

(110)岩盤の粘弾性ひずみ回復を利用した初期応力計測法

日本国土開発(株) 正会員 菊地 慎二
山梨大学工学部 正会員 平島 健一
山梨大学大学院 ○ 沢田 正雄

Theoretical Evaluation for Initial Stresses by Use of Viscoelastic Strain Recovery of Rock

Shinji KIKUCHI JDC Corporation
Ken-ichi HIRASHIMA Yamanashi University
Masao SAWADA Yamanashi University

Abstract

There are many published papers which relate to theoretical analyses for measurement of three-dimensional rock stresses. This paper gives theoretical treatment of initial stresses by use of viscoelastic strain recovery of rock for the particular cases of out-of-plane problems such as shear stresses τ_{xz}^{∞} and τ_{yz}^{∞} applied at infinity. The practical availabilities of this theoretical evaluation are shown by several graphical representations and by the numerical results.

1. はじめに

従来までの応力回復法、応力解放法および水圧破砕法などの初期応力計測法の他に、1980年代前後から、採取したコアを用いた地圧計測法が開発され、いくつかの総合的な報告や研究が最近活発になりつつある^{1),9)}。

本論文では地山岩盤を線形粘弾性体と仮定して初期応力の計測を実施するための解析理論を提示する。実際の問題としては3次元地山応力すなわち、ボアホール径に比較して十分遠方より作用する面内荷重($\sigma_x^{\infty}, \sigma_y^{\infty}, \sigma_z^{\infty}$ および τ_{xy}^{∞})および面外荷重($\tau_{xz}^{\infty}, \tau_{yz}^{\infty}$)を計測する必要があるが、ここではそれらの応力を解析上、分離可能な面内・面外荷重のうち、さし当たり面外荷重問題に限定して、その範囲でOvercoring径の大きさの影響を考慮し、岩盤および埋設計測装置の両方が粘弾性挙動をするものとした解析理論の提示を行う。また、埋設計測装置としては円柱型または円筒型であり、接合面の条件としては完全接合またはある種のすべりがある場合も取り扱う。解析手法は弾性解と線形粘弾性解の間に成立する対応原理に基づいて閉じた型の解析解の誘導を行う。

2. 弾性岩盤に対する解析解

まず、対象とする問題として岩盤部分(Matrix)および中空の円形計測器部分(Inclusion)から構成され、ともに等方性弾性体であるとする。複素変数 $z = x + iy = re^{i\theta}$ の解析関数 $\varphi_k(z)$, ($k = 1, 2$) を用いて各部分の応力、変位の計算式は次のように与えられる。

$$\tau_{rz}^{(k)} - i\tau_{\theta z}^{(k)} = (\tau_{xz}^{(k)} - i\tau_{yz}^{(k)})e^{i\theta} = \varphi_k'(z)e^{i\theta}, \quad G_k u_z^{(k)} = \text{Re}[\varphi_k(z)]. \quad (1)$$

$$\varphi_k(z) = A_k z + B_k z^{-1}. \quad (2)$$

上式の下添字および上添字のカッコ内の k は $k = 1$ のとき Matrix 側、 $k = 2$ のとき Inclusion 側を表す。また、 Re は実部を示す記号である。したがって、各々の領域での応力、変位は次式のように書き表すことができる。

$$(\text{Matrix 側}) : \tau_{rz}^{(1)} - i\tau_{\theta z}^{(1)} = (\tau_{xz}^{(1)} - i\tau_{yz}^{(1)})e^{i\theta} = (A_1e^{i\theta} - B_1e^{-i\theta}/r^2), \quad G_1u_z^{(1)} = r\text{Re}[A_1e^{i\theta} + B_1e^{-i\theta}]. \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$(\text{Inclusion 側}) : \tau_{rz}^{(2)} - i\tau_{\theta z}^{(2)} = (\tau_{xz}^{(2)} - i\tau_{yz}^{(2)})e^{i\theta} = (A_2e^{i\theta} - B_2e^{-i\theta}/r^2), \quad G_2u_z^{(2)} = r\text{Re}[A_2e^{i\theta} + B_2e^{-i\theta}]. \quad \dots\dots\dots(4)$$

さて、式(2)で導入した複素係数 $A_k, B_k, (k=1, 2)$ を決定するために、十分遠方に作用する一様な面外せん断応力を $\tau_{xz}^\infty, \tau_{yz}^\infty$ とし、Fig. 1 において、まず、 $r = R_0$ で円形の Borehole を開削する。次に、その Borehole 内に円筒型の計測器 ($R_1 \leq r \leq R_0$) を埋設設置し、接着硬化を待って、 $r = R_t (> R_0)$ の位置で先の Borehole と同心円上に Overcoring を実施し応力解放する。この操作により設定される境界条件は次式のようにになる。

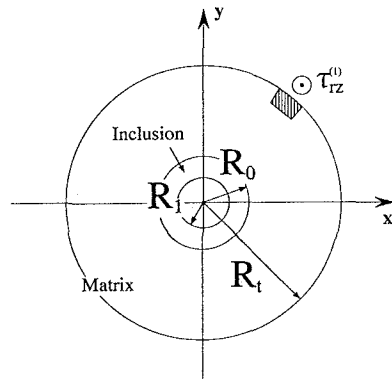


Fig. 1 Applied stress component at finite radius of rock medium with circular inclusion.

$$(A) \rho = \rho_1 \text{ において、} \tau_{rz}^{(2)} = 0. \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(B) \rho = 1 \text{ において、} \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)} = c_1(u_z^{(1)} - u_z^{(2)}). \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(C) \rho = \rho_t \text{ において、} \tau_{rz}^{(1)} = -\left(1 - \frac{1}{\rho_t^2}\right)(\tau_{xz}^\infty \cos \theta + \tau_{yz}^\infty \sin \theta). \quad \dots\dots(7)$$

$$\rho = \frac{r}{R_0}, \quad \rho_1 = \frac{R_1}{R_0}, \quad \rho_t = \frac{R_t}{R_0}. \quad \dots\dots\dots(8)$$

なお、上式の ρ_t を $\rho_t \rightarrow \infty$ とすれば無限遠方での Overcoring の場合に一致することになる。また、式(4)で導入したパラメータ c_1 は、 $c_1 \rightarrow \infty$ のとき、通常に設定される完全接合の境界条件に、また $c_1 \rightarrow 0$ のとき、完全すべりの条件に近づく。この後者の場合には Inclusion 内には何らの応力も発生しなくなる。したがって、 c_1 が有限値をとるときには、応力の大きさに応じたすべり変位 ($u_z^{(1)} - u_z^{(2)}$) を許す条件となる。

式(3)～(8)を組み合わせて解けば、最終的に、未知係数 $A_k = A'_k + iA''_k, B_k = B'_k + iB''_k, (k=1, 2)$ が簡潔な形で求められ、それらはいろいろな意味で一般的なものである。例えば、上式において

- ① $\rho_t = R_t/R_0 \rightarrow \infty$ に漸近させれば、無限遠位置で Overcoring した場合に、
- ② $\rho_1 = R_1/R_0 = 0$ に設定すれば、中実の円柱型埋設計測器とした場合に、また
- ③ $c_1 \rightarrow \infty$ に漸近させれば、境界 L での応力、変位の完全接合とした場合に、

それぞれ一致するような理論解に帰着する。具体的に $\rho_t \rightarrow \infty, c_1 \rightarrow \infty$ とした、いわゆる完全接合の円筒型埋設計器を設置して無限遠位置で Overcoring する場合の応力、変位は次式のようにになる。

(Matrix 側) :

$$\tau_{rz}^{(1)} = \left\{1 + \left(\frac{R_0}{r}\right)^2 \varepsilon_0\right\}(\tau_{xz}^\infty \cos \theta + \tau_{yz}^\infty \sin \theta), \quad \tau_{\theta z}^{(1)} = -\left\{1 - \left(\frac{R_0}{r}\right)^2 \varepsilon_0\right\}(\tau_{xz}^\infty \sin \theta - \tau_{yz}^\infty \cos \theta). \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$u_z^{(1)} = \frac{r}{G_1} \left\{1 - \left(\frac{R_0}{r}\right)^2 \varepsilon_0\right\}(\tau_{xz}^\infty \cos \theta + \tau_{yz}^\infty \sin \theta). \quad \dots\dots\dots(10)$$

(Inclusion 側) :

$$\tau_{rz}^{(2)} = \frac{2}{\Delta'} \left\{1 - \left(\frac{R_1}{r}\right)^2\right\}(\tau_{xz}^\infty \cos \theta + \tau_{yz}^\infty \sin \theta), \quad \tau_{\theta z}^{(2)} = -\frac{2}{\Delta'} \left\{1 + \left(\frac{R_1}{r}\right)^2\right\}(\tau_{xz}^\infty \sin \theta - \tau_{yz}^\infty \cos \theta). \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$u_z^{(2)} = \frac{2r}{G_2 \Delta'} \left\{1 + \left(\frac{R_1}{r}\right)^2\right\}(\tau_{xz}^\infty \cos \theta + \tau_{yz}^\infty \sin \theta). \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta'_1}{\Delta'}, \quad \Delta' = \rho_1^2(\Gamma_1 - 1) + (\Gamma_1 + 1), \quad \Delta'_1 = -\{\rho_1^2(\Gamma_1 + 1) + (\Gamma_1 - 1)\}. \quad \dots\dots\dots(13)$$

上式で、さらに $R_1 \rightarrow 0$ としたものは円柱型埋設計測器に帰着する。そのとき、Inclusion 内で生じる応力場は

$$\tau_{xz}^{(2)} = -\frac{2}{\Gamma_1 + 1} \tau_{xz}^{\infty}, \quad \tau_{yz}^{(2)} = -\frac{2}{\Gamma_1 + 1} \tau_{yz}^{\infty} \quad \dots\dots\dots (14)$$

となって、Inclusion 内の任意位置で場所によらず一定の応力場が達成されるという、極めて顕著な結果を示している。これは Eshelby による指摘⁸⁾と一致するものである。

3. 粘弾性岩盤に対する解析解

前節に示した弾性問題の基本解をもとに、弾性問題と線形粘弾性問題の間に成立する対応原理を利用すれば、一般的な線形粘弾性モデルに対する閉じた型の解析解が得られることになる。しかるに、ここで対象としている問題中に現れる弾性定数はせん断弾性係数 G_k , ($k=1,2$) のみであるから、 G_k に関連した係数と作用荷重の時間的載荷状態に応じた Laplace 変換ならびにその逆変換によって所要の粘弾性解が得られる。

そこで、今、時刻 $t=0$ で Borehole が開削され、その状態で計測器の埋設接着が完了し、 $r=R_t$ の位置での Overcoring により、直ちに応力解放がなされるものとすれば、例えば、Fig. 2 に示した Burgers タイプの粘弾性モデルの場合、 G_k に関する Laplace 変換公式は次のようになる。

$$L[G_k] = \overline{G}_k = \mu_2^k \frac{s(s+1/\tau_1^k)}{s^2 + a_k s + b_k} \quad (k=1,2) \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$a_k = \frac{\tau_1^k + \tau_2^k + \eta_2^k/\mu_1^k}{\tau_1^k \tau_2^k}, \quad b_k = \frac{1}{\tau_1^k \tau_2^k}, \quad \tau_j^k = \frac{\eta_j^k}{\mu_j^k} \quad \dots\dots\dots (16)$$

上式中の μ_j^k, η_j^k は Matrix ($k=1$) または Inclusion ($k=2$) に対する Burgers モデルの力学定数を表す (Fig. 2 参照)。なお、式 (17),(18) で $1/\eta_2^k$ を零に設定すれば、Standard モデルに帰着することになる。さらに $1/\mu_2^k$ を零とすれば Kelvin モデルに帰着する。それらに対する Laplace 逆変換は通常の数学公式集¹⁰⁾を用いて陽な形で求めることができるが、具体的な時間依存の解の提示は省略する。

4. 数値計算例

最終的な時間依存の解として、Overcoring 径、接合面のすべりなどを考慮した最も一般的なものが得られている。ここでは、岩盤部分 (Matrix) を粘弾性体、円形計測器部分 (Inclusion) を弾性体と仮定し、 τ_{xz}^{∞} のみが作用する場合の接合面における z 方向の変位 u_z に関する数値計算結果を示す。Fig. 3 は、Overcoring 径を計測器半径 R_0 の 2~100 倍までのものを取り、変位 u_z にどのような影響を及ぼすかを示したものである。接合面は完全接合とし、計測器は忠実 (Solid) である。 $R_t/R_0 = 2 \sim 6$ あたりで、変位 u_z は徐々に大きくなっていくが、10 以上ではほとんど変化はみられない。ここでの $t=0$ の値 (すなわち、弾性解) は、無限遠方での Overcoring を前提とした Duncan-Fama、Edwards らのものに一致していることはすでに確認しており、そのことから粘弾性問題に対しても Overcoring 径の影響が完全に考慮されて

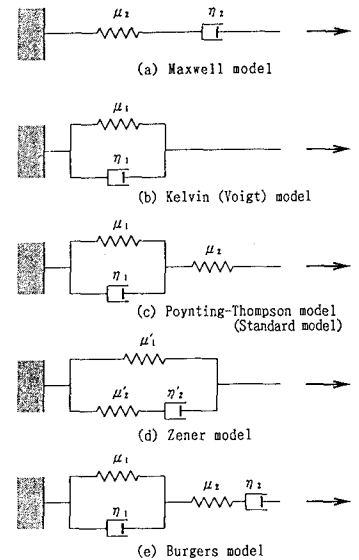


Fig. 2 Various linear viscoelastic models.

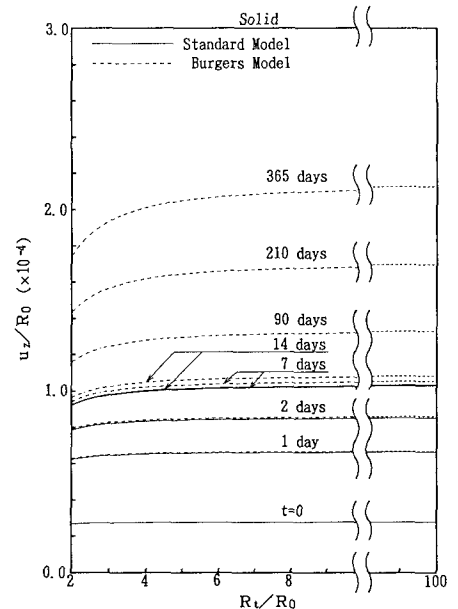


Fig. 3 Time variations of displacement u_z at boundary for the cases of Burgers and Standard models ($R_t/R_0 = 2 \sim 100$)

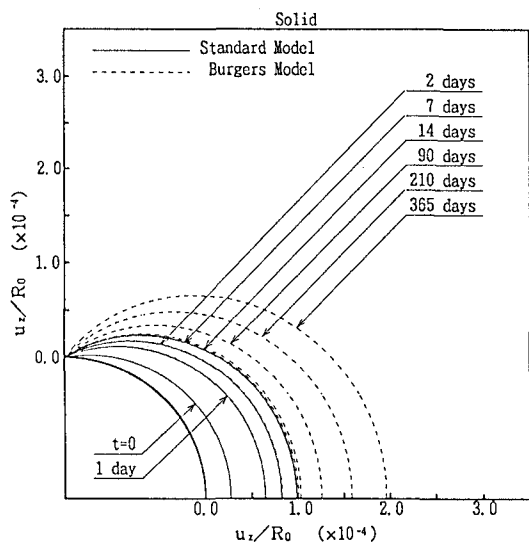


Fig. 4 Time variations of displacement u_z at boundary for the caces of Burgers and Standard models ($R_t/R_0 = 3$)

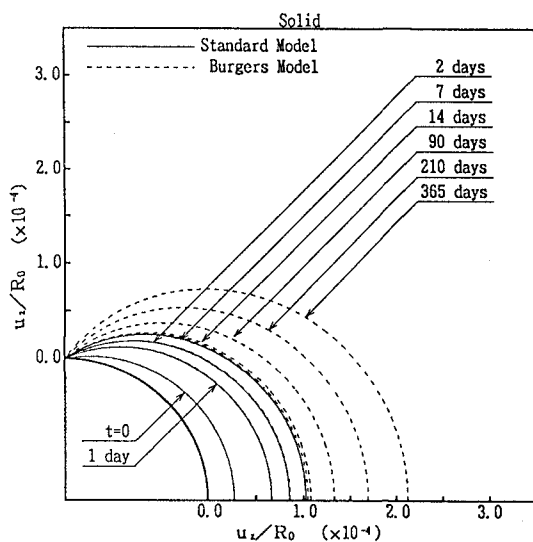


Fig. 5 Time variations of displacement u_z at boundary for the caces of Burgers and Standard models ($R_t/R_0 = 100$)

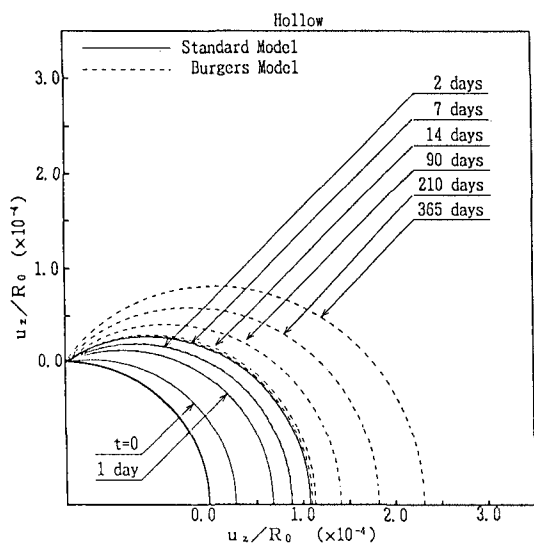


Fig. 6 Time variations of displacement u_z at boundary for the caces of Burgers and Standard models ($R_t/R_0 = 3$, Hollow Inclusion)

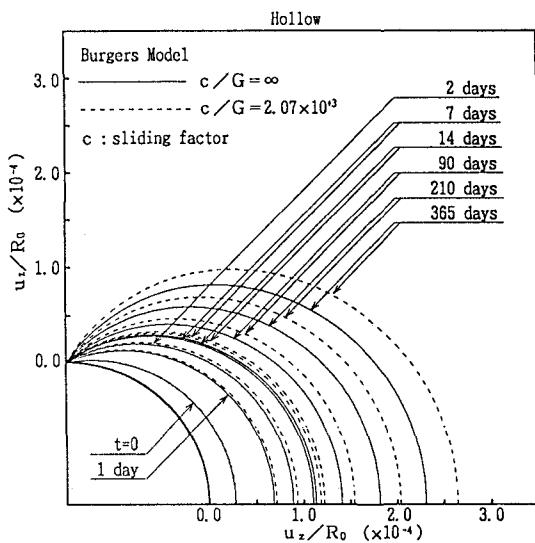


Fig. 7 Time variations of displacement u_z at boundary for the caces of Burgers models ($R_t/R_0 = 3$, Hollow Inclusion, $c = \text{finite}$)

いることがわかる。Fig. 4、Fig. 5はそれぞれ、Fig. 3で $R_t/R_0 = 3$ および 100 としたときの計測器周辺における変位 u_z を示したものである。Standard Model と Burgers Model を比較すると、Standard Model では、7 日目で一定値に漸近するが Burgers Model の方では、その後も時間経過に伴い変位が進行していく。このことは Fig. 2 からわかる。Fig. 6 は、計測器を中空 (Hollow) としたものであり、変位が大きくなっている。Fig. 7 は、さらにすべりに関するパラメーター c を有限とし、Burgers Model について完全接合のものと比較したものである。すべりによって変位はさらに大きくなっている。

5. おわりに

本論文では、Overcoring 径、接合面のすべりを考慮した弾性基本解をもとに、 G_k に関連した係数と作用荷重の時間的載荷状態に応じた Laplace 変換ならびにその逆変換により、粘弾性解が得られることを示した。この結果から初期応力 $\tau_{xz}^\infty, \tau_{yz}^\infty$ の計測が可能となる。面内応力 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ および直応力 σ_z^∞ の計測法について理論および数値例は講演会当日に発表予定である。

参考文献

- 1) 例えば、「コアを用いた地圧計測ワークショップ論文集」, 資源・素材学会, 87p., 1991.
- 2) 平島健一・浜野浩幹: 異方性弾性地山内の応力測定理論に関する二、三の考察, 土木学会論文集, No.382/Ⅲ-7, pp.141~147, 1987.
- 3) 平島健一・浜野浩幹: 測定用の円柱状埋設物による異方性弾性地山の初期(変動)応力の解析理論, 土木学会論文集, No.406/Ⅲ-11, pp.175~184, 1989.
- 4) 平島健一・佐久間彰三・菊地慎二・松田武: 円柱状埋設型計測装置を用いた地山応力測定結果に及ぼす接着層、すべりおよびオーバーコアリング径の影響の理論解析, 土木学会論文集, No.424/Ⅲ-14, pp.207~216, 1990.
- 5) 菊地慎二・佐久間彰三・平島健一・松田武: 三次元地山応力測定のための中空埋設型計測装置の理論解析, 土木学会論文集, No.430/Ⅲ-15, pp.143~152, 1991.
- 6) 平島健一・熊坂博夫・桜井英行・柴田善央: 二次元面内荷重下での円形・楕円形トンネルを有する粘弾性岩盤の変位解析, 土木学会論文集(投稿中)。
- 7) 平島健一・熊坂博夫・三谷泰浩・柴田善央: 面外せん断荷重下での円形・楕円形トンネルを有する粘弾性岩盤の変位解析, 土木学会論文集(投稿中)。
- 8) Eshelby, J.D.: The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol.241, pp.376~396, 1957.
- 9) 松木浩二: 岩石の非弾性ひずみ回復を用いた三次元地圧計測法の理論的検討, 資源・素材学会誌, 第108巻, pp.41~45, 1992.
- 10) 例えば、McCollum, P.A. and Brown, B.F.: Laplace Transform Tables and Theorems, Holt, Rinehart and Winston, 117p., 1965.