(62) ＤＤＡ（不連続変形法）によるブロックの挙動に関する基礎解析

京都大学工学部　正会員　大西　有三
基礎地盤コンサルタンツ（株）○正会員　三木　茂

Fundmental analyses of Block behavior by Discontinuos Deformation Analysis

Yuzo OHNISHI, Kyoto University
Shigeru MIKI, Kiso-Jiban Consultants Co.,Ltd.

Abstruct

The Discontinuous Deformation Analysis (DDA) has been developed by G.H.Shi and R.E.Goodman[1)-3)], which is able to analyze the mechanical behavior of rock block system under dynamic and quasi-static loading. The results give the rigid body movements, stresses and strains of each block, and the contact force, slidings and detaching between blocks.

This paper describes an outline of the DDA procedure, and some results of simple models. The phenomena of the collision between two elastic balls were simulated, and the movments and stresses of the balls under dynamic contact states were parametrically analyzed by using DDA. The authors discussed the relations between analytical parameters.

1　はじめに

不連続変形法（ＤＤＡ）は、Ｇ．Ｈ．Ｓｈｉ[1)]により開発された手法で、弾性体で構成される多角形ブロック（要素）の運動、変形を動的、静的に解析することができる。ＤＤＡの定式化は有限要素法（ＦＥＭ）と同様の手順をとるが、ブロックのひずみに加えて剛体変位、剛体回転が取り入れられていることがＦＥＭと異なる。従って、各ブロックは自由に運動できるが、ブロック間に貫入が生じた場合、ペナルティーバネがブロック間に挿入され、ブロック間の貫入量が一定の誤差範囲以内に収まるように工夫されている。形式的には、ＦＥＭの利点と個別要素法（ＤＥＭ）[4)]の利点を兼ねそなえた解析手法であり、不連続面を有する岩盤斜面の安定性を評価するに有効な手法であると考えられる。著者らは、衝撃的荷重が作用したときの斜面の挙動や落石による被害などの評価へのＤＤＡの適用性を検討するために、ブロックの動的挙動に関する基礎的な解析を行なった。解析は、物理現象が明らかな球の衝突現象をシミュレートすることから始め、解析に必要な入力定数の設定に関する考察を行なった。

2　ＤＤＡの概要[3)]

ＤＤＡの基本的な考え方と解析手順の概略を示す。

①　各ブロックの変位、変形を表す未知数は、２次元の場合、ブロックのＸ・Ｙ方向の剛体変位、剛体回転、Ｘ・Ｙ方向垂直ひずみ、せん断ひずみの６成分であり、ブロックの剛性はひずみエネルギーを最小化することで導く。ブロックの剛性は、６×６の係数マトリックスをなし、これを全体釣り合い方程式に重ね合わせ解くことによりブロックの変位、変形を計算する。点荷重などの諸条件に関する係数マトリックスも同様の手順により導く。

②　各ブロックの剛体変位、剛体回転に関する係数マトリックス（慣性マトリックス）は、慣性力によるポテンシャルエネルギーを最小化することで導く。このため、微小単位時間による時間ステップ計算が行なわれることになる。動的解析と静的解析の差は、動的解析においては、前時間ステップ計算での変位・

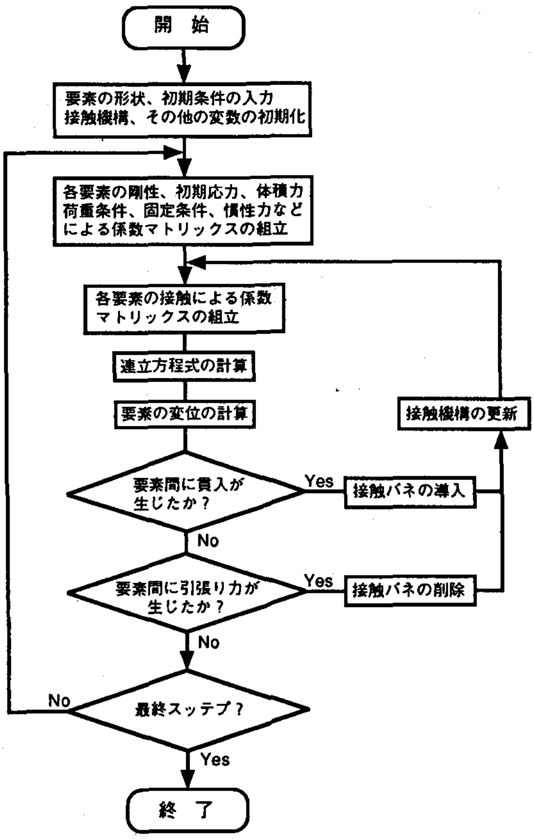
変形速度を初期速度として受け継ぐのに対して、静的解析では常に初期速度が0である点である。

③　ブロックとブロックに接触が生じた場合、接触を生じた多角形ブロックの辺に垂直な法線方向ペナルティーバネが設定される。この時、接触貫入によるバネのひずみエネルギーを最小化することで係数マトリックス（接触マトリックス）を導き、全体釣り合い方程式に重ね合わせ変位、変形を計算する。全てのブロックの接触部で、貫入量が一定基準以下になるまで繰り返しこの計算を行なう。また、接触したブロックが分離する場合、接触バネは削除される。

④　ブロックの接触部には、Mohr－Coulomb則を設定することができ、この場合、接触機構において法線方向ペナルティーバネに加え、接触を生じた辺に平行なせん断バネが設定されることになる。

解析の手順を図－１に示す。図に示されるように、解析過程は時間ステップ計算による逐次計算過程と③の接触機構に関する逐次計算過程から成り立たつ。③の接触条件が満足された上で、ブロックの形状や変位などが更新され、次の時間ステップ計算に進む。

ＤＤＡは剛体変位、剛体回転を考慮しているので、②に示した時間ステップ計算を行なうことがＦＥＭと異なる。各ブロックはブロック間に貫入が生じない条件の基に自由に運動することができるので、ＦＥＭでは困難な、大変位、不連続面を無理なくモデル化できる。しかし、図－１に示されるように多くの逐次計算を要するので、ＦＥＭに比較して演算量は膨大となることが欠点となる。



図－１　ＤＤＡ解析手順

ブロックが自由に運動できる点、時間ステップ計算を行なう点、ブロックの接触部で１ないし２方向の接触バネを用いる点でＤＤＡはＤＥＭに類似しているが、ＤＥＭは運動方程式を直接、差分近似により定式化するのに対して、ＤＤＡはポテンシャルエネルギーを最小化することにより定式化する点で大きく異なる。ＤＤＡ理論の定式化については、文献３）、５）を参考にされたい。

3　ブロックの挙動の基礎解析

ＤＤＡは、前述のように、衝撃的荷重を受けたときの岩盤の挙動から岩塊の崩落、衝撃荷重の評価などＦＥＭでは困難である現象の解析が可能であると考えられる。解析に必要な定数は、ＦＥＭにおける要素（ブロック）の形状や物性に関する定数以外に、ペナルティーバネ剛性ｋ、単位時間Δである。静的計算においては、ブロック間での相対変位がある程度の範囲以内でペナルティーバネの剛性がある程度以上であれば、ブロックの変形や変位、応力は、ペナルティーバネ剛性ｋ、単位時間Δに依存せず一定となる。

しかし、動的計算においては、これらの定数に依存する結果が得られている。そこで、著者らは、DDAの動的解析への適用性を検討するため、物理現象の明らかな2球（円ブロック）の衝突現象の解析を行なった。解析モデルはスチール球の衝突を想定したもので、一方の球がある速度でもう一方の球に衝突したときの球の速度変化、応力状態の変化の解析を行なっている。解析諸元を表－1に、解析モデルおよび解析結果の一例を図－2に示す。図に示されるように、2球は衝突によりほぼ速度を交換しており、衝突過程においては、速度変化にともない球は変形しブロック内に大きな応力変化が生じている。DDAにおいて、接触マトリックスおよび慣性マトリックスの剛体変位成分（x成分）を抜き出せば次式で示され、

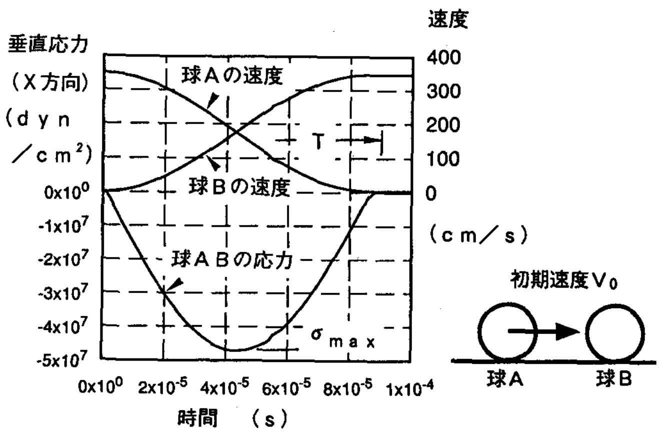
$$\left(\frac{2M}{\Delta^2}+k\right)u_A + (-k)u_B = \frac{2M}{\Delta}V_{A,t-1} - kd$$

$$(-k)u_A + \left(\frac{2M}{\Delta^2}+k\right)u_B = \frac{2M}{\Delta}V_{B,t-1} - kd$$

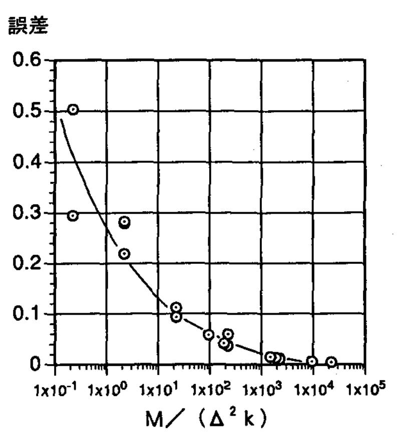
表－1　球の緒元

球（円）半径	0．95cm
単位体積重量	7．86g／cm^3
ヤング率	2．01×10^{12}dyn／cm^2
ポアッソン比	0．3

ここで、u_A、u_BはブロックA・Bの変位、Δは単位時間、Mはブロック A・Bの質量、kはペナルティーバネ剛性、dはペナルティーバネの貫入量、$V_{A,\ t-1}$、$V_{B,\ t-1}$は前時間ステップでのブロックA、Bの速度である。図－2に示したような安定した解析結果を得るためにはM／（Δ^2k）の値を十分大きな値とする必要がある。図－3は、種々のバネ剛性k、単位時間Δ、ブロックの質量Mに対して、M／（Δ^2k）の値と球の接触終了時における球の変位速度の計算値と理想的値の誤差を示したものである。図に示されるように、プロットはパラメータの値によらず一定の曲線上に分布すると見なすことができ、誤差を1％程度とするには、この例では、M／（Δ^2k）の値を概ね2000以上としなければならないことがわかる。図－4は単位時間Δと球の接触時間T（2球が始めて接し、速度を交換し終え分離するまでの時間）の関係をM／（Δ^2k）の値をパラメータとして示したものである。また、図－5はM／（Δ^2k）の値を一定とした場合の、球の衝突初期速度V_0と計算誤差、接触時間Tとの関係を示したものであり、計算誤差や接触時間Tは初期速度V_0に依存しないことがわかる。従って、図－4において、計算誤差と接触時間Tを設定すれば、単位時間Δとバネ剛性kは決定できることになる。



図－2　解析結果一例



図－3　解析誤差とM／（Δ^2k）の関係

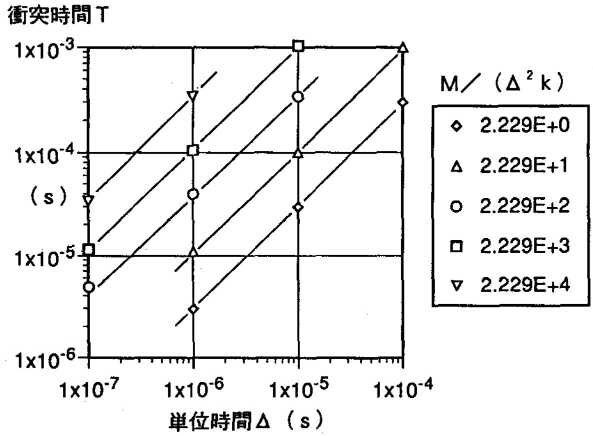
衝突時、ブロックに発生する応力についても変位速度と同様の関係が見いだされる。図－6は、衝突初期速度V_0を一定として、種々のバネ剛性k、単位時間Δ、ブロックの質量Mでのσ_{max}T／MとM／（Δ^2k）の関係

を示したものである。ここで、σ_{max}およびTはそれぞれ図－２で示される最大応力および衝突時間である。この図より、パラメータの値に依らずM／（Δ^2k）の値が大きくなれば一定の値に収束するものとみなせる。すなわち、一定の計算値を得るためにはM／（Δ^2k）の値を十分大きくする必要がある。図－７はバネ剛性kをパラメータとして、単位時間Δと接触時間Tの関係を、図－８は単位時間Δと最大応力σ_{max}の関係を示したものである。バネ剛性kを大きくすると、最大応力σ_{max}は大きくなることは明らかでである。バネ剛性kを一定とした場合、単位時間Δにより接触時間Tは変化しないが、最大応力σ_{max}は単位時間Δが小さくなるに従い大きくなり、一定値に収束するものと見なせる。すなわち、単位時間Δを小さくすることにより、M／（Δ^2k）の値が大きくなり計算誤差が小さくなるものとみなせる。

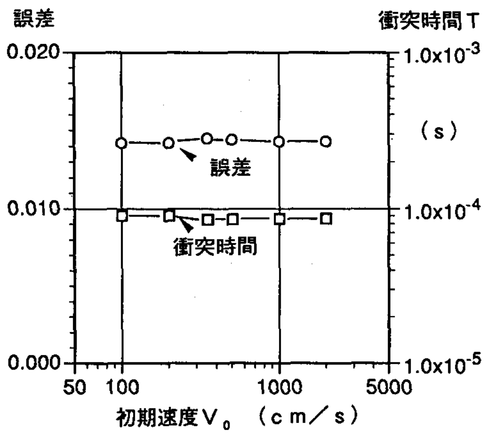
以上まとめると、パラメータM／（Δ^2k）により計算の精度を設定し、バネ剛性kを決定すれば単位時間Δは求まる。動的計算においては、バネ剛性kはブロックの応力や接触時間を規定する値となるので、何らかの方法でこの値を決定する必要がある。

4　まとめ

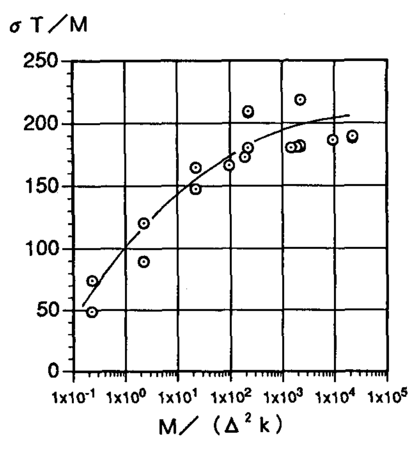
本報告では、ＤＤＡの動的解析における適用性を確かめるために、基本的な動的現象の解析を行なった。本来、球や岩塊の衝突現象は非線形な変形を伴う現象であるので、ＤＤＡにおける接触機構で衝突時間までを含めて物理現象を完全に説明するのには困難がある。しかし、適切なペナルティーバネ剛性や単位時間を設定すれば、速度変化や運動量などはかなりの精度で表現することができ、衝突を伴うような動的現象の変形や応力状態の解析に、第一次近似としてＤＤＡを適用できるものと判断される。動的解析における接触バネ剛性の決定方法や物理的意味については、今後の問題として解決する必要がある。



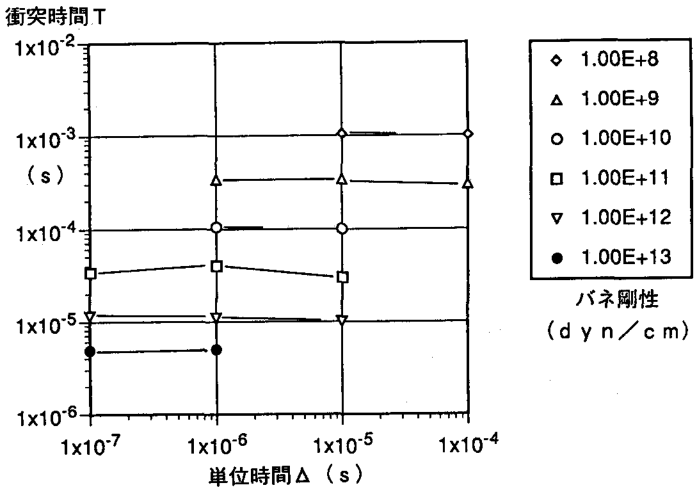
図－４　衝突時間と単位時間の関係



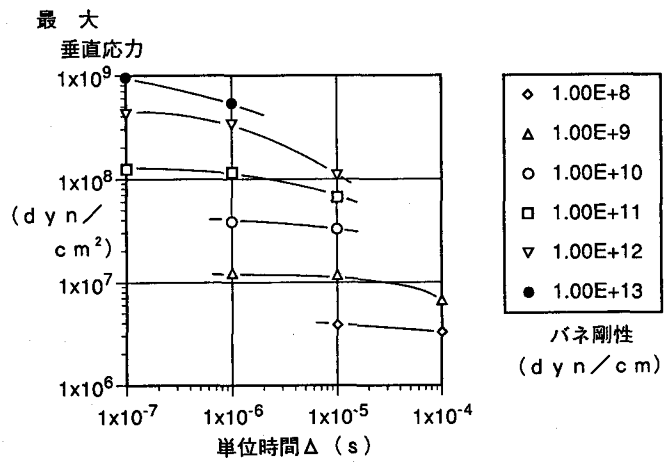
図－５　解析誤差、衝突時間と初期速度の関係



図－６　σT／MとM／（Δ^2k）の関係



図－7
衝突時間と単位時間の関係
（バネ剛性による変化）



図－8
最大応力と単位時間の関係
（X方向最大垂直応力）

謝 辞

本報告をまとめるのに際し、京都大学工学部路盤基礎工学研究室　足立紀尚教授には貴重な御意見、御示唆を頂いた。ここに深く感謝の意を表します。

文 献

1)G.H.Shi, R.E.Goddman, "Discontinuous Deformation Analysis", Proc.25th U.S.Symposium on Rock Mechanics, pp.269-277, 1984.

2)G.H.Shi, R.E.Goodman, "Tow Dimensional Discontinuous Deformation Analysis", Int.J.Anal. Methods Geomech., Vol.9, pp.541-556, 1985.

3)G.H.Shi, "Block system modeling by Discontinuous Deformation Analysis", Univ. of California, Berkeley, Dept. of Civil Eng., August, 1989.

4)P.A.Cundall, "A computer model for Rock - Mass Behavior using interactive graphics for the input and output geometrical data", A Report for U.S.Army, 1974.

5)大西有三、佐々木猛、”不連続変形法（ＤＤＡ）とその岩盤工学への適用について”、第２４回岩盤学に関するシンポジウム、1991.