

(27) 岩盤の非弾性的な変形挙動の逆解析法について

(株)間組 正会員 山下 亮

(株)間組 正会員 蓮井 昭則

Back analysis of non-elastic rock deformation around tunnels

Ryo Yamashita, HAZAMA Corporation

Akinori Hasui, HAZAMA Corporation

ABSTRACT

Back analysis technique has become a useful tool to estimate safety of rock masses around tunnels. However it is difficult to analyse rock deformation when non-elastic behavior is dominant near tunnel walls. In this paper, an approach to analyse rock deformation including non-elastic deformation is proposed, in which the rock masses are modeled using equivalent elastic elements. The equivalent elastic moduli are determined so that the calculated results agree with the measured data under the penalty condition that the distribution of the deformation moduli should be smooth.

A numerical experiment was carried out using the result of elast-plastic finite element calculation as measured results. The distribution of maximum shear strain obtained from the the proposed back analysis method showed a better agreement with the measured results compared to the calculated results from a conventional back analysis.

1. まえがき

トンネルや地下発電所等の地下構造物の建設工事においては、掘削によって生じる構造物周辺の地盤の変形を計測することにより地盤の状態を監視し、その結果を施工管理へとフィードバックしながら工事を進めてゆく情報化施工の考えが一般的なものとなってきた。このような流れの中で内空変位あるいは地中変位を解析しトンネル周辺岩盤内のひずみ分布やゆるみ域を推定する逆解析法が実用化されている。特に桜井ら¹⁾の提案による方法は、地盤材料と初期応力場の均質性を仮定することによりパーソナルコンピュータ程度の小型で安価な計算機を用いた現場での解析を可能としたことで多くの現場で施工管理に利用されている。

一方、建設サイトにおける地盤はかならずしも均質ではなく、異なる力学的性質を有する複数の地層が重なっている場合や均質の地盤中に岩脈や破碎帯が存在するような場合など不均質な地質構造となっている場合がしばしば見られる。このような地盤に対して逆解析法を適用するには複数の材料定数を同時に計算する必要がある。荒井ら²⁾は地盤が線形弾性体である場合、共役傾斜法を応用して複数の地質から成る地盤の力学定数（ヤング率、ポアソン比）が求められることを示している。また大上ら³⁾⁴⁾は同様な逆問題に対してニュートン法と1次元探索法を適用することによって、効率よくパラメータが求められることを示している。このような既往の研究により地盤の地質構造が既知である場合、計測結果から個々の地質体の力学定数を解析することが実用的なものとなりつつある。

しかしながらゆるみなどによる非弾性的な変形挙動が無視できないような地盤に対して不均質性を考慮して解析を実施するためには、ゆるんでいる領域の範囲が既知でなくては従来の手法による解析は困難となる。桜井らの論文では解析者が実測変位のパターンをもとに判断してゆるみ域の範囲を決定して逆解析を行うことにより実測結果を精度良く再現している。しかし、ゆるみ域の範囲をどのように設定するかに関して解析する人間の技術的判断が必要であり、主観が入ることで逆解析を行う技術者によっては結果がかなり異なったものとなることも考えられる。

本論文では、トンネル周辺においてゆるみや地盤材料の塑性化などによる非弾性的な変形挙動が卓越するため、均質等方性を仮定した手法を用いることは適切でないと考えられるような場合についても適用可能な逆解析手法の提案を行う。

2. 解析手法

非弾性的な変形挙動を逆解析する手法としてはまず逆解析に用いるモデルの構成則自体を非線形なものとするのがまず考えられる。しかしこのようなアプローチは実用的なレベルにおいてはあまり行われていないようである。これは、非線形な構成則（例えば関連流れ則を採用した弾塑性解析など）では構成則の中で用いられるパラメータの解析結果に対する感度が大きい、すなわちパラメータが少し変化しただけで計算される変形が大きく異なってくるため逆解析においてはパラメータを安定に求めることが困難となることが一因であると考えられる。また、非線形な構成則を用いる場合パラメータの数が多くなること、どのような構成則の種類に対しても効率よく安定にパラメータを求めるアルゴリズムがわかっていないことも非線形な構成則を対象として逆解析があまり実施されていない原因と考えられる。

こうしたことから本研究においては非線形な構成則を用いる方法とはらず、ゆるみ域を含む岩盤を不均質な弾性体の集合体にとらえるアプローチをとり、有限要素法における1つ1つの要素の変形係数を逆解析によって求める方法を考える。要素1つ1つの変形係数を逆解析によって求めようとするとき未知パラメータの数が測定データの数よりも多くなってしまうため解が不定になるという問題点が生じる。そこで本研究では逆解析の目標を次に様に設定する。

「実測変位を精度良く再現し得る要素の変形係数分布のうち、最も空間的になめらかな分布をする変形係数分布を求める。」

ここでなめらかであるとは、隣合う要素（辺を共有する要素）では変形係数に大きな差がないことを意味するものとする。このなめらかさについての条件はパラメータ決定問題における1つの制約条件（ペナルティ）となっている。また以下のような仮定を設けることとする。

- (i) 解析領域内で初期応力は一定で既知とする。
- (ii) ポアソン比はすべての要素で一定で既知とする。

逆解析において変形係数を求めてゆくアルゴリズムとしては大上³⁾の提案している方法に準じた方法（ニュートン法）を用いる。以下に具体的な解析手法について述べる。

線形弾性体の有限要素法の基本式（剛性方程式）はマトリックス形式で、

$$\mathbf{F} = \mathbf{K}(\mathbf{p})\mathbf{u} \quad (1)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{F}$ は節点荷重ベクトル、 $\mathbf{K}(\mathbf{p})$ は逆解析によって求めようとする物性パラメータ（各要素の変形係数） $\mathbf{p}$ によって決まる剛性マトリックス、 $\mathbf{u}$ は節点変位ベクトルである。ここでは、境界条件として0でない強制変位の条件は考慮しないものと仮定する。測定変位 $\bar{\mathbf{u}}$ に対応する変位がFEMの節点変位の線形結合で表現されたとすると、解析と実測との誤差は次式で表現される。

$$\Delta\mathbf{u} = \mathbf{S}\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \quad (2)$$

ただし、 $\mathbf{S}$ は、節点変位ベクトルと測定変位の関係を与える係数マトリックスである。荷重ベクトルは既知であり地盤物性の影響を受けないとして式(1)をパラメータ p_i で偏微分すると $\partial\mathbf{F}/\partial p_i = \mathbf{0}$ であるから次式が得られる。

$$-\frac{\partial\mathbf{K}(\mathbf{p}^k)}{\partial p_i}\mathbf{u}^k = \mathbf{K}(\mathbf{p}^k)\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial p_i} \quad (3)$$

ここで、肩字の k は逆解析の反復計算における k 回目の反復を表すものとする。それぞれの反復計算のステップにおいて式(1)を解いた後、得られた $\mathbf{u}^k$ を用いて式(3)を解くことによって $\partial\mathbf{u}/\partial p_i$ が求

められる。次に変位ベクトルを $\mathbf{u}^k$ の近傍でテーラー展開し高次の項を省略する。

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^k + \sum_i^m \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p_i} \delta p_i \quad (4)$$

ここで、 m は逆解析するパラメータの数である。従来の逆解析法では測定変位との誤差の自乗和を誤差関数 E として用いてこれを最小にするようにパラメータが決定されることが多いのであるが、ここではパラメータの分布のなめらかさを制約条件として考えているので次式を最小とすべき目的関数として用いる。

$$E = (\Delta \mathbf{u})^T \Delta \mathbf{u} + f' \quad (5)$$

ここで f' は、未知パラメータについての制約条件（ペナルティ）であり、要素のヤング率がなめらかに分布すると仮定することにより例えば次のような関数を考えることができる。

$$f' = \phi \sum_i \sum_j w_{ij} (p_i - p_j)^2 \quad (6)$$

ここで、 ϕ は、ペナルティの大きさを調節するための係数である。また w_{ij} は重み係数であり、要素 i と j が接していない（共有する辺を持たない）場合は 0、そうでない場合は要素 i と j の重心の間の距離を r_{ij} として r_{ij} が小さいほど大きくなるように決められる必要がある。重み係数の決め方としては地質統計学的手法を利用することも考えられるが、ここでは簡便さを考え次式を用いることとした。

$$w_{ij} = \frac{1}{r_{ij}} \quad (7)$$

ここで、 r_{ij} は要素重心間の距離を表す。目的関数の最小値の条件として E を各パラメータで偏微分して 0 とおく。

$$\frac{\partial E}{\partial p_j} = 2(\Delta \mathbf{u})^T \mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p_j} + \frac{f'}{p_j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (8)$$

式 (8) に式 (2)(4) および (6) を代入して次の連立方程式を得る。

$$\{\bar{\mathbf{u}} - \mathbf{S}(\mathbf{u}^k + \sum_i^m \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p_i} \delta p_i)\}^T \mathbf{S} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial p_j} + 2\phi \sum_i w_{ij} (p_j^k + \delta p_j - p_i^k - \delta p_i) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (9)$$

式 (9) を δp_j ($j = 1, 2, \dots, m$) について解くことにより k 番目の反復計算ステップにおけるパラメータの修正量が計算され、次式によりパラメータの更新値が得られる。

$$\mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k + \lambda \delta \mathbf{p} \quad (10)$$

ただし、 λ は修正されたパラメータ値すなわち変形係数の値が負にならないように調節するための 1 以下の正の定数である。パラメータの修正反復計算を修正量が十分小さくなるまで繰り返すことにより最終的なパラメータ値が得られる。

3. 解析例

解析法の妥当性を検討するために数値実験を実施した。仮想の地盤でのトンネル掘削問題を考え弾塑性モデルにより順解析を実施した。順解析の結果における変形データを入力データとして逆解析を実施し、変形挙動や最大せん断ひずみの分布がどの程度再現できるかについて評価する。順解析における仮定および解析条件は以下の通りである。

- (i) 弾性変形の半分は切羽通過前に生じており、残りの半分のみが計測変位に含まれるものとする。
- (ii) 関連流れ則と Drucker-Prager 型の弾塑性構成則を用いる。ヤング率、ポアソン比、粘着力、内部摩擦角、ひずみ硬化率はそれぞれ $E = 10000(\text{kg/cm}^2)$ 、 $\nu = 0.3$ 、 $c = 25(\text{kg/cm}^2)$ 、 $\phi = 30^\circ$ 、

$H' = 100(\text{kg/cm}^2)$ とした。

(iii) 解析領域内で初期応力は一定でありその値は $(\sigma_x \sigma_y \tau_{xy}) = (-40, -50, -20)$ とする。

解析に用いた有限要素メッシュおよび仮想の地中変位計測線 (太線部) を Fig.1 に示す。同図の計測線での区間変位を用いて次の 2 種類の方法で逆解析を実施し、順解析と逆解析における変形の様子を比較した。

(a) 本論で提案している逆解析法

(b) 地盤を均質な弾性体と仮定した逆解析法

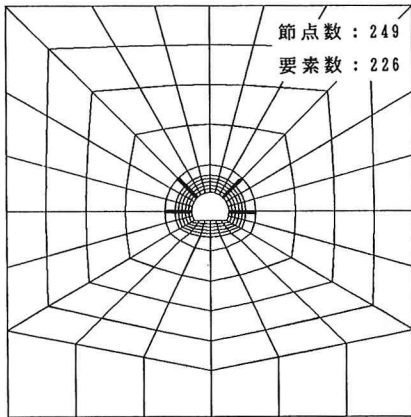


Fig.1 FEMメッシュと計測線

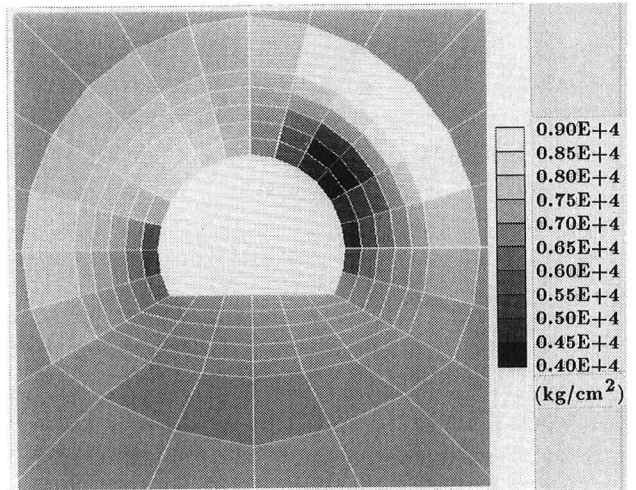


Fig.3 変形係数分布

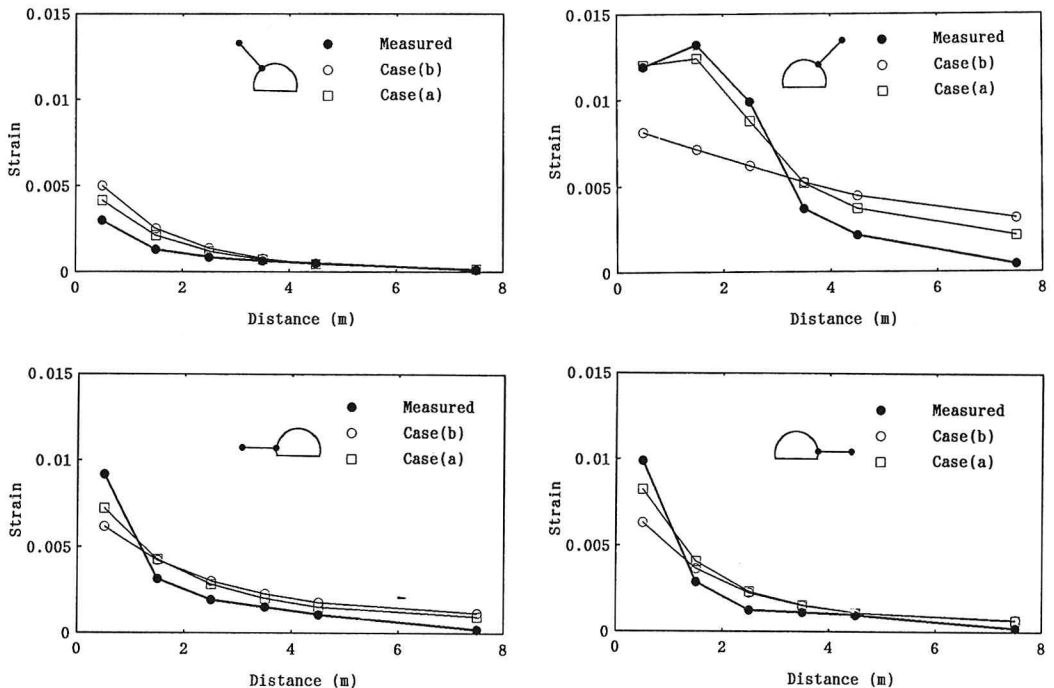


Fig.2 逆解析結果の比較

ケース (a) とケース (b) での結果を各測定区間のひずみについて順解析結果 (仮想の計測変位) について比較した結果を Fig.2 に示す。まず順解析の結果においては弾性変形分はその半分しか含まれていないこともありトンネル壁面付近では塑性ひずみがかかなりの割合をしめている測線があることがわかる。そのためケース (b) では塑性変形が卓越していると考えられるところでは順解析と逆解析の差がかなり大きくなっている。また分布のパターンもかなり異なった場合が見られる。一方、ケース (a) では場所により剛性が異なることを考慮しているため、塑性変形をもある程度再現する事が可能であり、Fig.2 においても順解析結果がかかなり正確に再現されていることがわかる。このときの変形係数の分布を Fig.3 に示す。ケース (b) の結果では変形係数が $6.8E+4\text{kg/cm}^2$ でありケース (a) の平均的な値が得られている。ケース (a) では塑性変形の大きな要素では弾性係数が小さくなっており、地盤が等価な弾性体の集合としてモデル化されることにより非弾性的な変形挙動をも表現できていることがわかる。一方、右上方部分で塑性域に接して変形係数が不自然に大きい部分が発生しており今後改善してゆく必要のある点であると考えられる。なおケース (a) では反復計算回数を 15 回として計算を行っている。

4. まとめ

トンネルなどの地盤の掘削問題において地盤のゆるみや塑性変形などの変形挙動が無視できないほど大きな場合、このような非弾性的な変形挙動を逆解析するための手法を提案した。弾塑性解析による仮想データを用いた数値実験を行った結果、この手法により塑性領域は弾性係数の小さな領域としてある程度把握できることがわかった。本論文では弾塑性解析の結果を仮想のデータとしているが、実際には弾塑性モデルで変形挙動を予測し得ないような地盤も多いものと考えられる。本手法は地盤材料の構成則を特に仮定していないため、どのようなタイプの地盤に対しても対応することができると考えられる。今後は数値実験により本手法の改良を行うとともに実測結果に対して本手法を適用しその実用性を検討してゆく予定である。

謝辞

本研究を進めるにあたり名古屋大学 市川助教授、信州大学 大上助手の両先生より逆解析法の基本についてご指導いただきました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 桜井、進士: “マイクロコンピュータによる変位計測結果の評価法”、土木学会論文報告集、第 358 号、pp.37-46、1985.
- 2) H.Arai, H.Ohta and T.Yasui: “Simple optimization techniques for excavating deformation moduli from field observations”, Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp.108-114、1983.
- 3) 大上: “一般化逆解析手法と岩盤力学への適用”、学位論文、1991.
- 4) Y.Ichikawa and T.Ohkami: “PARAMETER IDENTIFICATION AS A BOUNDARY CONTROL PROBLEM FOR LINEAR ELASTIC MATERIALS”, to be appeared in Soils and Foundations.