

(46) ピーク強度後の試験片断面の破壊性状 に関する実験と考察

日本大学工学部 正会員 田野 久貴
東北学院大学工学部 正会員 佐武 正雄

Experimental Study on the relation between post-failure behavior and crack
pattern of cross section of specimen under uniaxial compression

Hisataka Tano, Nihon University
Masao Satake, Tohokugakuin University

Abstract

This paper reports on the relation between cross sectional crack of specimen and displacement-load behavior in post-failure region. Plaster cubic specimens (6x6x6cm) loaded under uniaxial compression were sectioned normal to the specimen axis to observe the major cracks. Two types fractal dimension (D, D_s) for each section were calculated. One (D) is a fractal dimension of crack distribution, the other (D_s) is for the form of two dimensional element divided by cracks. D_s is given by equation $D_s = 2 \cdot d \log(L) / d \log(A)$, where L is a boundary length of element and A is the sectional area. The values of D and D_s are 1.25 and 2.06, respectively in pre-failure region and 1.45 and 0.59, respectively in post-failure. These fractal dimensions may change at the peak strength. The decrease in D_s may mean the increase of flat elements of the cross section in post-failure region.

1. まえがき

岩質材料のピーク強度以後の、塑性化の傾向の説明を試みている報告は多い。一方、実験によって破壊過程に発生する微視的クラックを観察した報告も見受けられる。しかし、破壊断面を観察した報告は少ない。破壊した試験片には、一軸あるいは比較的低拘束圧下の三軸において軸方向の巨視的クラックが数多く観察されることがある。ピーク以後の試験片のひずみ軟化等の力学挙動とこれらのクラックの発達過程は密接に関連しているはずである。しかし、前述したようにこれらの巨視的クラックに注目した研究は少ない。このなかで、クラック発生と巨視的応力-ひずみ関係を実験的に検討したものととして試験片を切断して“有効断面”を観察したBradyら¹⁾の報告がある。Bradyらはクラックに囲まれた“要素”を念頭に置いたことは注目すべきことのように思われる。なぜならば、クラックそのものよりこれらの“要素”の出現過程の方がひずみ軟化に関して有益な情報もっていることが考えられる。ただし、Bradyらはその大きさ(面積)に注目したのみでその形状については考察していない。

本報告は、軸方向にクラックが発達したのち試験片が分割され、スラブ破壊して耐荷力を失う過程を実験によって観察し、発生するクラックや要素の形状の変化をフラクタル次元を用いて考察し、変位-荷重関係と比較するものである。

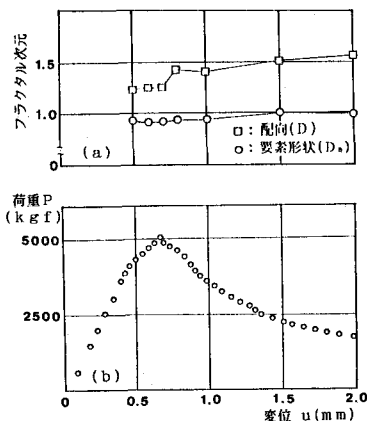


図-1 変位-荷重関係の平均(a)
とフラクタル次元(b)

2. 実験方法

実験には石膏の角柱試験片(6×6×6cm)を用いた。所定の変位(0.5, 1.0, 1.5mm)を与えたのち除荷して試験片を軸方向に直角方向に切断して断面を観察した。石膏は岩石のモデルとしてはやや均一すぎるくらいがあるが、除荷後の処理が容易であることから今回はこれを用いた。試験片のピーク強度はもちろん、これらの変位-荷重関係もばらつくためその平均化が問題であるが、変位を共通パラメータとして各荷重データを平均したものをこの試験片の平均的変位-荷重関係とした(図-1)。これより、ピーク強度点は変位0.7mm付近と推定される。各変位に8~10個の試験片を用いた。

3. 実験結果

3.1 破壊パターン 切断した各断面にはクラックが観察される。これらのクラックは必ずしも直線とは(図-2)限らないが直線で近似した。図-2に変位の増加に伴って増加するクラックの例を示す。クラックによって分割されて断面に生じる図形をここでは“要素”とよび、クラックの配向あるいは“要素”の配置や数によって生じる断面の幾何学模様をここでは断面の“破壊パターン”と呼ぶこととする。

3.2 破壊パターンの性質

(1) クラック特性 図-3に断面に発生したクラック長さ平均を変位別に平均した結果を示す。一方、図-4は、発生した最大クラック長を示したものである。それぞれにおける破線はその変動を表している。平均クラック長は変位0.5~1.0mmはほぼ一定であり次第に小さくなる。また、最大クラックの発生もこの間にあり、試験片の一辺の長さに近い値を示し、これ以後一定値を保っている。両者のバラツキを比べると、前者は変形とともに増大し平均クラック長は小さくなるものの長さの異なるクラックがピーク以後発生しやすいと考えられる。一方、後者のバラツキはむしろ減少しており、試験片を二分するような最大クラックが発生し、これを分断するようなクラックはその後発生しにくいことを示している。

(2) 要素特性 図-5に要素数の変位による変化を示す。0.5~1.0mm間で増加率が大きく、ピーク強度付近で分割(クラック発生)現象が顕著であると考えられる。図-6は、発生した要素の形状を変位別にみたものである。変形がすすむと全体に各形状要素ともに面積が小さくなるが、より高次の四角形~七角形の要素の面積の減少がピーク以後顕著である。また、高次の図形ほど面積が大きい、換言すれば小さい要素ほど扁平であることがわかる。特に変位1.5mmで明瞭である。

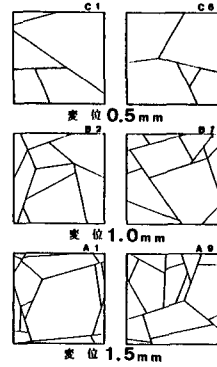


図-2 破壊パターンの例

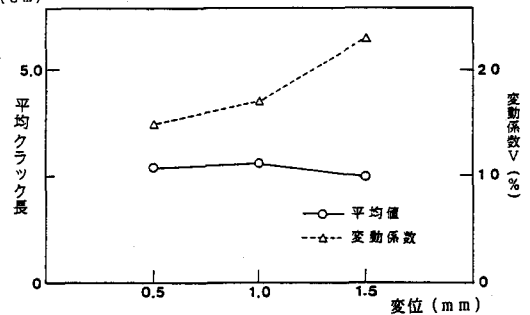


図-3 平均クラック長

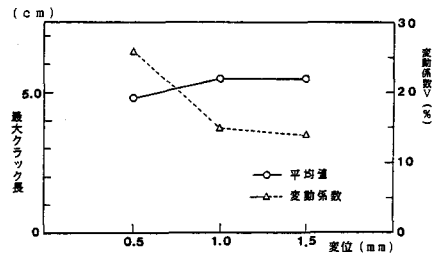


図-4 最大クラック長

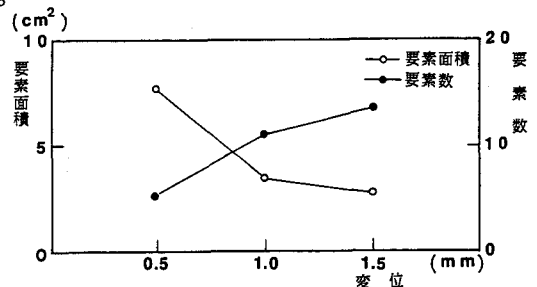


図-5 要素面積と要素数

図-7は要素形状発生率を示したものである。変形過程全体をつうじて、三角形～四角形が70%近くを占め、六角形以上の要素の発生は少ないが変位がすすむとやや増加する傾向にある。0.5mmでは四角形の占める割合が大きく、三角形が逆に少ない。しかし、上述したようにピーク強度以後は四角形が減少し、その分三角形が急増することがわかる。

3.3 変位-平均荷重関係の意義

岩質材料の変位-荷重（ひずみ-応力）関係はバラツキが多いためこれらを平均する必要がある。その方法として、各変位ごとの荷重を平均する方法と、各荷重レベルごとの変位を平均することが考えられる。一般に両者の結果は異なり、当然ピーク強度やこれに対応する変位も異なる。ここでは前述したように前者の方法によって図-1を得ている。これによって得られた変位-荷重関係は次のよう（ cm^2 ）な意義を持っている。すなわち、全試験片を並列して同時に圧縮し、構成する個々の試験片の各耐荷力の総和を全試験片数で除したものを荷重とし、与えた変位との関係より図を得ておりピーク荷重もこの変位-荷重関係から導かれるものである。

4. フラクタル次元による解析結果

ここで、次の二つのフラクタル次元を用いて解析を試みる。

4.1 クラックの配向のフラクタル次元

クラックの発生している断面に幅 η_i のメッシュをかけ、クラックを含むメッシュ（ボックス）数 $N(\eta_i)$ を求め、この η_i を適当にかえて求めた η_i - N 関係を両対数にプロットして得られる勾配の絶対値をフラクタル次元 D とするものである。二次元では周知のように、 $1 \leq D \leq 2$ であり、クラックの分布が平面に様に分布するほど D は増加して2に近づく。具体的にはマイクロコンピュータで求めている。クラック座標値をデジタイザーで読み取り、クラックを含むメッシュのみをカウントするようにして処理時間を短縮した。得られた結果の例を図-8(b)と9(b)に示す。各点はほぼ直線上にあり、クラックの配向はフラクタル的であることを示している。

図-1(a)は各変位における D の平均を示しており、変位につれて増加することがわかる。なお、前述の変位の中間にさ

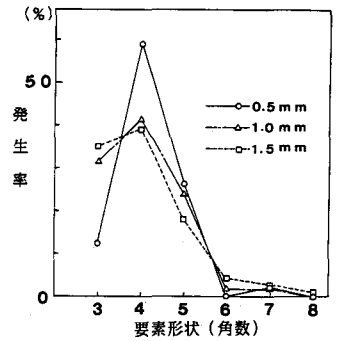


図-6 要素形状の発生率

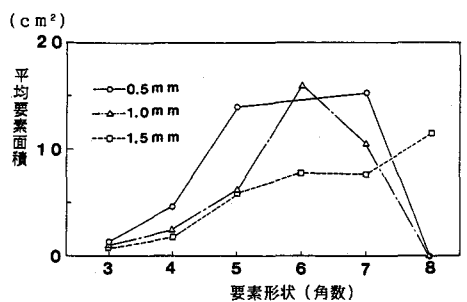
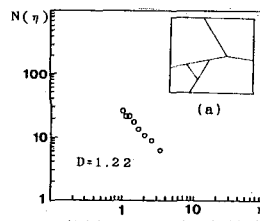
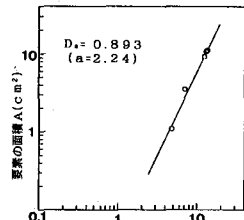


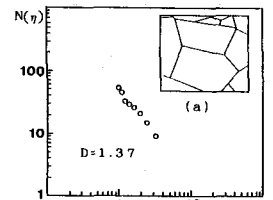
図-7 要素形状とその平均面積



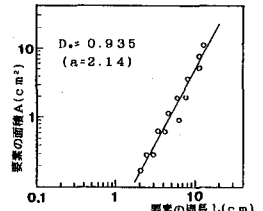
(b) 配向のフラクタル次元(D)



(c) 要素の周長と面積の関係



(b) 配向のフラクタル次元(D)



(c) 要素の周長と面積の関係

図-8 破壊パターンとフラクタル次元D及び D_0 (変位0.5mm)

図-9 同 (変位1.0mm)

らにフラクタルを求めるための変位データを追加した。

4. 2 発生要素の形状のフラクタル次元

(1) 定義

ここで、形状の相似性を示すフラクタル次元 D_s を求める。

一般に図形の周長 L とその面積 A との間には $A^{1/2} \propto L$ の関係がある。そこで次式を定義する²⁾。

$$A^{1/2} = k L^{a/2} = k L^{D_s} \quad (1)$$

よって、式(2)の第2と第3式より次式の関係がある。

$$D_s = 2/a \quad (2)$$

一方、式(1)の第1と第2式対数をとって整理すると次式を得る。

$$\log A = a \log L + 2 \log k = a \log L + B \quad (3)$$

したがって、各要素の周長(L)を横軸に、それらの面積(A)を縦軸にそれぞれを対数で表してその勾配 a を求めると、 D_s は式(2)より求められる。完全に相似な

図形の集合間には $A \propto L^2$ が成立するからこの時の式(3)の勾配 a は2となる ($a = 2$)。

したがって、この時 $D_s = 1$ となる。すなわち、相似の図形集合のフラクタル次元は形状によらず等しい ($= 1$)。しかしその場合でも、式(3)の第3式の第2項 B によってその形状を区別することが可能である。

(2) 規則的な図形の B

図-10は規則的な図形の要素周長(L)－要素面積(A)の対数表示である。円から三角形と偏平になるに従い、グラフは右に移動して B の絶対値は増加することが分かる。また、同図の直線 I は図形集合において偏平な図形ほどその面積が大きいことを示し、また、II の場合は逆に偏平な図形ほどその面積が小さいことを示している。III は完全自己相似な図形集合がこの上にくることを示している。これらをまとめると次のようである。

- 1) $D_s = 1$ ($a = 2$) のとき、完全自己相似図形
- 2) $D_s > 1$ ($a < 2$) のとき、面積の大きい図形ほど偏平である
- 3) $D_s < 1$ ($a > 2$) のとき、面積の小さい図形ほど偏平である

以上のように、 D_s は図形集合の相似の程度を表すとともに、完全自己相似でない場合は形状の異なる図形集合の中心の偏平の程度を表しており、ここでは形状のフラクタル次元と呼ぶこととする。

(3) 破壊パターンのフラクタル次元 D_s

図-8(c)と9(c)に破壊パターンとその $\log L - \log A$ 関係を示す。各要素のそれらはほぼ直線上にありその形状分布はフラクタル的であることを示している。図-1(a)に変位による D_s の変化を示す。変位の小さい間は $D_s < 1$ であり上記3)によれば三角形のような偏平な要素は面積が小さいことを示している。そして、変位が大きくなると D_s は増加して、変位 1.5 mm 付近においてほぼ1になる。 $\log L - \log A$ 関係の直線性の指標として各データの相関係数を求めて表-1に示す。

それぞれの変位において0.9以上を示しており、その形状分布は十分フラクタル的であると言えよう。ただ、ピーク強度点をすぎて破壊が進行するとこの相関がやや減少しており、要素形状の分布がばらつくことを示している。

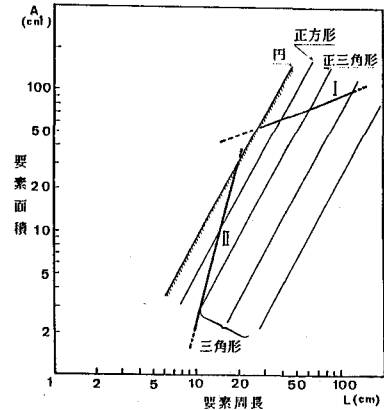


図-10 規則的な相似図形集合の $\log L - \log A$ 関係 (勾配 $a = 2$)

(4) ピーク強度と D_0 との対応関係

クラックの配向の次元 D がピーク強度点をはさんで急増することを前述した。これはピーク強度点付近でのクラックの2次元的な発達を示すものと考えられ、ピーク強度とよく対応すると考えられる。

一方、 D_0 は0.5mm~1.0mm間でやや増加するが、 D に比べて大きな変化が認められない。

さて、3.3で述べたように、ここで得ているピーク強度とは個々の試験片を柱状要素の一つとして同時に載荷したときの挙動の結果である。したがって、個々の試験片に発生する要素図形に注目するよりも、それぞれの破壊断面(試験片)の平均的性質がその全体の挙動と対応すると考えられる。その場合の D_0 を考えてみよう。すなわち、試験片の平均周長 $\bar{L}$ と平均面積 $\bar{A}$ を考える。そして各変位に対応する $\bar{L}$ と $\bar{A}$ の集合を考えると前述と同様に D_0 を考えることができる。その結果を示したものが図-11である。同図においてピーク強度点近傍で D_0 が異なることがわかる。試験片全体では、破壊の比較的初期には扁平な要素が大きく、ピーク強度点以降の塑性化の傾向が顕著の領域では、扁平な要素は逆に小さくなることを示すものと考えられる。

5. まとめ

石膏試験片に所定の変位を加えてピーク強度以後も含めた変位-荷重関係を得た。そして、これらの試験片を切断してそこに発生している破壊パターンを観察した。クラック長や要素の形状を直接測定するとともに、これらの不規則なパターンから有益な情報を得るべく、クラックの配向のフラクタル次元および形状の次元 D_0 を求めた。次のような結果が得られた。

- 1) クラックの配向の次元 D は破壊の変位とともに増加するが、その増分はピーク強度付近で最も大きい。
- 2) 破壊断面に発生する、クラックで囲まれた要素の形状のフラクタル D_0 を求めた。 D_0 も増加するがピーク前後の変化は小さい。
- 3) 変位-平均荷重関係からピーク点を求めることを考慮して、各変位における試験片の要素の平均的性質による、2)と同様な定義による要素形状の D_0 を求めた。その結果(図-11)、ピーク強度点付近で D_0 が変化し、ピーク強度と対応することがわかった。
- 4) 以上の結果から、低変位レベルの破壊の初期には、比較的面積の大きい長方形あるいは三角形などの扁平な要素が発生し、ピーク強度点以後、これらから小さな面積をもつ三角形が発生分離し、変位が増加してもこの傾向は変わらないと考えられる。

この種の実験の最大の問題点は、一つの試験片の破壊パターンを継続して観察することができないことである。元来、破壊現象がバラツキを有することに加えて、このことがさらに現象の解明を困難にしている。これらから有益な情報得の一つの方法として、二つのフラクタル次元を用いた。軸方向の分離破壊を念頭に検討したが、破壊あるいは塑性化の条件は別途検討しなければならない。また、試験片の細長比などによって破壊パターンの性質が変化すると考えられ、この点も今後の問題である。

参考文献

- 1) Brady, B.T., Duvall, W.I. and Horino, F.G.(1973): An experimental determination of the true uniaxial stress-strain behavior of brittle rock, Rock Mechanics, Vol.5, pp.107-120.
- 2) Lovejoy, S.(1982): Science, 216, pp.185.

変位 (mm)	形状の次元 D_0 を求める ための直線の相関係数
0.5	0.983
0.6	0.974
0.7	0.975
0.8	0.948
1.0	0.946
1.5	0.921
2.0	0.946

表-1 log L-log A関係における
相関係数の変位による変化

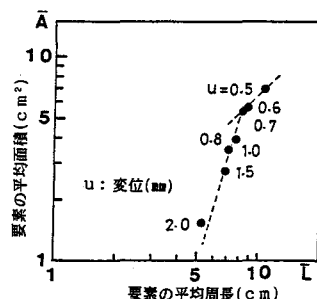


図-11 変位をパラメータとした
平均周長と平均要素面積