

(8) 地盤の変形強度解析

奥村組 正会員 ○塚本耕治
埼玉大学 正会員 浜島良吉

Displacement and Strength Analysis for Ground

Koji TSUKAMOTO, Okumura Co., Ltd
Ryokichi HAMAJIMA, Saitama University

Abstract

The strain localization and size effect have been taken up as an important research theme in recent studies. Basically important in such analysis is that a discontinuous analysis which can consider shear band, etc. is possible from the finite deformation viewpoint. In this paper, a displacement and strength analysis on anisotropic ground was made using the modified virtual displacement method for a discontinuous analysis considering elemental deformations, and further the finite deformation analysis have been formulated.

1. はじめに

地盤上の構造物が大型化するに伴い変形及び強度に対する寸法効果が重要となり、最近ではひずみの局所化と寸法効果が重要な研究課題として取り上げられている。こうした解析において基本的に重要なことは、shear band等を考慮しうる解析が可能であり、しかも有限変形の立場からの分岐座屈を含む不安定破壊解析が可能であることである。ここで Mroz 等は、連続体解析としての有限要素法を用い、塑性成分を、要素内に仮定した shear band を用いて解析している。しかしこうした連続体ベースの解析のみでせん断による滑りという不連続性を正しく評価する事は困難であると思われる。特にひずみ軟化域ではこの影響が大きく現れると思われる。こうしたことは当然寸法効果評価にも十分表現できないことになる。本研究では要素内変形を考慮し、かつ要素境界での滑り、開口を考慮し得る修正仮想変位法を用いた解析法を用い、これにより異方性地盤の変形強度解析を行った。さらに有限変形解析及び不連続部に対するひずみ軟化解析の定式化を行った。

2. 修正仮想変位法による有限変形解析

一般的に3次元場で以下のように定式化される¹⁾

$$\sum_a \iiint_{V_a} [\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - \bar{F}_i \delta u_i] dV - \sum_b \delta \iint_{S_{ab}} \lambda_i (u_i^{(a)} - u_i^{(b)}) dS - \delta \iint_{S_e} \bar{T}_i \delta u_i dS = 0 \quad (1)$$

ここに

$$2 \delta \varepsilon_{ij} = (\delta u_i)_{,j} + (\delta u_j)_{,i} ; V \text{ 内} \quad (2)$$

$$\delta u_i = 0 ; S_u \text{ 上}$$

を満足しなければならない。

ここで $u_i^{(a)}$, $u_i^{(b)}$ は要素(a), (b)境界上における変位であり、2次元場においては結局以下のように書き表される。

$$\sum_a \iint \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dA + \sum_a \int f_i \delta (\delta_i) ds - \sum_a \iint \bar{F}_i \delta u_i - \sum_a \int \bar{T}_i \delta u_i ds = 0 \quad (3)$$

ここで式(1)におけるLagrangeの未定乗数 λ_i は物理的には2つの要素境界上における境界力 f_i であり、 δ_i はそこにおける相対変位である。

有限変形場では次のようになる。

$$\sum_{\sigma} \int \sigma_{ij} \delta e_{ij} dA + \sum_{\sigma} \int f_i \delta (\delta_i) ds - \sum_{\sigma} \int \bar{F}_i \delta u_i dA - \sum_{\sigma} \int \bar{T}_i \delta u_i ds = 0 \quad (4)$$

ここで e_{ij} は有限ひずみであり

$$e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}) / 2 \quad (5)$$

また増分理論による定式化は以下のである

$$\sum_{\sigma} \int \int (\sigma_{ij}^{(0)} + \Delta \sigma_{ij}) \delta (e_{ij}^{(0)} + \Delta e_{ij}) dA + \sum_{\sigma} \int (f_i^{(0)} + \Delta f_i) \delta (\delta_i^{(0)} + \Delta \delta_i) ds - \sum_{\sigma} \int \int (\bar{F}_i^{(0)} + \Delta \bar{F}_i) \delta (u_i^{(0)} + \Delta u_i) dA - \sum_{\sigma} \int (\bar{T}_i^{(0)} + \Delta \bar{T}_i) \delta (u_i^{(0)} + \Delta u_i) ds = 0 \quad (6)$$

ここで変位関数に対しては要素重心点の剛体変位 $\{u\}_\sigma$ 、要素内ひずみ $\{\varepsilon\}$ の和で表す。ここで剛体回転量の2次の項までを考慮すれば変位関数は

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_g) \\ 0 & 1 & x-x_g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_g \\ v_g \\ \theta \end{Bmatrix} - \frac{\theta^2}{2} \begin{Bmatrix} x-x_g \\ y-y_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} x-x_g & 0 & (y-y_g)/2 \\ 0 & y-y_g & (x-x_g)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ただし x_g, y_g は要素重心点の座標値である。

これより次式が得られる

$$\begin{aligned} & (\sum_{\sigma} [K_{uu}] + \sum_{\sigma} [K_G] - \sum_{\sigma} [K_F] - \sum_{\sigma} [K_T]) \{\Delta u\}_\sigma + \sum_{\sigma} [K_{ue}] \{\Delta \varepsilon\} = \{\Delta F_u\} + \{F_{uR}\} \\ & \sum_{\sigma} [K_{e\varepsilon}] \{\Delta u\}_\sigma + \sum_{\sigma} ([K_{e\varepsilon}] + A[D] + [k_{e0}] + [k_{\varepsilon 0}]) \{\Delta \varepsilon\} = \{\Delta F_\varepsilon\} + \{F_{\varepsilon R}\} \end{aligned} \quad (10) \quad (8)$$

式(8)の右辺における $\{\Delta F_u\}, \{\Delta F_\varepsilon\}$ は増分荷重項である。また $\{F_{uR}\}, \{F_{\varepsilon R}\}$ は残差であり、前段階で釣合式が完全に満足されていればゼロとなるべき量である。また式(8)における諸量は次のようである。

$$[k_{e0}] = A \begin{bmatrix} \sigma_x^{(0)} & 0 & \tau_{xy}^{(0)}/2 \\ \tau_{xy}^{(0)}/2 & \sigma_y^{(0)} & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_x^{(0)} + \sigma_y^{(0)})/4 \end{bmatrix}$$

$$[k_{\varepsilon 0}] = A[E][D]$$

$$E = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^{(0)} & 0 & \gamma_{xy}^{(0)}/2 \\ 0 & \varepsilon_y^{(0)} & 0 \\ \gamma_{xy}^{(0)}/2 & 0 & (\varepsilon_x^{(0)} + \varepsilon_y^{(0)})/2 \end{bmatrix} \quad [D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} \end{bmatrix}$$

$$[H_u] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_g) \\ 0 & 1 & x-x_g \end{bmatrix} \quad [H_\varepsilon] = \begin{bmatrix} (x-x_g) & 0 & (y-y_g)/2 \\ 0 & (y-y_g) & (x-x_g)/2 \end{bmatrix}$$

$$[H_{u1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_g) & -(x-x_g)\theta^{(0)} \\ 0 & 1 & x-x_g & (y-y_g)\theta^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$[K_F] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\iint (x-x_g) (\bar{F}_x^{(0)} + \Delta \bar{F}_x) dA - \iint (y-y_g) (\bar{F}_y^{(0)} + \Delta \bar{F}_y) dA \end{bmatrix}$$

$$[K_G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \iint (x-x_{g1}) f_{x^{(0)}} ds & \iint (y-y_{g1}) f_{y^{(0)}} ds & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\iint (x-x_{g2}) f_{x^{(0)}} ds & -\iint (y-y_{g2}) f_{y^{(0)}} ds \end{bmatrix}$$

$$\{\Delta F_u\} = \sum_{\sigma} \int \int [H_{u1}]^T \left\{ \begin{matrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{matrix} \right\} dA + \sum_{\sigma} \int [H_{u1}]^T \left\{ \begin{matrix} \Delta T_x \\ \Delta T_y \end{matrix} \right\} ds$$

$$\{F_{uR}\} = \sum_{\sigma} \int \int [H_{u1}]^T \left\{ \begin{matrix} \Delta F_x^{(0)} \\ \Delta F_y^{(0)} \end{matrix} \right\} dA + \sum_{\sigma} \int [H_{u1}]^T \left\{ \begin{matrix} T_x^{(0)} \\ T_y^{(0)} \end{matrix} \right\} ds - \sum_{\sigma} ([K_{uu}]_{12} \{u^{(0)}\} + [K_{ue}]_{12} \{\varepsilon^{(0)}\})$$

$$\{\Delta F_\varepsilon\} = \sum_{\sigma} \int \int [H_\varepsilon]^T \left\{ \begin{matrix} \Delta F_x \\ \Delta F_y \end{matrix} \right\} dA + \sum_{\sigma} \int [H_\varepsilon]^T \left\{ \begin{matrix} \Delta T_x \\ \Delta T_y \end{matrix} \right\} ds$$

$$\{F_{\varepsilon R}\} = \sum_{\sigma} \int \int [H_\varepsilon]^T \left\{ \begin{matrix} F_x^{(0)} \\ F_y^{(0)} \end{matrix} \right\} dA + \sum_{\sigma} \int [H_\varepsilon]^T \left\{ \begin{matrix} T_x^{(0)} \\ T_y^{(0)} \end{matrix} \right\} ds$$

$$-\sum_e ([K_{\varepsilon u}]_{12} \{u^{(0)}\}_{12} - [K_{\varepsilon \varepsilon}]_{12} \{\varepsilon^{(0)}\}_{12}) - \sum_e (A \{\sigma^{(0)}\} - [k_{\sigma 0}] \{\varepsilon^{(0)}\})$$

$$[K_T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\int (x-x_0) (\bar{T}_x^{(0)} + \Delta \bar{T}_x) ds - \int (y-y_0) (\bar{T}_y^{(0)} + \Delta \bar{T}_y) ds \end{bmatrix}$$

ここで微小変形で残差をゼロと考えれば次式のように通常の微小変形理論での修正仮想変位法の定式化となる。

$$\sum_b [K_{uu}] \{\Delta u\}_b + \sum_e [K_{u\varepsilon}] \{\Delta \varepsilon\} = \{\Delta F_u\}$$

$$\sum_b [K_{\varepsilon u}] \{\Delta u\}_b + \sum_e ([K_{\varepsilon \varepsilon}] + A[D]) \{\Delta \varepsilon\} = \{\Delta F_\varepsilon\} \quad (9)$$

ここで第一近似 $[K_{uu}] \{u\}_b = \{\Delta F_u\}$ は剛体バネモデルの解である。

本解析法では剛体変位と要素内歪を分離した形で解が得られるが、これによって要素毎に変位を独自に定めることができ、不連続体としての解析が可能となる。また要素形状の制約がなくなり任意の多角形モデルを使用することができる。

3. 解析例

本解析では、まず式(9)の微小変形場としての定式化による解析を行い、有限要素法、剛体バネモデル(RBSM)、そして本解析法(FESM)との比較を行う。

(a) ポンチの押し込み問題

図1(a)はポンチの押し込み問題に対する1/4モデルである。降伏関数は最も簡単なトレスカの条件を用いた。問題を簡略化して考えるため引張破壊はしないものとした。物性値として、せん断強度 $c = 30 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング係数 $E = 2.1 \times 10^5$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ を用いた。式(9)において要素内の剛性を大きくすることによりRBSMの結果に近づき、これをLimRBSM、そして要素境界の剛性を大きくすることにより有限要素法の解に近づきこれをLimFEMとよぶことにする。本解析では要素境界にも剛性を持たせた解析になっているので両剛性をそのままにして解析すると変形に関してはFEMとRBSMをたし合わせた結果になりこれをFESMとよぶことにする。断層等の弱面が入っている場合には、要素境界の剛性をそのまま用いるが、連続体の解析を行う場合には、要素境界の剛性を大きく選び、塑性化は要素内と要素境界を同時に考慮した解析とし、これをLimFESMとする。図1(b)は山田の荷重増分法で求めた荷重変形曲線であり、RBSMは理論解による極限荷重と一致しているが、FEMの解は相当大きめにでている。これに対しLimFESMの解は、弾性領域の変形はFEMの解に等しくなり、極限荷重についてはRBSMの解に一致している。図1(c)はLimFESMの変形性状を示したものであるが、滑りを表現しかつRBSMのように要素が重なり合った表現にはならない。図1(d)はLimFESMによる降伏域の広がり示したものであり、要素内、要素境界部での降伏が同時に生じていることがわかる。

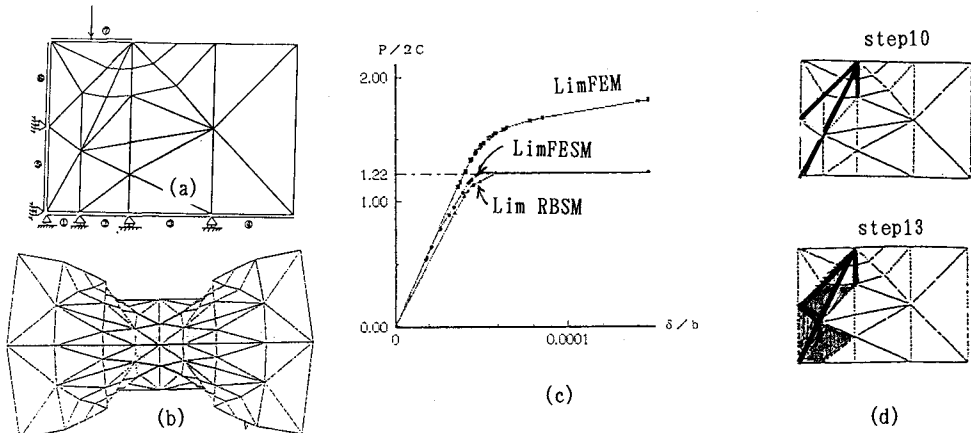


図-1 ポンチの押し込み問題：(a)解析モデル、(b)変形図 (LimFESM)、(c)荷重変位曲線、(d)塑性域進展図

(b)異方性地盤の変形強度解析

図-2 aは層状節理系地盤モデルであり、これに関しては浜島により^{2,3)}既に光弾性実験が行われ、これと剛体パネモデルによる荷重制御による応力解析が行われている。ここでは変位制御による変形破壊性状の検討を行った。要素内物性値はヤング係数 $E=5500\text{kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.37$ であり要素内は弾性状態とした。節理面における物性値は光弾性材料のせん断実験からせん断剛性 $G=280\text{kgf/cm}^2$ を仮定した。また降伏関数はクーロンの直線則を用い、粘着力 $c=0$ 、引張り応力 $\sigma_t=0$ である。但し計算においてはわずかの初期地圧の影響としてそれぞれ 0.15kgf/cm^2 とした。図-1 bは節理角度 45° においてLimRBSMとLimFESMを比較したものであり材料特性として完全弾塑性を仮定しているにも係わらずピーク後ひずみ軟化特性を示している。もっともこうした強度特性は境界条件によって大きく支配されるものであるが、ひずみ軟化特性が材料特性によるもののみではなく、構造特性としてのひずみ軟化を示すよい例であるといえよう。弾性域に近い領域での変形に関してはLimFESMはLimFEMよりむしろLimRBSMに近い値となっている。これは節理面のせん断剛性が小さく支配的なためである。図-1 cは節理角度を $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ と変化した場合についてLimFESMによる計算結果の比較を行ったものである。節理角度 45° において強度が急激に低下しているが、これは図-2に示されているように節理が集中的に滑ることになり生ずるものであり、弱面を有する2軸圧縮場の岩石供試体の強度特性に類似している。図-2は節理角度 45° の場合のLimRBSM結果(a)~(d))とLimFESM(e)~(h))を比較したものであり(a), (b), (e), (f)はピーク時であり、(c), (d), (g), (h)はピーク後の状態を示している。底面の反力分布をみるとピーク荷重前では両者にそれほど顕著な違いがないがピーク後についてみるとLimFESMの方がLimRBSMより集中度が大きくなっている。図-2 i, jは節理角度 $60^\circ, 90^\circ$ の場合のLimFESMによる解析結果のすべり及び亀裂の進展を示したものである。節理角度の変化によって反力分布が大きく変化するが、本計算では要素内を弾性として扱っているため、硬岩を念頭においた解析となっているといえよう。

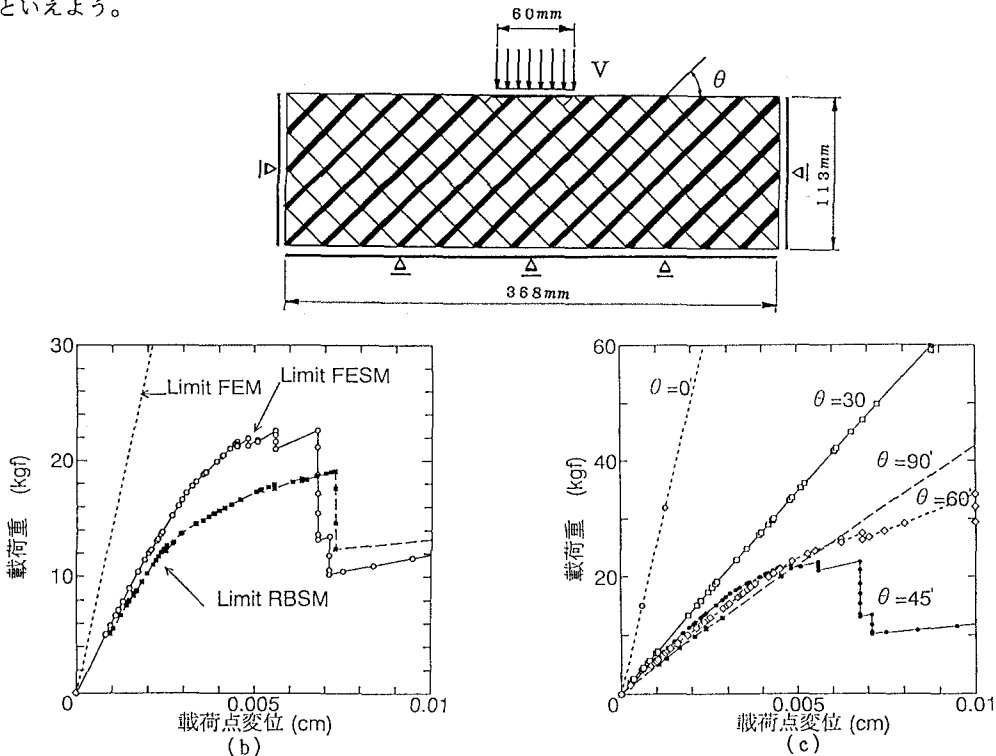


図-2 異方性地盤における荷重変形曲線：(a)メッシュ分割図、(b)LimRBSMとLimFESMの比較、
(c)節理角度の変化によるLimFESMの解析結果

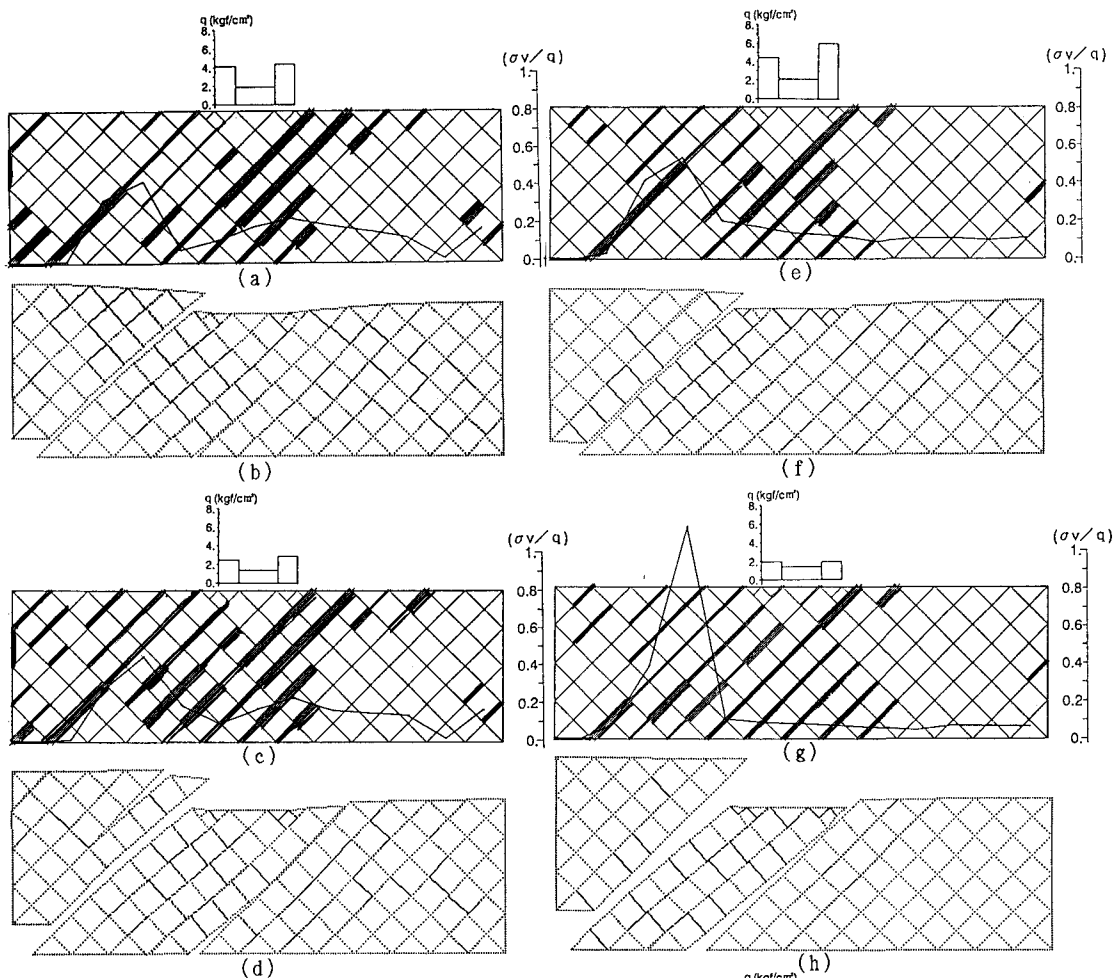


図-3 異方性地盤の変形破壊挙動

- (a), (b): LimRBSM解析 (ピーク時)
 (c), (d): " (ピーク後)
 (e), (f): LimFESM解析 (ピーク時)
 (g), (h): " (ピーク後)
 (i), (j): limFESMによる $\theta = 60^\circ, 90^\circ$
 の底面反力分布

( : すべり面、 : 開口部)

参考文献

- (1) 鷲津久一郎, 弾性土の変形原理, 培風館
- (2) Hamajima, R. & Kawai, T., 1981. On the discrete analysis of the jointed rock media. J. of the Japan Soc. of Eng. Geol., Vol. 22-2, pp. 15-21
- (3) Hamajima, R. & Kawai, T., 1981. Stress transfer mechanism of the jointed rock media with strong anisotropy. J. of the Japan Soc. of Eng. Geol., Vol. 22-3, pp. 1-8