(20)岩盤の構成式モデルにおけるジョイントの連結性の評価とその妥当性の検証

東京大学　正会員　○　堀井　秀之
東京大学　学生会員　吉田　秀典
東京大学　学生会員　久保田　啓二朗

Evaluation of Effect of Joint Connection in Constitutive Model of Rock Masses and Verification of Its Validity

Hideyuki HORII, University of Tokyo
Hidenori YOSHIDA, University of Tokyo
Keijiro KUBOTA, University of Tokyo

Abstract

For an analysis method for rock masses to provide reliable predictions, it must base on the governing mechanisms of the behavior of rock masses, the deformation and fracture of joints. Homogenization theory, which is the micromechanics-based continuum theory, is suitable for the analysis of rock behaviors. In the present article, the concept of the homogenization theory is presented, and the constitutive modelling of highly joined rock masses in the previous work [1] is explained from a point of view of the homogenization theory. One of the difficulties in the constitutive modelling of highly jointed rock masses is the estimation of the effect of joint connection. The validity of the previously proposed method is evaluated by comparing results of simulation by BEM with the prediction by the constitutive model. The parameter for joint connection employed in the constitutive model is shown to have a relationship with actual state of the joint connection.

１．はじめに

不連続性岩盤に対する解析手法の確立は、岩盤力学における重要な課題の一つである。例えば、大規模空洞掘削過程の解析は安定性の評価や設計の上で不可欠であるが、今後、地質条件のより難しい地点に地下発電所を建設してゆく必要があるとすれば、その解析には非常に高い精度・確度が要求されよう。空洞側壁のはらみ出しが、１ｍに数本程度以上の間隔にあるジョイントの変形・破壊に支配されているような場合には、個々のジョイントを個別に取り扱うことはできず、等価な連続体に置き換えて解析することが必要となる。しかし、予測に十分な確度を要求されるような場合には、適当に弾性定数を低減するといったような解析方法では信頼性を確保することは難しく、解析の基となる等価な連続体の挙動は個々のジョイントの変形・破壊挙動を反映したものでなくてはならない。

Homogenization理論は、マイクロクラック、不均一介在物等の微視構造要素の存在、あるいはその発生・成長に支配された物体の力学挙動に対する連続体理論のひとつであり、定式化にあたっては個々の微視構造要素をモデル化し、その挙動を定式化した上で平均化操作を行うことにより等価な連続体としての挙動、すなわち構成式を導いている。この理論は個々のジョイントの挙動に支配される不連続性岩盤の解析に適していると考えられる。文献[1]ではHomogenization理論に基づきジョイントを多数有する岩盤の構成式モデルを提案している。そこではジョイントの変形のみを考慮している。文献[2]ではジョイントの変形は考慮せず、ジョイントの破壊を考えて岩盤の構成式を導いている。本論文では、Homogenization理論の概念を紹介し、その岩盤に対する適用性を論じ、さらに、岩盤の構成式の構築において問題となるジョイントの連結性の評価方法を議論し、その妥当性の検証を試みる。

２．Homogenization理論の概要

Homogenization理論は微視構造を有する物体に対する連続体理論であるが、取り扱われる微視構造要素はどの様なものであってもよい。ここでは、説明のためにマイクロクラックを有する物体を例に考える（図１）。物体の挙動はマイクロクラックの存在・進展に依存しているが、その数は多く、個別に取り扱うことはできないものとする。そこで、マイクロクラックを有する物体と等価な連続体を考え、連続体の問題に置き換えるわけであるが、どのよ

うに等価な連続体を定義するかが問題となる。Homogenization理論では、微視構造要素をモデル化し、平均化操作を導入することにより、巨視的な構成式を導く。

ある点に着目し、その点を含む部分領域を考える。この領域を代表要素と呼び、その寸法は微視構造要素の代表寸法に比べて十分大きく、問題全体の代表寸法に比べて十分小さいものとする。この代表要素における平均応力と平均ひずみの関係、すなわち巨視的構成式を求め、この構成式が等価な連続体の一点における材料の挙動を与えるものとして連続体の解析を行う。

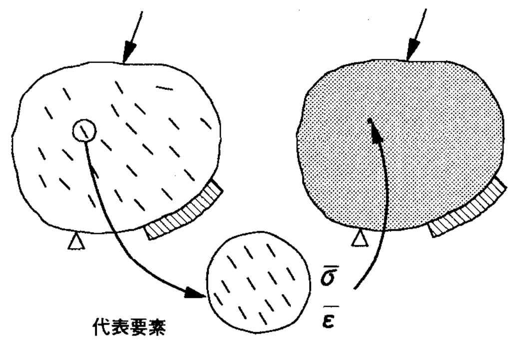

図１　微視構造を有する物体の問題と等価連続体の問題

代表要素における平均応力と平均ひずみの関係は、内在するマイクロクラックの寸法、密度、方向分布、空間的配置、および各マイクロクラックの進展に依存する。マイクロクラックをモデル化し、マイクロクラック間の相互干渉を評価して解を求め、平均を取ることにより平均応力と平均ひずみの関係が求まるが、その方法を総称して平均化手法と呼ぶ。特に相互干渉の効果の評価方法について多くの研究があり、いくつかの平均化手法が提案されている。最も簡単な平均化手法は、マイクロクラック間の相互干渉を無視する方法であり、この場合、図２の様に無限体中の一つのマイクロクラックを考え、その開口変位と応力拡大係数を求める。代表要素中の全てのマイクロクラックについて同様に解を求め、それらによって代表要素における各マイクロクラックの開口変位と応力拡大係数を近似する。後は、代表要素の平均ひずみを計算することにより、平均応力と平均ひずみの関係が求まり、等価連続体の解析が可能となる。また、クラックの進展に関して、例えば線形破壊力学を適用することによりマイクロクラックの進展、すなわち微視構造の変化を解析することができる。

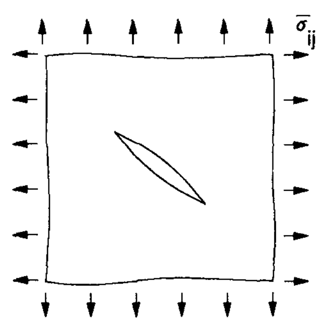

図２　無限体中のクラック

３．岩盤に対するHomogenization理論の適用

岩盤においては内在する不連続面（ここでは総称してジョイントと呼ぶ）が微視構造要素である。岩盤に対してHomogenization理論を適用する方法の概略を以下に示す。

３．１平均応力－平均ひずみ関係

ジョイントを有する岩盤の応力－ひずみ関係は、代表要素内の応力とひずみを平均化することにより得られる（図３）。平均応力と平均ひずみは次式で定義される。

$$\overline{\sigma}_{ij}=\frac{1}{V}\int_V \sigma_{ij}dV\ ,\quad \overline{\varepsilon}_{ij}=\frac{1}{V}\int_V \varepsilon_{ij}dV \qquad (1)$$

ここで、Vは代表要素の体積である。代表要素内において平均応力$\overline{\sigma}_{ij}$はジョイントを除いた基質岩石の平均応力$\overline{\sigma}_{ij}^{R}$と同じであるが、平均ひずみ$\overline{\varepsilon}_{ij}$は基質岩石の平均ひずみ$\overline{\varepsilon}_{ij}^{R}$とは異なる。ひずみ―変位関係式$\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i})$を式(1)に代入し、それに発散定理を用いることにより次式が得られる。

$$\overline{\varepsilon}_{ij} = C_{ijkl}^{R}\sigma_{kl}+\frac{1}{2V}\int_{S^J}([u_i]n_j+[u_j]n_i)dS \qquad (2)$$

ここで、S^Jはジョイントの表面、n_iはジョイント面の単位法線ベクトル、$[u_i]$は相対変位（開口変位とすべり変位）を表している。また、基質岩

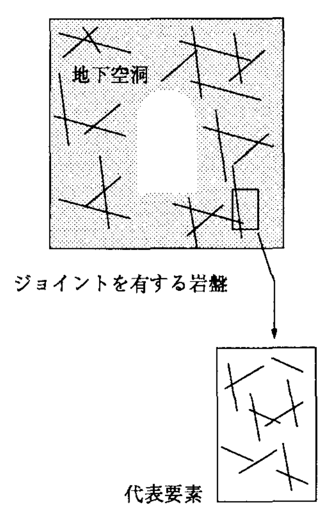

図３　ジョイントを有する岩盤と代表要素

石は均質な弾性体と見なせるものとし、$\bar{\varepsilon}_{ij}^R = C_{ijkl}^R \sigma_{kl}$を用いた。

一般にジョイントの力学的応答は非線形であるため、式(2)を増分方程式に書き換えると、

$$\Delta\bar{\varepsilon}_{ij} = C_{ijkl}^R \Delta\bar{\sigma}_{kl} + \frac{1}{2V}\sum_k \int_{S_k^J} (\Delta[u_i]n_j + \Delta[u_j]n_i)_k dS \tag{3}$$

となる。ここで、S_k^Jは代表要素Vのk番目のジョイント面を表している。相対変位増分$\Delta[u_i]$が平均応力増分$\Delta\bar{\sigma}_{ij}$の関数として与えられるならば、式(3)より岩盤の構成方程式が次のように得られる。

$$\Delta\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{C}_{ijkl} \Delta\bar{\sigma}_{kl} \tag{4}$$

ここで、$\bar{C}_{ijkl}$はジョイントを有している岩盤の巨視的接線コンプライアンスである。

2．2岩盤中におけるジョイントの挙動

岩盤にHomogenization理論を適用する場合、微視構造要素は個々のジョイントである。代表要素において、与えられた平均応力に対する各ジョイントの開口変位とすべり変位が求まれば、式(2)または(3)より巨視的な応力とひずみの関係が得られる。ポイントは、岩盤中では平均応力とジョイントに作用する応力が等しくないという点である。切り出したジョイントの挙動を調べることは容易であるが、ジョイントの特性が解ったからといって、直ちに岩盤中のジョイントの挙動が明らかになるという訳にはいかない。

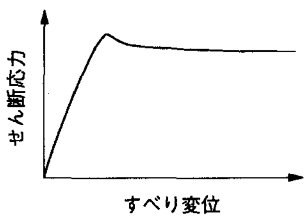

図4　ジョイントのせん断挙動

例えば、垂直応力一定のもとでせん断試験を行えば図4のような関係が得られる。文献[1]ではピーク前の部分、すなわちジョイントの変形を対象とし、文献[2]ではピーク後の部分、すなわちジョイントの破壊を対象としている。前者の場合、ジョイントの剛性がジョイントを包含する系の剛性に比べて高ければジョイントの受け持つ応力は高くなり、ジョイントの変形を求めるためには両者の比を算定することが必要となる。後者の場合は、例えば切り出したジョイントでは破壊後ほぼ応力一定のまま変位が増大し得るが、岩盤中ではジョイントを包含する系が拘束するため、ジョイントの変位はある値に定まることになる。その値は、やはりそのジョイントを包含する系の剛性に依存する。あるジョイントを包含する系の剛性は、その系に含まれるジョイントの挙動によって変化する。

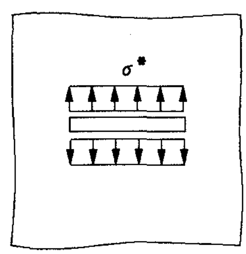

図5　ジョイントをくり貫いた岩盤

文献[1]では岩盤中のジョイントの挙動を決定するために、系の剛性という概念を導入した。すなわち、着目するジョイントをくり貫いた岩盤、すなわちジョイントを包含する系を考え、そのくり貫いたスリット表面に作用する応力とスリットの平均変位の関係を次のように与えるものとして系の剛性を定義している（図5）。

$$[\bar{u}_n] = -\bar{K}_n \sigma_n^*, \quad [\bar{u}_s] = -\bar{K}_s \sigma_s^* \tag{5}$$

ここで$[\bar{u}_n]$, $[\bar{u}_s]$は、それぞれスリット表面に直応力とせん断応力$-\sigma_n^*$, $-\sigma_s^*$を作用させたときのスリットの相対変位の平均である。

系の剛性は考えているジョイントの寸法に反比例する他、他のジョイントの挙動によって変化する系の力学特性、ジョイントの連結状態などにも依存する。文献[1]では、これらを考慮にいれて、次のように系の剛性を表した。

$$\bar{K}^n = \frac{\bar{E}}{\lambda^n L^J}\beta^n, \ \bar{K}^s = \frac{\bar{G}^s}{\lambda^s L^J}\beta^s, \ \bar{K}^t = \frac{\bar{G}^t}{\lambda^t L^J}\beta^t \tag{6}$$

ここで$\bar{E}$、$\bar{G}^s$、$\bar{G}^t$はそれぞれジョイント垂直方向の等価接線弾性定数、等価接線せん断定数を表している。また、L^Jはジョイントの代表寸法で、λ^n・λ^s・λ^tはジョイントの連結性を表すパラメーターであり、β^n・β^s・β^tは系の異方性に対する修正係数である。

式(6)を用い、平均化の手法を導入することにより、個々のジョイントの挙動が求まり、さらに式(3)より応力ひずみの関係が定まる。

3．ジョイントの連結性の評価方法の妥当性

Homogenization理論の適用という視点から考えると、岩盤の問題の特徴、あるいはモデル化が難しい点は、ジョイントの連結性をどのように取り扱うかという点である。あるジョイントが基質岩石中に端部を持つのではなく、他のジョイントと連結している場合、そのジョイントは、より変形し易くなっており、それはジョイントの寸法が大きくなること、あるいはそのジョイントを包含する系の剛性が低下することと同様の効果を持つものと考えられる。そこで文献[1]では式(5)のように連結性を表すパラメータを導入し、連結性の効果を評価した。

連結性の影響を現実に忠実にモデル化することは難しく、またそのようなモデルが必要とするパラメータを実際に計測することも不可能に近い。このような状況では式(5)のような簡単な評価が現実的であろう。しかし、その妥当性は検証をしておく必要がある。また、式(5)における連結性を表すパラメータには実際にジョイント同士が連結するという物理的現象との対応付けがなされておらず、両者の間に1対1の関係が無いまでも、何らかの対応関係があることを確認しておくべきであろう。

ここでは境界要素法によりジョイントを多数含む岩盤の挙動をシミュレーションし、その結果を構成式モデルの結果と比較することによりこのモデル化の妥当性を示し、さらに連結性のパラメーターの値と実際のジョイントの連結率との関係を明らかにする。

文献[1]のモデルでは3次元問題を扱っているが、本研究においては検証のみを目的として2次元問題を考えた。文献[1]のモデルでは、応力とひずみの増分に関する増分方程式を解くことにより非線形問題を扱っている。増分の1ステップに注目すると、常に適当な接線剛性を用いて線形計算をしているので、本研究では増分計算の1ステップに対応する線形問題を考えることによりモデル化の妥当性を検証する。

検証の方法として境界要素法を用いてジョイントを多数有する問題のシミュレーションを行い、その結果をモデルの予測値と比較する。図6に示すような問題を対象に検証を行う。一方向に一様な引張応力を加える。ジョイントの位置はランダムとし、そのジョイント自身は法線方向とせん断方向にバネを用いて結合した。このバネ定数がジョイントの接線剛性に対応する。ジョイントの密度、ジョイントの剛性を変化させ、試験体の巨視的弾性定数を調べ、シミュレーション結果とその問題におけるジョイントの状態に対応した入力データを用いたモデルの結果とを比較する。

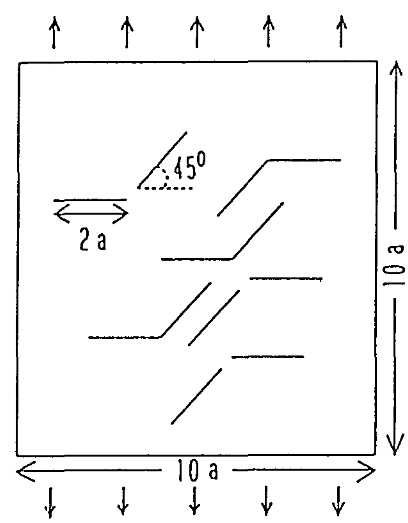

図6　ジョイントを有する矩形板

ジョイントがまったく連結していない場合の結果を図7に示した。ジョイントの方向は全て引張方向に直角とした。ここで k はバネ剛性・θはジョイント方向の角度・$\bar{E}/E$ はジョイントを有する場合とジョイントを有していない場合の巨視的弾性定数の比である。解析解と予測値とはほぼ近い値を示しており、構成式モデルの妥当性を示唆している。2つの曲線は構成式モデルによる予測結果であるが、上の曲線はジョイント同士の相互干渉を無視した結果であり、ジョイントの変形を算定する上でジョイントを包含する系の剛性が他のジョイントにより低減する効果を考えていない。下の曲線は文献[1]の方法でその効果を評価した結果である。

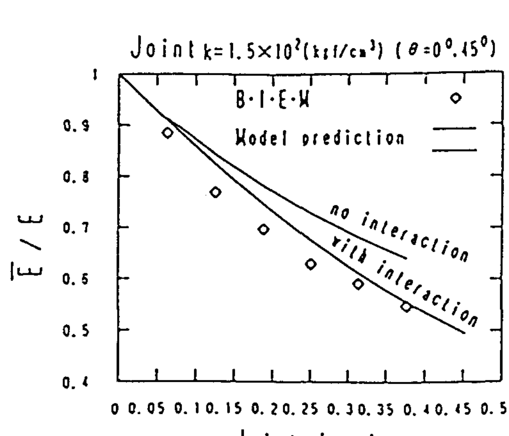

図7　連結しないジョイントを含む矩形板の巨視的弾性定数

つぎにジョイントの連結性の影響を検討するため、引張方向と直交するジョイント6本と引張方向と45°をなすジョイント6本を考えた。二方向のジョイントを図6に示すよう

に、端部と端部を連結し、連結するジョイントの数を０から１２まで変化させ、境界要素法により解析を行った。得られる試験体境界の変位からひずみを求め、巨視的弾性定数を計算した。

ジョイントの連結の状況を表すためにジョイントの連結率ρを全ジョイント数に対する連結しているジョイントの数の比として定義する。連結するジョイントの数を０から１２に増やせばジョイントの連結率ρは０から１に増加する。このとき図６の問題を境界要素法で解いて求めた結果を図８に点線で示した。

構成式モデルにおいては、ジョイントの連結性を表すパラメータλにより連結性の影響を表すことになるが、実際のジョイントの連結状態のパラメータλにどのような関係が有るかは明かではなく、実際の連結状態からλの値を決定することはできない。構成式モデルにおいてジョイントの連結性を表すパラメータλの値を変化させれば、異なる巨視的弾性定数が定まる。その結果を図８に実線で示した。境界要素法によるシミュレーションの結果である点線と構成式モデルの結果である実線の交点を丸印で示したが、これは、それぞれの連結率にある試験体の巨視的弾性定数と同じ巨視的弾性定数を与えるλの値を求めていることになる。このようにして同じ巨視的弾性定数を与える連結率ρと連結性を表すパラメータλの関係が得られる。その関係を図９に示した。ジョイントの剛性を変え、また、引張方向に対して９０゜方向６本、４５゜方向６本のケースの他に、０゜６本、４５゜６本のケースについても計算を行った。ジョイントの連結率ρと連結性を表すパラメータλの関係は、ジョイントの密度、剛性、方向分布、荷重条件に依存するはずである。しかし、両者の関係が大きく変化しないので有れば、連結性を表すパラメータと実際の連結状態には対応関係が存在することになり、連結性を表すパラメータに物理的意味を持たせることができることになる。図８の結果は両者に相関関係が存在することを示しており、特に連結率が低い場合には、計算を行った範囲では、ジョイントの剛性やジョイントの方向によらず、両者の間に比例関係が有ることが示された。

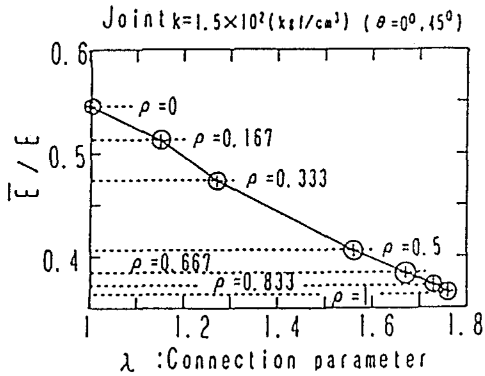

図８　ＢＥＭと構成式モデルによる巨視的弾性定数

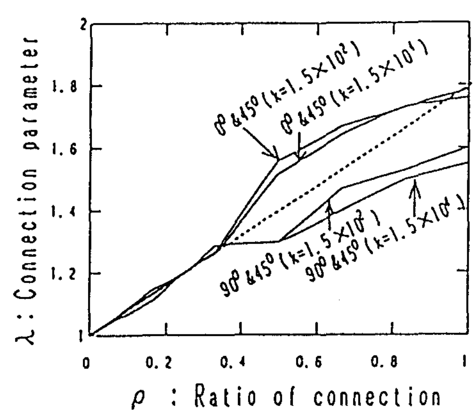

図９　連結率ρと連結性を表すパラメータλの関係

４．おわりに

本論文では、マイクロメカニクスに基づく連続体理論であるHomogenization理論の概説を行い、Homogenization理論の適用という視点から岩盤に対する構成式のモデル化を論じた。他の材料におけるモデル化と異なる点はジョイントの連結性を評価しなければならない点である。境界要素法によるシミュレーションの結果と構成式モデルの結果を比較することにより、文献[1]で提案した連結性の評価方法の妥当性を検討した。計算例は限られているが、実際のジョイントの連結率と連結性を表すパラメータには対応関係があることが示された。これは、その連結性の評価方法が妥当であることを示唆している。

参考文献

[1] M. Cai and H. Horii., A Constitutive Model of Highly Jointed Rock Masses, Mechanics of Materials, Vol. 13, pp.217-246 (1992)

[2] 吉田,堀井,破壊するジョイントを含む岩盤の構成式とＦＥＭ解析,第２５回岩盤力学シンポジウム講演論文集(1993)