

(23) 土被りの浅いトンネルの変形挙動解析へのせん断帯形成理論の適用

金沢大学工学部 正 矢富盟祥 山口大学工学部 正 中川浩二
山口大学工学部 正 ○ 清水則一 岸田 晋 八木田茂生

Application of Theory of Shear Bands Formation to Analysis of Shallow Tunnels

Chikayoshi YATOMI, Kanazawa University
Koji NAKAGAWA, Norikazu SHIMIZU, Susumu KISHIDA
and Shigeo YAGITA, Yamaguchi University

Abstract

Some field measurement results have revealed that shear bands occurred in the vicinity of tunnels may be a key to understand mechanism of the mechanical behavior of shallow tunnels. It is, however, difficult to consider shear bands in conventional numerical/analytical methods based on the infinitesimal deformation theory. In this paper, the theory of shear bands formation based on a finite deformation model incorporated with a non-coaxial term is adopted. Then its applicability to analyses of shallow tunnel problems is discussed through a numerical simulation.

1. はじめに

最近、都市部周辺の砂質・粘性土層などの未固結地山の浅い位置に、トンネルを掘削する機会が増加している。そのようなトンネルにおいては、山岳地山のトンネルでは見られない特徴的な力学的挙動を示すことがしばしばある。そして、それらの挙動は従来の解析手法によっては十分に表わし得ないことが、現場計測を通して明らかになってきた。

たとえば、地表面沈下を例にとると、未固結地山の浅いトンネルではトンネルの天端沈下と天端の直上地表面の沈下がほぼ同じ値となる場合（いわゆる「とも下がり」現象）がある。ところが、従来の解析（微小変形理論に基づく弾性解析や弾塑性解析など）では地表面沈下の値は天端沈下に比べてかなり小さい値となる（図1(a)参照）。また、地表面沈下の形状については、現実の浅いトンネルでは掘削領域近傍に変位が集中し、トンネルから遠方には変位があまり伝わらないこともあるが、従来の解析では、地表面変位は遠方までなだらかに生じる（図1(b)）。もちろん、従来の解析によって十分説明できる場合も少なくないが、特に未固結地山においては上に述べた状況に出合うことがしばしばある。

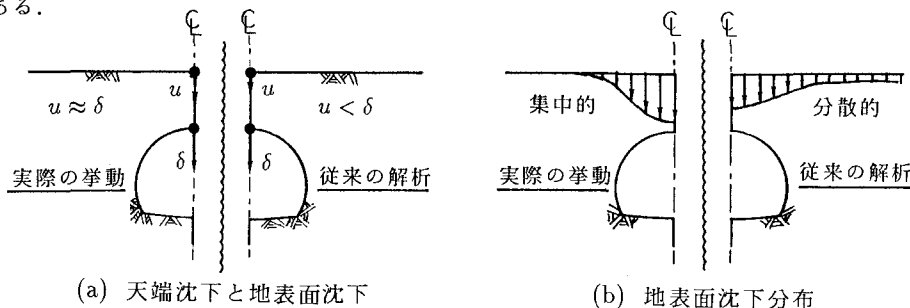


図1 土被りの浅いトンネルの特徴的な変位挙動の例

そのような変形挙動は、トンネル周辺、特にトンネル上部の領域が他の領域に対して相対的に剛体のように挙動するために生じたものと思われる。そして、その剛体的な挙動は、トンネルを掘削することによって地山内部にせん断ひずみが集中する領域、すなわち、せん断帯が形成されることが原因となっているのではないかと考えられる。

図2は、HansmireとCordingがワシントンD.C.の地下鉄において計測した地中変位から計算によって求めた地山の最大せん断ひずみの分布である[1]。トンネルのスプリングライン付近から地表面に向かい、せん断ひずみが集中している様子がわかる。また、図3は、桜井[2]が、現場計測変位に基づいてせん断ひずみが集中している領域を仮定し、逆解析によって得た地山の最大せん断ひずみ分布の推定図である。この例においても、Hansmireらが得たと同様な位置にせん断ひずみが集中している。これらの結果は、せん断ひずみの集中した領域(以後、せん断帯と呼ぶ)は浅いトンネルの挙動のメカニズムを解明するために重要な鍵であることを示唆していると思われる。

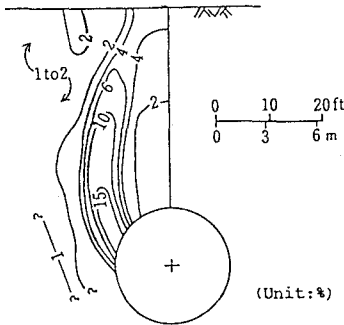


図2 土被りの浅いトンネル周辺の最大せん断ひずみ分布(現場計測による)[1]

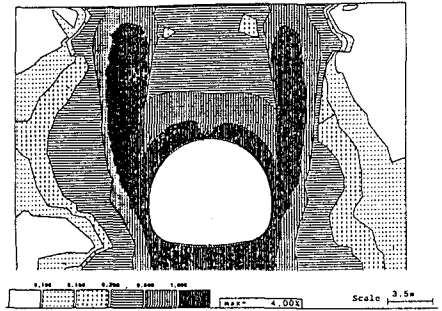


図3 土被りの浅いトンネル周辺の最大せん断ひずみ分布(逆解析による)[2]

以上のことから、未固結地山の土被りの浅いトンネルの解析において、掘削時にせん断帯が自然に発生しその影響を考慮できる新たな解析手法を開発することは、今後の研究の一つの方向と考えられる。そこで、本研究ではせん断帯形成理論に注目し、その理論のトンネル掘削問題への適用の可能性を調べることにする。

2. せん断帯形成理論の概要

著者の一人(矢富)は、有限変形弾塑性理論に立脚して土質材料を対象にせん断帯形成に関する一般的理論の展開を行った[3]。そこでは、塑性ひずみ増分の主方向が主応力方向と一致しない、いわゆる、非共軸型の弾塑性モデルを用いてせん断帯が発生する条件等について詳しく論じている。本研究では、このモデルを用いて解析を行うため、以下に理論の概要を述べる。

2.1 構成式

本研究では地山材料の構成式として、有限変形に拡張され、さらに非共軸項を加えた Cam-clay モデルを用いる。まず、有限変形の共軸 Cam-clay モデル (coaxial Cam-clay model) の構成式[3]を次式に示す。

$$\dot{T}_{ij}' = \left\{ \left(\tilde{K} - \frac{2}{3}\tilde{G} \right) \delta_{ij}\delta_{kl} + \tilde{G}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{\left(\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}} S_{ij} - \tilde{K}\tilde{\beta}\delta_{ij} \right) \left(\frac{\tilde{G}}{\tilde{\tau}} S_{kl} - \tilde{K}\tilde{\beta}\delta_{kl} \right)}{\tilde{G} + \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h} \right\} D_{kl} \quad (1)$$

ただし、 $\dot{T}_{ij}'$ は有効 Cauchy 応力 T_{ij}' の Jaumann 速度 ($\dot{T}_{ij}' = \dot{T}_{ij}' - W_{ik}T_{kj}' + T_{ik}'W_{kj}$, $\dot{\cdot}$ は物質時間微分, W_{ij} はスピンテンソル), D_{kl} は変形速度テンソル(ストレッチングテンソル), δ_{ij} は Kronecher のデルタである。他の記号の意味は表1にまとめて示す。さらに、非共軸モデル (non-coaxial model) に拡張する場合には、式(1)におけるパラメータを以下のように変換すればよい[3]。

$$\tilde{G} \rightarrow \frac{h_1\tilde{G}}{(h_1 + \tilde{G})}, \quad \tilde{K} \rightarrow \frac{(h_1 - h)\tilde{K}}{h_1 - h - \tilde{\beta}^2\tilde{K}}, \quad h \rightarrow \frac{h_1h}{(h_1 - h)}, \quad \tilde{\beta} \rightarrow \frac{h_1\tilde{\beta}}{(h_1 - h)} \quad (2)$$

表 1: 構成式に含まれるパラメータ

T_{ij} :全 <i>Cauchy</i> 応力 p' :有効平均応力 $T'_{ij} = T_{ij} + u\delta_{ij}$	T'_{ij} :有効 <i>Cauchy</i> 応力 (引張を正. ただし, u, p' に関しては圧縮を正) $p' = -T'_{kk}/3$	S_{ij} :偏差応力 (引張を正. ただし, u, p' に関しては圧縮を正) $q = \sqrt{(3/2)S_{ij}S_{ij}}$	u :間隙水圧 $\bar{\tau} = q\sqrt{(1/3)}$
$\lambda = 0.434C_c$ (C_c :圧縮指数) ν :ポアソン比 $\bar{K} = (1+e)p'/\kappa$	$\kappa = 0.434C_s$ (C_s :膨潤指数) D :ダイレイタンス係数 ($= (\lambda - \kappa)/M(1+e)$) $\bar{G} = 3(1-2\nu)\bar{K}/2(1+\nu)$	M :限界状態パラメータ $\beta = (M - q/p')/\sqrt{3}$	e :間隙比 $h = p'\beta/\sqrt{3}D$

ただし, h_1 は第2硬化係数と呼び次式のように仮定する [3].

$$h_1 = \frac{p'\bar{\beta}}{\sqrt{3}A} (> 0) \quad (3)$$

ここで, 定数 $A(> 0)$ は非共軸性の強さを表すパラメータである.

2.2 非共軸性について

非共軸モデルはこれまでいくつか提案されているが, 本研究の構成式は Rudnicki と Rice のモデル [4] を参考にしている. 本節では, 非共軸の意味とその効果について簡単に述べる. 式 (1) と (2) に示した構成式において, 塑性ひずみ (変形速度) 増分の偏差成分 D_{ij}^{*p} は次のように表される [3].

$$2D_{ij}^{*p} = \frac{1}{h} \frac{S_{ij}}{\bar{\tau}} \left(\frac{S_{kl}}{2\bar{\tau}} \dot{T}'_{kl} - \bar{\beta} \frac{\dot{T}'_{kk}}{3} \right) + \frac{1}{h_1} \left(\dot{S}_{ij} - \frac{S_{ij}S_{kl}}{2\bar{\tau}} \dot{S}_{kl} \right) \quad (4)$$

ただし, $\dot{S}_{ij}$ は $\dot{T}'_{ij}$ の偏差成分である. ここで, 右辺第一項は偏差応力 S_{ij} との共軸成分であり, 第二項の () 内は偏差応力と (内積がゼロとなる意味で) 直交するテンソルである. そして第二項の () の係数として前出の第二硬化係数の逆数が選ばれている. 共軸モデルの場合, 応力の増分方向とは無関係に現時点の応力方向に塑性ひずみ増分が向くのに対し, 非共軸モデルの場合, 式 (4) の右辺第二項の効果によって応力増分方向に塑性ひずみ増分の成分が生じる.

さらに, 平面ひずみ状態における非圧縮変形の問題を考えると非共軸項の効果がより直感的に理解される. すなわち, この場合, 構成式は次のように書ける [3].

$$\dot{T}'_{11} - \dot{T}'_{22} = 2\mu^*(D_{11} - D_{22}), \quad \dot{T}'_{12} = 2\mu D_{12} \quad (5)$$

ただし, μ^* および μ はそれぞれ次のようになる.

$$\mu^* = \frac{\tilde{G}\tilde{h}}{\tilde{G} + \tilde{h}} \quad (\tilde{h} = \bar{K}\bar{\beta}^2 + h), \quad \mu = \frac{h_1\tilde{G}}{h_1 + \tilde{G}} \quad (< \tilde{G}) \quad (6)$$

共軸モデルの場合, μ^* は非共軸モデルと同じであるが, $\mu = \tilde{G}$ である. すなわち, 共軸モデルでは塑性変形が進行しても, 単純せん断 (式 (5)₂) のせん断剛性 μ は弾性状態のまま ($\mu = \tilde{G}$) 変化しない. それに対して, 非共軸モデルの場合, 変形の進行 (h_1 が小さくなる) とともに単純せん断剛性 μ が低下するので (式 (6)₂ 参照), せん断ひずみの集中が起こり易くなると考えられる.

地盤材料について, 非共軸性の観点にたった実験的な構成式の研究はまだ十分進められていないが, 最近の成果によると土質材料の塑性変形において非共軸性の存在が認められている [5].

3. トンネル掘削の数値シミュレーション

ここでは、前章に述べた理論に基づき開発された有限要素解析プログラム *SHEBLA*[6] を用いて、トンネル掘削のシミュレーションを行う。なお、計算は簡単のため非排水(非圧縮)問題として行った。

図4に解析モデルを示す。トンネル掘削は通常、初期応力を解放することによってシミュレートすることが多いが、本解析ではトンネル内空の変位制御問題として取り扱う。解析の一例として、トンネル底盤中央に向かい円形形状を保持するように壁面に変位を与えるケースを解く。入力パラメータは、 $\lambda = 0.231, \kappa = 0.042, \nu = 0.333, M = 1.430, e = 1.5$ ($D = 0.053$) である。これは、軟弱な飽和粘土に対するものである。また、初期等方圧密応力 (p'_0) は 1.0 kg/cm^2 とした。

図5に解析結果として変形状況と、各要素の応力状態について、弾塑性状態、弾性状態および限界状態 ($q/p' = M$) を判別して示している。図5からトンネル掘削の進行とともに、トンネルのスプリングラインと脚部周辺の地山から、天端周辺および地表面に向かって地山が限界状態に移行している様子がわかる。

図6に地山内の要素 E1~E4(図4参照) の応力パスを示す。この図から、トンネル脚部の要素 E1 および斜め上方の要素 E2 は掘削の進行とともに限界状態に接近し、また、限界状態に達した要素群(スプリングラインと脚部周辺の地山から地表面にかけて)の内外にある要素 E3 および E4 は弾塑性状態で変形した後、弾性状態に移行する様子がわかる。さらに、天端直上の地表面中央沈下と天端沈下の比を求めると、トンネルの掘削の進行とともに「とも下がり」現象が生じており(図7参照:地表面中央沈下と天端沈下の比が 100% に近づいて行く)、1. で述べた土被りの浅いトンネルの変形挙動の特徴(図1(a))が本解析において得られている。以上のことは、限界状態に達した要素群に囲まれた E3 を含むトンネルの上部領域全体が、E4 を含むその外側の領域に対してトンネル内空方向に大きく変位し、限界状態に達した要素およびその周辺でせん断帯が形成されているものと思われる。また、図8に要素 E1 および E3 のせん断剛性率 ($\mu/2\mu^*$) の変化を示す。同図には増分釣合式の特性領域が示されており、要素 E1 が限界状態に達する過程で、増分釣合式が楕円型 (E), 双曲型 (H), 放物型 (P) に推移していく様子がわかる。要素 E3 は弾塑性状態にあり、増分釣合式はもとの楕円型を保っている。

なお、図5に示す解析結果からは、本解析ではせん断帯が十分形成されていないように見えるが、これについてはさらに細かい要素分割を行い解析する必要がある。

4. むすび

本研究では、未固結地山における土被りの浅いトンネルの解析に、非共軸有限変形弾塑性理論の適用を試みた。その結果、従来の微小変形弾塑性解析などでは得ることが困難であった土被りの浅いトンネルの種々の特徴的な力学的挙動が、本解析によって得られることがわかった。

参考文献

- [1] W. H. Hansmire and E. J. Cording. Soil tunnel test section: Casehistory summary. *J. Geotech., ASCE*, 111(11):1301-1320, 1985.
- [2] S. Sakurai. Numerical analysis for the interpretation of field measurements in geomechanics. C. S. Desai and G. Gioda, editors, *Numerical Methods and Constitutive Modelling in Geomechanics*, pages 351-407, Springer-Verlag, 1990.
- [3] C. Yatomi, A. Yashima, A. Iizuka, and I. Sano. General theory of shear bands formation by non-coaxial Cam-clay model. *Soils and Foundations*, 29(3):41-53, 1989.
- [4] J. W. Rudnicki and J. R. Rice. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 23:371-394, 1975.
- [5] 例えば 安福規之、村田秀一、兵動正幸、浜田透、永富晋一. 主応力方向の変動を繰返し受けた変形特性. 土質工学研究発表会, 1:471-474, 1992.
- [6] C. Yatomi, A. Yashima, A. Iizuka, and I. Sano. Shear bands formation numerically simulated by a non-coaxial Cam-clay model. *Soils and Foundations*, 29(4):1-13, 1989.

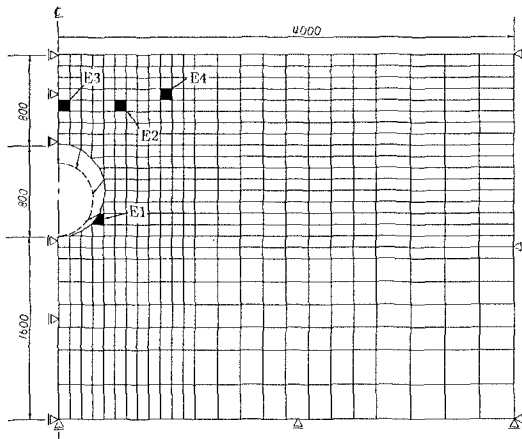
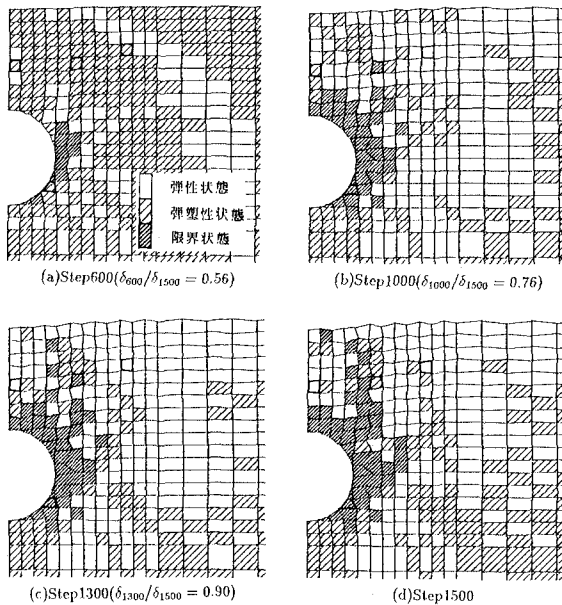


図4 解析モデル



(δ_i : Step i の天端沈下, δ_{1500} : Step 1500 の天端沈下)

図5 解析結果

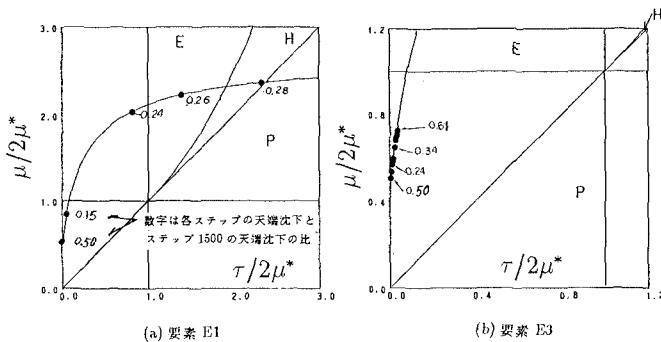


図8 せん断剛性率の変化と特性領域内の軌跡

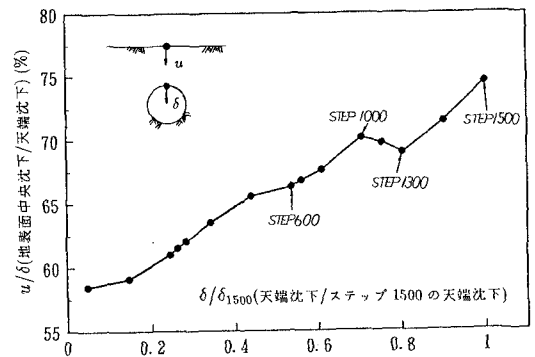


図7 地表面中央の沈下と天端沈下の比

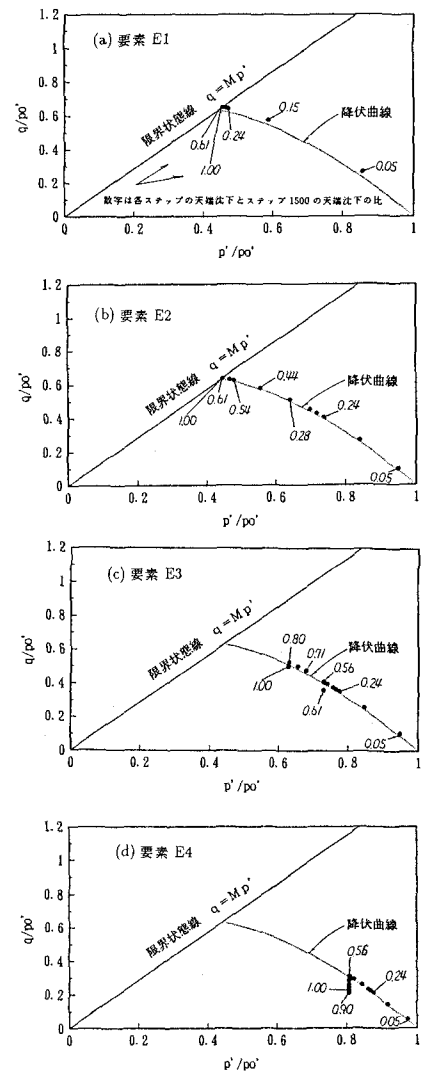


図6 応力パス