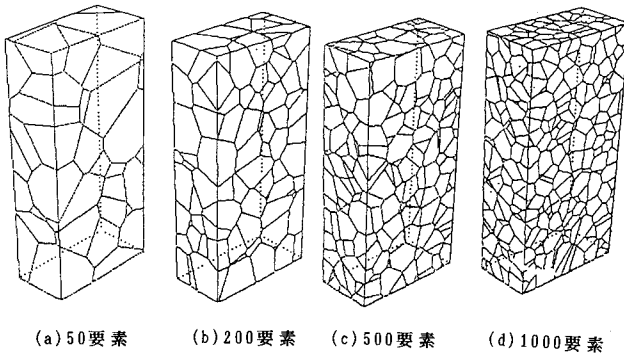


図-4 3次元ボロノイ分割

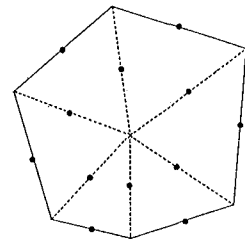


図-5 数値積分点

5. 解析結果

ここでは図-1 cの等方拘束圧（拘束圧を σ_2 とする）が作用した場合の結果について示す。表-1は解析に用いた材料定数であり内部摩擦角 ϕ 及び粘着力 C は一面せん断試験結果から得たものを用いている。また引張強度 σ_t は直径10 cm、厚さ5 cmの供試体の圧裂試験から得られた値である。またヤング係数 E 、ポアソン比 ν は一軸圧縮試験結果から $E=22800 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $\nu=0.25$ とした。表-2は入力値及び解析結果であり図-6はこれを図示したものである。解析では降伏関数はモールクーロンの直線式を用いており、要素内では弾性体として解析している。要素間での降伏に関しては剛体パネモデル (RBSM) で扱われるのと同じであり、ここでは完全弾塑性解析を行っている。また拘束圧 (σ_2) 与え、鉛直荷重 (σ_1) を増分的に与える山田の荷重増分法を用いている。ピーク後の荷重-変位関係を追跡するためには変位増分解析を行うべきであるがここでは荷重増分法を用いているため、急激に変位が増大した時点で計算を打ち切りピーク強度としている。計算結果から得られる内部摩擦角 ($\phi=26^\circ$) は入力値 (27°) とはほぼ同じであるが、粘着力 C は入力値 (43 kgf/cm^2) に対し計算結果 (54) が大きくなっている。ここで引張強度は圧裂試験から得たものであるが

載荷板は岩盤力学国際基準で用いられる円弧圧子を用いており、平板載荷より大きめに出る。また圧裂試験で得られる引張強度は寸法効果による強度低下も報告されており、こうしたことを勘案して引張強度 $\sigma_t=16\text{kgf/cm}^2$ として解析した結果、表-2、図-7で示されるように $\phi=26^\circ$ 、 $c=46\text{kgf/cm}^2$ と入力値とほぼ同じ結果が得られた。こうしたことから、引張強度が全体強度に大きな影響を及ぼしていることがわかる。図-8はせん断破壊及び引張破壊状態を示したものであるが、引張強度 $\sigma_t=24.7\text{kgf/cm}^2$ の場合、拘束圧 $\sigma_2=0$ においても引張破壊が見られずせん断によって破壊している(図-8a)のに比べ $\sigma_t=16\text{kgf/cm}^2$ の場合にはピーク強度に近づくにつれ急速に引張破壊が進展する(図-8b)。

表-1 等方拘束圧 ($\sigma_2=0, 20\text{kgf}$ の場合)

表-2 等方拘束圧 ($\sigma_2=0, 20\text{kgf}$ の場合)

	C	ϕ	σ_t	σ_1	σ_2	すべり角度 $\theta=\phi/2+\pi/4$
実験値				143	0	
				178	20	
計算結果	54	26	24.7	171	0	58
	54	26	24.7	222	20	58
入力値	43	27	24.7			

	C	ϕ	σ_t	σ_1	σ_2	θ
計算結果	46	26	16	150	0	58
	46	26	16	202	20	58
入力値	43	27	16			

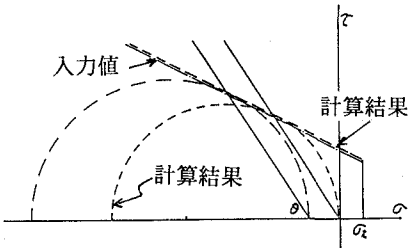
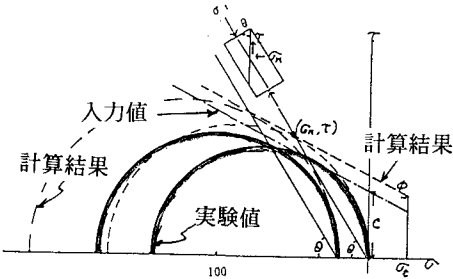
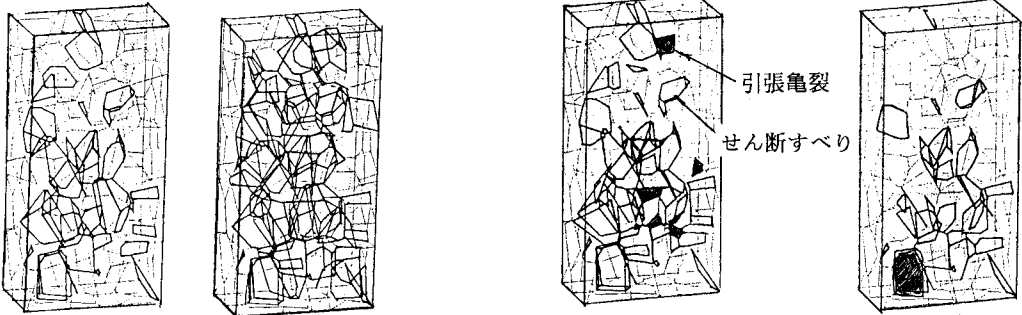


図-6 実験値及び入力値と計算結果の比較
(引張強度 $\sigma_t=24.7\text{kgf/cm}^2$ の場合)

図-7 入力値と計算結果との比較
(引張強度 $\sigma_t=16\text{kgf/cm}^2$ の場合)



$\sigma_1=160\text{kgf/cm}^2$ 時 $\sigma_1=171\text{kgf/cm}^2$ (ピーク時) $\sigma_1=150\text{kgf/cm}^2$ (ピーク時) $\sigma_1=171\text{kgf/cm}^2$ (ピーク時)
(a) $\sigma_2=0, \sigma_t=24.7\text{kgf/cm}^2$ の場合 (b) $\sigma_2=0, \sigma_t=16\text{kgf/cm}^2$ (c) $\sigma_2=20, \sigma_t=16\text{kgf/cm}^2$

図-8 破壊性状

6. 結論

3次元結晶構造解析として修正仮想変位法を用いた解析を行ったが、要素内を弾性体とし、さらに荷重増分解析を行っているなどまだ十分とはいえない。しかし本解析法は中小規模の割れ目を構成則として要素内の降伏関数に反映できる利点を有している。また、熱、流体との連成解析に発展できるので広い範囲への適用性を有しているように思われる。

参考文献
1. 塚本耕治, 沢島良吉, 1993. 地盤の变形と破壊. 第25回岩盤力学に関するシンポジウム
2. 鈴木隆次, 沢島良吉, 1993. 要素形状を考慮した不連続体解析による断層帯の变形と破壊. 第25回岩盤力学に関するシンポジウム
3. J.G.M. van Mier, 1986. Fracture of concrete under complex stress, HERON edited by Stevin-Laboratory of the dep. of Civil Eng., Delft Univ. of Tech., Delft, The Netherlands, Vol. 31, No. 3, pp. 1-90.