

### (33) 地山支保力と特性曲線の定量的評価法とDEMによる検証

鳥取大学工学部 木山英郎 鳥取大学工学部 藤村 尚  
鳥取大学工学部 西村 強 鳥取大学大学院 脇本公朋

A quantitative evaluation of the bearing characteristic curves in tunnelling and examination by DEM

Hideo KIVAMA, Tottori University  
Hisashi FUJIMURA, ditto  
Tsuyoshi NISHIMURA, ditto  
Kimitomo WAKIMOTO, Graduate School,  
Tottori University

#### ABSTRACT

Active mobilization of bearing capacity of surrounding rock mass characterizes the NATM concept of supporting. However, any quantitative expressions of this bearing capacity have not been recognized commonly. In the present paper, "a support load of surrounding rock mass", "a support load of lining" and "the total support load of a tunnel" for a two-dimensional elastic circular tunnel are distinctly evaluated by using a common index, support-stiffness, which is defined by a relative stiffness of each support to the original stiffness of the rock removed from within the opening.

Advancing the above analysis, the theoretical construction of bearing characteristic curves of elastic rock masses in tunnelling is rationally achieved.

Moreover, applying the principles to general rock masses of non-liner stress-strain property, the bearing characteristic curves show potential varieties depending on the initial earth pressure level related to the strength of the rock mass. This procedure is examined by using the results of DEM.

#### 1. はじめに

地山の支保能力を有効に利用するのがNATMの支保理念とされるが、地山の支保力がいかほどのかは明らかでない。というのも地山の支保力の定量的評価に必要な共通の認識が未だ確立していないことによる。

そこでまず、トンネル断面の掘削に伴い、空洞維持のために周辺地盤が発揮する支保工相当力を地山支保力と定義する。このとき、地山支保力とライニング支保力（支保工、覆工などによる支保力を代表する）は常に連動し、両者を合わせたものがトンネルの総支保力となる。通常の内空変位等で評価されているのはこの総支保力に他ならない。

本研究では、これらの支保力の定量的指標として、地山支保剛性、ライニング支保剛性および総支保剛性を用い、弾性論を用いて掘削断面の有していた初期剛性（既知量）に対する比率で相対化し、3者間の基本的関係と地盤やライニング条件による剛性値の変化を明らかにする。

ついで、これら3つの支保剛性を用いて、弾性地盤におけるトンネルの支保特性曲線を理論的に構成する方法について論じ、さらに、その原理に従って、既にDEM解析により求めている支保特性曲線<sup>1)</sup>と対比させながら、非線形な応力-ひずみ関係を示す実地盤の特性曲線を構成する方法について検討する。

#### 2. 支保剛性の定義と算定式

図-1に示すように、ヤング率E、ポアソン比νの地山に半径r<sub>o</sub>のトンネルを掘削し、外半径r<sub>o</sub>、内半径r<sub>i</sub>、ヤング率E'、ポアソン比ν'のライニングを施したとする。初期応力-p<sub>x</sub>、-p<sub>y</sub>（引張りを正とす

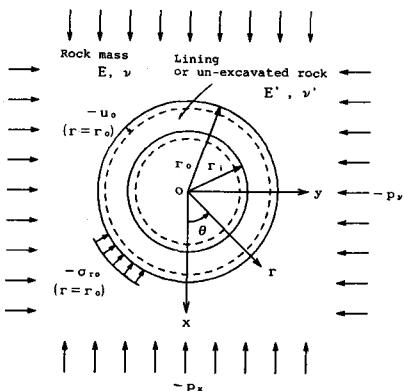


図-1 トンネル断面と解析条件

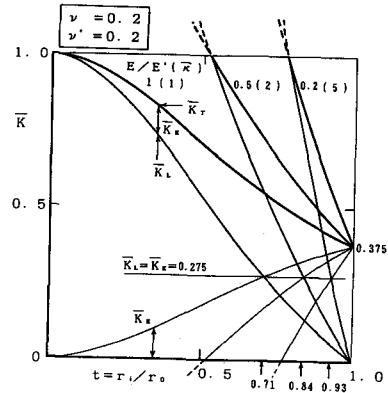


図-2  $\bar{K}_T$ ,  $\bar{K}_L$ ,  $\bar{K}_E$  の関係

る)に、ここでは基本的な例として、 $p_x=p_y=-p$ の等方圧縮状態を用いれば、ライニング外周 ( $r=r_0$ ) に作用する  $r$  方向の応力  $\sigma_{r0}$ 、変位  $u_0$  は、式(1)で与えられる(平面ひずみ状態)。

$$\left(\frac{\sigma_{r0}}{-p}\right) = \frac{2(1-\nu)(1-t^2)}{(1-t^2)+(t^2+1-2\nu')E\nu} \quad (1-a), \quad \left(\frac{-u_0}{r_0}\right) = p \frac{1+\nu'}{E'} \cdot \frac{2(1-\nu)(t^2+1-2\nu')}{(1-t^2)+(t^2+1-2\nu')E\nu} \quad (1-b)$$

ここに、 $t=r_i/r_0$ 。  $E\nu=E(1+\nu')/E'(1+\nu)$ 。

(a) ライニング支保剛性  $K_L$  を  $K_L=\sigma_{r0} \cdot r_0 \cdot 1/u_0$ 。(単位奥行き当り、以下同じ) と定義すれば、式(1-a), (1-b)より、 $K_L=(1-t^2)E'/(t^2+1-2\nu')(1+\nu')$  となり、これは等方圧縮下のライニングの剛性そのものである。断面初期剛性  $K_0^*$  は上式で  $E'=E$ ,  $\nu'=\nu$ ,  $t=0$  において、 $K_0^*=E/(1-2\nu)(1+\nu)$  (2)

これは、平面ひずみ状態での体積弾性率である。  $K_L$  を  $K_0^*$  で相対化したものを、新たにライニング支保剛性  $\bar{K}_L$  と記せば、式(3)が成立し、当然のことながら、 $t=1$  (ライニングなし) のとき  $\bar{K}_L=0$  となる。

$$\bar{K}_L = \frac{(1-t^2)(1-2\nu)}{(t^2+1-2\nu')E\nu} \quad (3)$$

(b)一方、 $K_0^*$  で相対化したトンネル総支保剛性  $\bar{K}_T$  は、変位  $u_0$ 。(初期変位 + 挖削変位) を初期変位  $u_0^*$ 。(初期応力による変位) で除した値の逆数、 $\bar{K}_T=u_0^*/u_0$  と定義すれば、式(1-b)より次式が求まる。

$$\bar{K}_T = \frac{(1-2\nu) \{(1-t^2)+(t^2+1-2\nu')E\nu\}}{2(1-\nu)(t^2+1-2\nu')E\nu} \quad (4)$$

初期地山応力  $\sigma_{r\infty}=-p$  下で掘削部が分担していた荷重を、周辺地山とライニングすべて分担していると考えた場合の総支保剛性を表す。内空変位計測等で実感されるトンネルの見掛けの剛性はこれであり、 $t=1$  (ライニングなし) のときにも  $\bar{K}_T (>0)$  が残存する。

(c)冒頭に定義した地山支保剛性  $\bar{K}_E$  ( $K_0^*$  で相対化したもの) は式(3), (4)より次式で計算できる。

$$\bar{K}_E = \bar{K}_T - \bar{K}_L \quad (5)$$

式(3), (4)から明らかなように、ライニングの存在する場合の  $\bar{K}_E$  は地山の物性のみならずライニングの物性の影響を受けることに注意する必要がある。

### 3. 支保剛性の特徴

図-2は、ライニングの厚さ指標である  $t$  と  $\bar{K}_T$ ,  $\bar{K}_L$ ,  $\bar{K}_E$  の関係を示す図である。同図は、地山とライニングのボアソン比  $\nu=0.2$  と  $\nu'=0.2$  の組み合せに対し、パラメータとして  $E/E'=1.0, 0.5, 0.2$  の場合を示す。

掘削断面が有していた初期剛性  $K_0^*$  の式(2)から明らかなように、ライニング支保剛性や地山支保剛性は基本的にそれぞれの体積弾性率に依存する。したがって、両者の体積弾性率比  $\bar{\kappa}$  (平面ひずみ状態) ,

$\bar{\kappa} = E'(1-2\nu)(1+\nu)/E(1-2\nu')(1+\nu')$  が、  $\nu$ ,  $\nu'$ ,  $E$ ,  $E'$  の組み合せを代表する有力な指標となる。ちなみに図-2で、  $t=0$  の時  $\bar{K}_T=\bar{K}_L=1$ ,  $\bar{K}_E=0$  となるのは  $\bar{\kappa}=1.0$  の時である。

図において、縦軸の  $\bar{K}_T=1.0$  は、トンネル総剛性が断面初期剛性  $K_0^*$  に等しい場合を示し、  $\bar{K}_T < 1.0$  は、トンネル掘削によって周辺地山の剛性がそれだけ減少したことを、逆に、  $\bar{K}_T > 1.0$  ( $\bar{K}_L > 1$ ,  $\bar{K}_E < 0$ ) は元の掘削断面よりライニングが強すぎる場合を示すが、いずれにしろ  $\bar{K}_T$  曲線上にあれば、掘削断面の分担していた力をすべて地山とライニングが協同して分担していることを表す。

地山支保剛性  $\bar{K}_E$  は、  $\bar{K}_T$  曲線を  $\bar{K}_L$  曲線の縦距の差であり、見やすいように改めて  $\bar{K}_E$  曲線として図

示してある。一般に  $t=r_0/r$  の増加、つまりライニング厚さ  $(1-t)$  の減少とともに、ライニング支保剛性  $\bar{K}_L$  は 0 へと減少し、逆に地山支保剛性  $\bar{K}_E$  は増加する。  $t=1$  は素堀り状態で、  $\bar{K}_L=0$ ,  $\bar{K}_T=\bar{K}_E=(1-2\nu)/2(1-\nu)$  で表され、地山支保力が最大限に発揮され、それが地山のボアソン比  $\nu$  のみに支配されることが重要である。

ライニングのヤング率  $E'$  を大きくすれば、より正確にはライニングの体積弾性率比  $\bar{\kappa}$  を大きくすれば、ライニング厚さ  $(1-t)$  に対するライニング支保剛性  $\bar{K}_L$  および総剛性  $\bar{K}_T$  は増加し、内空変位等の地盤変形を抑制できる。しかし、それによって地山支保剛性  $\bar{K}_E$  は減少し、地山支保力を有効に利用する観点からはマイナスに作用することに注意する必要がある。

支保剛性  $\bar{K}_T$ ,  $\bar{K}_L$ ,  $\bar{K}_E$  の利用法をまとめると；①与えられた地山に対し、掘削断面の初期剛性  $K_0^*$  に対する比率となっているため、直感的に各支保剛性（したがって各支保力）の量的理説ができる、②同じ理由で、土砂地盤から硬地盤までを通じて、一貫した支保剛性の相対的比較が可能であること、③一方、具体的な支保工等の絶対値を必要とする場合には、与えられた地山の初期剛性  $K_0^*$  を  $\bar{K}_T$ ,  $\bar{K}_L$ ,  $\bar{K}_E$  に乗ることによって求められる。

### 3. 弹性地盤の特性曲線

図-3 に示すように、ライニング外周 ( $r=r_0$ ) 上に作用する  $r$  方向圧縮応力  $\sigma_{r0}/-p$  を縦軸に、 $r$  方向収縮変位  $u_0/u_0^*$  を横軸にとって、式(1)の  $\sigma_{r0}/-p$  と式(4)の  $u_0/u_0^*=1/\bar{K}_T$  の関係(共通変数  $t$ )を描けば、トンネル支保特性曲線が得られる。さらに、地山とライニングの物性 ( $E$ ,  $\nu$ ,  $E'$ ,  $\nu'$ ) を一定にするには、ライニングのボアソン比  $\nu'$  と体積弾性率比  $\bar{\kappa}$  が一定の時、地山のボアソン比  $\nu$  (あるいは  $E/E'$ ) のみが変数となるので、  $\nu$ ,  $\bar{\kappa}$  一定の図で  $\nu$  をパラメータにすれば良く、すべての特性曲線が定点 ( $u_0/u_0^*=1.0$ ,  $\sigma_{r0}/-p=1.0$ ) を通る直線となる。

式(4)では、  $\sigma_{r0}/-p=1.0$  を不变とした  $u_0/u_0^*$  から総剛性  $\bar{K}_T$  を定めたが、ここでは  $u_0/u_0^*$  を実応力  $\sigma_{r0}/-p$  に対応させることによって、特性曲線は次のような意味を持つ。  $\sigma_{r0}/-p=1.0$  がトンネル掘削によって生じる必要支保力の全量であって、上記の支保特性曲線より下方がライニングの負担分、上方が地山の負担分となるように、支保力の分担を区分する線となる。

一方、同図に原点 0 を通り、式(3)のライニング支保剛性  $\bar{K}_L$  を勾配とする直線を描けば、ライニングの支保曲線が得られる。  $\bar{K}_L$  は  $\nu'$  と  $\bar{\kappa}$  が一定の時、  $t$  のみの関数となるので、  $t$  をパラメータにすれば良い。ただし、原点を通るライニング支保曲線は、無応力状態でライニングをはめ込んでおいてから、初期応力を負荷した場合に対応している。以上の結果、地山とライニングがともに弾性体であれば図-3 における両者の交点が平衡点となる。図-3 の特性曲線を弹性特性曲線と呼ぶことにする。

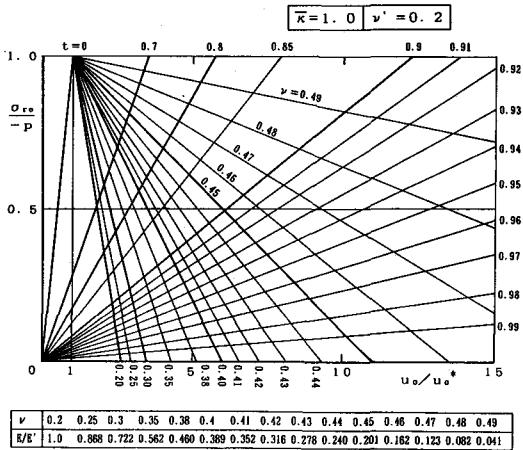


図-3 弹性地盤の特性曲線

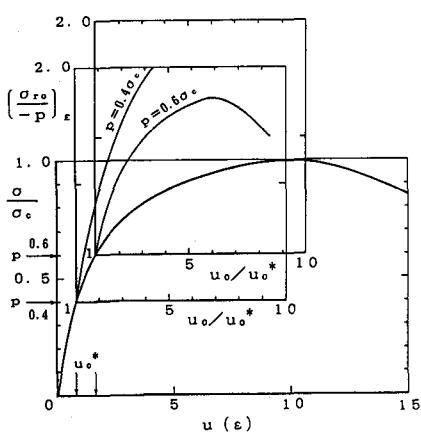


図-4 応力-変位関係

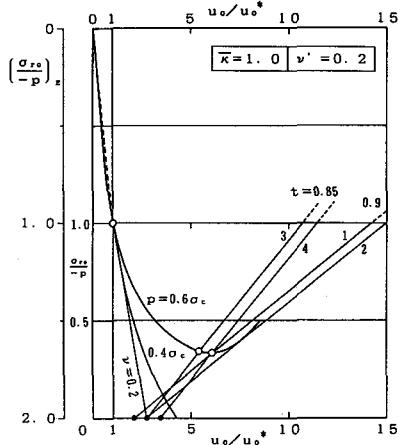


図-5 特性曲線の構成

図-3は、 $\nu'=0.2$ 、 $\bar{\kappa}=1.0$ とした場合であるが、特性曲線群は地山のポアソン比 $\nu$ のみの関数となっており、 $\nu$ が大きくなるにつれて収縮変位 $u_0/u_0^*$ が大きく、必要なライニング支保圧も大きくなることがわかる。

#### 4. 実地山の特性曲線の構成

実地山の応力～変位(またはひずみ)曲線が図-4のように与えられたとする。これは与えられた地山で拘束応力 $\sigma$ を0から破壊または降伏点近傍まで増加させたときの、トンネル掘削断面における内空変位 $u$ を表すが、実用上はトンネル規模での地盤ブロックの応力～変位(またはひずみ)曲線をイメージすればよい。

さて、この地山の $\sigma-u$ 曲線から特性曲線を作成する手順は次のようになる。初期応力 $p$ がたとえば $0.4\sigma_c$ の時には、 $\sigma-u$ 曲線上のその対応点( $\sigma/\sigma_c=0.4$ 、 $u_0=u_0^*$ )を特性曲線の始点 $((\sigma_r/\sigma_c)/(-p))_E=1.0$ 、 $u_0/u_0^*=1.0$ とする。ついで $\sigma-u$ 曲線の縦軸と横軸をそれぞれ $0.4\sigma_c$ と $u_0$ で相対化すれば、図-4に示すようにトンネル掘削に伴う $(\sigma_r/\sigma_c)/(-p)_E=1.0 \sim 2.0$ 間の地山の支保能力を表すところの $(\sigma_r/\sigma_c)/(-p)_E \sim u_0/u_0^*$ 曲線が得られる。なお、トンネル掘削前の初期地山が分担している $(\sigma_r/\sigma_c)/(-p)_E=0 \sim 1.0$ 間の曲線は省略している。 $p=0.6\sigma_c$ の場合も同様に求められる。与えられた地山の $\sigma-u$ 曲線に対し、初期応力レベル $p/\sigma_c$ による両者の差の大きいことが注目される。

このようにして得られた $(\sigma_r/\sigma_c)/(-p)_E \sim u_0/u_0^*$ 曲線を、 $\bar{\kappa}=1.0$ 、 $\nu'=0.2$ と仮定して(図-3の特性曲線図に対応する)、 $t=0.85$ 、 $t=0.9$ の支保曲線と合わせて描いたのが図-5である。ここにはトンネル掘削以前から地山が負担している $(\sigma_r/\sigma_c)/(-p)_E=0 \sim 1.0$ の間の曲線も示してある。トンネルの特性曲線が掘削前からの負担分 $(\sigma_r/\sigma_c)/(-p)_E=1.0$ をベースにトンネル掘削による地山の分担力の増分(これを地山支保力と定義した)で構成されていることが理解できよう。図-5において、支保工の遅速、剛性の過不足等については一目瞭然なので説明を割愛するが、トンネルの支保特性曲線が地山の支保能力を表すものとして、初期応力レベル(いわゆる地山強度比)に強く依存することが強調される。

#### 5. DEM解析による検討

上述の過程をDEMによりたどることにより、上記構成法の検証ひいては実際的な地山支保力、特性曲線の定量的評価が可能になってくると考えられる。既に、地盤条件の相異を配列と側圧の変化のよって表現し、Fenner-Pacher型をはじめとして、数種の支保特性曲線が存在し得ることを示している<sup>1)</sup>。そこで、ここでは同一の解析モデルを用いて、地盤の荷重-変位(応力-ひずみ)曲線を求めて、検討を進める。

解析モデルの一例を図-6に示している。まず、設定された初期鉛直荷重 $P_v$ 、初期水平荷重 $P_h$ のもとで静止状態を求める(初期状態)。前例と同じく、 $P_v$ は最上段要素に等しく割り振り、それらの自重として与え、

水平荷重は鉛直荷重に対する比率（側圧係数）で設定し、側方剛板(AB,CD)を介して作用させる。その後、側圧を一定に保ったまま、鉛直荷重を増加させていくが、所定の荷重状態で静的な安定状態が存在することを確認してのち、新たな荷重増分を与えている。そして、鉛直荷重が最大値を示してのちは、最上段要素に鉛直下向きの強制変位を与えて、荷重-変位関係を求めている。このとき、変位速度の荷重-変位挙動に与える影響を極力小さくするため、二、三の速度で実施した後、 $1\text{cm/sec}$ なる速さを採用した。

図-7は、解析結果をまとめたものであるが、縦軸には作用鉛直荷重 $P$ を初期鉛直応力 $P_v$ で相対化したものを、横軸には初期状態を基準として最上段要素の変位量 $\Delta u$ を探っている。これらの曲線は、安定(17/18配列)～不安定(11/12配列)という初期地盤の安定性を示すものであり、地盤条件の相異による支保特性曲線の変化を物語るものと考えられる。

図-8に、 $P_h/P_v=0.8$ (13/14配列)の場合の特性曲線を示しているが、 $\Delta D=0.04\text{cm}$ 付近からの急激な支保圧增加と側方流動を裏付けるかのように、図-7では、 $\Delta u=0.04\text{cm}$ 付近から応力-変位関係が大きく変化している。しかしながら、その時の荷重値は $P/P_v=2.2$ 程度であり、前章の考え方と必ずしも一致するものではない。他の例においても、同様に最大圧縮力が大きく求められる傾向がみられる。ここまで考察は、トンネル周辺地盤の平均的強度を対象においたものとみることができる。図-7には、側圧係数を0.7とした例を併せて示したが、最大圧縮力が若干小さく求められており、数値的には図-8の特性曲線に対応するものくなっている。円孔近傍に生じる応力集中あるいは解放に伴う局所的な地盤条件の変化を考慮する必要性を示唆するものかも知れない。今後、さらに検討を進める予定である。

#### 参考文献

- 木山、藤村、西村：DEM解析によるFenner-Pacher型支保特性曲線の実現と考察、土木学会論文集、No.394/III-9, pp.37-43, 1988.

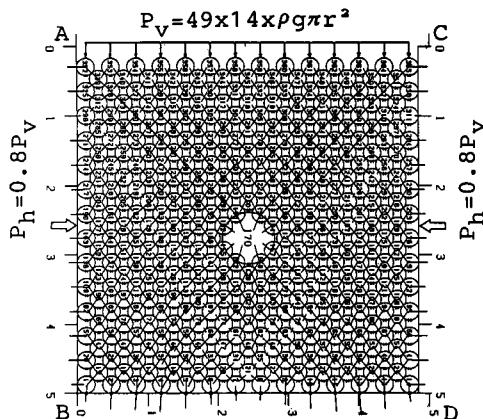


図-6 解析モデルの一例(13/14配列,  $P_h/P_v=0.8$ )

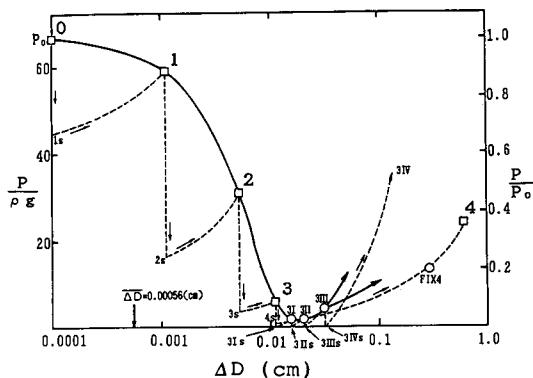


図-8 支保特性曲線(13/14配列,  $P_h/P_v=0.8$ )

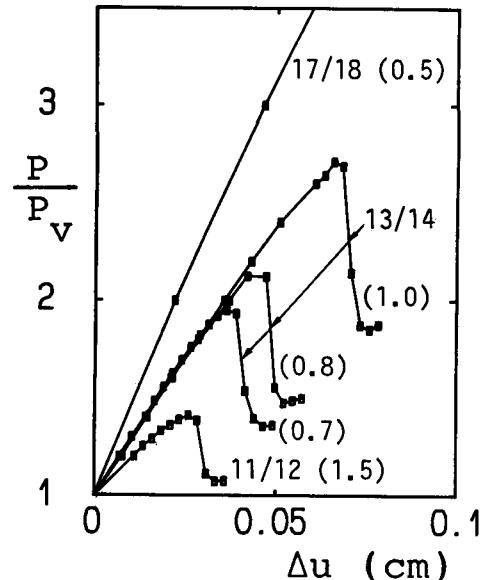


図-7 荷重-変位関係