

(25) 双設トンネル掘削問題に関する 順解析および逆解析

大林組技術研究所 正会員 ○山下 幸夫
大成建設土木設計部 正会員 川上 哲太郎
山梨大学工学部 正会員 平島 健一

Analysis and Back-Analysis for Problems of Tunnel Excavation
with Two Openings in Elastic Rock

Yukio YAMASHITA, Obayashi Corporation
Tetsutaro KAWAKAMI, Taisei Corporation
Ken-ichi HIRASHIMA, Yamanashi University

Abstract

The complex variable method with conformal mapping transformation is very useful analytical techniques for tunnel excavation problems, because stresses and displacements around tunnel can easily be obtained as the exact closed-form solutions of elasticity.

In this paper, we describe theoretical processes using of the above formulation that can be applied to analysis and back-analysis for tunnel excavation problems with two circular or elliptical cross sections in an anisotropic elastic ground under two-dimensional in-plane loading conditions. Finally, the practical availability of this method is shown by several graphical representations as numerical examples.

1. まえがき

近年、都市域での地下構造物の輻輳化に伴って、既設トンネルへの近接施工および双設トンネルとして新規路線が計画される機会が多い。トンネル相互の影響を解析的に評価することが求められているが、このような場合、有限要素法や境界要素法などの数値解析法に頼らざるを得ないのが現状である。周知のように、これらの数値的手法ではメッシュサイズや計算時間、精度といった問題で各種の制約を受けることは否めない。そのため筆者らは、複素関数論を用いて厳密解を求め、標題のような場合を含めてトンネル掘削問題に適用する研究を進めている。^{1) 2) 3)}

この論文では、異方性弾性地山内に施工される円形または楕円形トンネルの掘削問題を例にして、双設トンネルの順解析法と逆解析法の理論的プロセスについて述べるとともに、いくつかの解析結果を示す。

2. 面内荷重下の異方性弾性体内の双設トンネル問題に対する厳密解

異方性弾性体内に1個の円形または楕円形トンネルが存在する場合の厳密解についてはすでに発表⁴⁾しているが、双設トンネルでは、これらの結果をもとに選点法を活用して複数孔を有する多連結領域の問題として解を導く。ここでは2個の楕円孔が任意距離はなれて存在する場合について、解法の概略を以下に示す。

いま図-1に示すように、解析対象モデルとして無限遠方より一様な応力 σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ および空洞内面より内圧 p , p' が作用する二つの楕円孔 Σ_1 , Σ_2 を有する2次元異方性弾性体を考える。各々の楕円孔の中心 o , o' を原点とする二つの直交座標系 (x, y) および (x', y') を設け、これらの中心間の水平およ

び鉛直距離をそれぞれ s_0, h_0 とすれば、これらの座標系間には次の関係が成立する。

$$x' = x + s_0, \quad y' = y + h_0 \dots\dots\dots (1)$$

さてここで、所要の厳密解を得るために、楕円孔 Σ_1 を対象にして座標系 (x, y) 内のトンネル境界およびその外部を複素平面 z_0 で表し、これを図-2(b)に示す ζ -平面内の単位円およびその外部に変換する次のような写像関数を設定する。

$$z_0 = x + i y \equiv \omega(\zeta) \\ = \frac{1}{2} \{ (a+b) \zeta + (a-b) \zeta^{-1} \} \dots (2)$$

この写像関数の ζ -平面 ($\zeta = \rho e^{i\theta}$) 上では、 $\rho=1$ のとき z_0 -平面上の孔縁が、また $\rho>1$ のときその外部領域がそれぞれ対応することになる。

楕円孔が Σ_1 だけの場合、すなわち1個の楕円孔しか存在しない場合には、 z_0 -平面内の任意位置における応力および変位は二つの複素応力関数 $\Phi_k(z_k)$, ($k=1, 2$) を用いて次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^\infty + 2\text{Re}[\mu_1^2 \phi'_1(z_1) + \mu_2^2 \phi'_2(z_2)], \\ \sigma_y &= \sigma_y^\infty + 2\text{Re}[\phi'_1(z_1) + \phi'_2(z_2)], \\ \tau_{xy} &= \tau_{xy}^\infty - 2\text{Re}[\mu_1 \phi'_1(z_1) + \mu_2 \phi'_2(z_2)], \\ u &= u_x^\infty + 2\text{Re}[p_1 \phi_1(z_1) + p_2 \phi_2(z_2)], \\ v &= u_y^\infty + 2\text{Re}[q_1 \phi_1(z_1) + q_2 \phi_2(z_2)]. \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

ここに、 u, v はそれぞれ x および y 方向の変位を表わし、 u_x^∞, u_y^∞ は空洞のない状態での初期変位である。複素係数 μ_k ($k=1, 2$) は異方性弾性体に対する特性方程式の複素根として次の式(4)により、また係数 p_k, q_k ($k=1, 2$) は式(5)によりそれぞれ求められる。

$$a_{11} \mu^4 + 2 a_{16} \mu^3 + (2 a_{12} + a_{66}) \mu^2 - 2 a_{26} \mu + a_{22} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$p_k = a_{11} \mu_k^2 + a_{12} - a_{16} \mu_k, \quad q_k = a_{12} \mu_k + a_{22} / \mu_k - a_{26} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $a_{11}, a_{12}, \dots a_{66}$ は弾性コンプライアンスである。問題を平面ひずみ問題として取り扱う場合には、上記の a_{ij} に代えて $\beta_{ij} [= a_{ij} - (a_{13} a_{j3} / a_{33})]$, ($i, j=1, 2, \dots 6$) を用いなければならない。

式(3)において用いられている複素応力関数 $\Phi_k(z_k)$ は、具体的に次式のようになる。

$$\Phi_1(z_1) = \frac{\beta_1 - \mu_2 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_1}, \quad \Phi_2(z_2) = -\frac{\beta_1 - \mu_1 \bar{\alpha}_1}{\mu_1 - \mu_2} \cdot \frac{1}{\zeta_2} \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= -(a/2)(p + \sigma_y^\infty) + (b/2)i \tau_{xy}^\infty, \\ \beta_1 &= (a/2) \tau_{xy}^\infty - (b/2)i (p + \sigma_x^\infty), \\ z_k &= x + \mu_k y = \frac{1}{2} \{ (a - i \mu_k b) \zeta_k + (a + i \mu_k b) \zeta_k^{-1} \}, \\ \zeta_k &= [z_k \pm \{z_k^2 - (a^2 + \mu_k^2 b^2)\}^{1/2}] / (a - i \mu_k b). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

次に、双設の楕円孔 Σ_2 に対しても座標系 (x', y') 内で前記と同様に複素平面 z_0' を考え、式(2)と同じ写像関数を設定することになれば、

$$z_0' = x' + i y' = \frac{1}{2} \{ (a' + b') \zeta' + (a' - b') \zeta'^{-1} \} \dots\dots\dots (8)$$

が成立する。同時に複素平面 $z_k' (= x' + \mu_k y')$ を ζ_k' -平面 ($\zeta_k' = \rho_k' e^{i\theta_k'}$) の単位円とその外部に写像すれば次式が成立する。

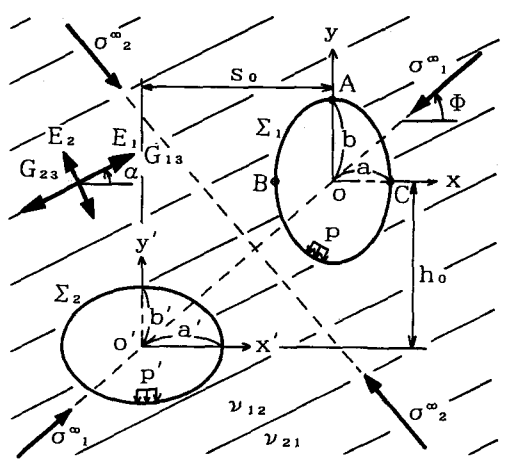


図-1 楕円孔を有する異方性弾性体モデル

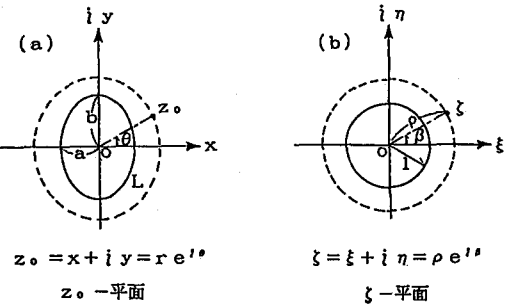


図-2 楕円境界の円境界への写像

$$z_k' = \frac{1}{2} \{ (a' - i \mu_k b') \zeta_k' + (a' + i \mu_k b') \zeta_k'^{-1} \}, (k=1,2) \quad (9)$$

ところで、式(9)の z_k' と式(7)の z_k との間には式(1)より、

$$z_k' = z_k + (s_0 + \mu_k h_0) \quad \dots\dots\dots (10)$$

の関係が存在する。

したがって、[I] 図-3(a)の点線(楕円孔 Σ_2 の仮想境界)上で、式(10)から得られる ζ_k' の代わりに $e^{i\theta}$ を代入して方程式を解けば、 ζ_k -平面上での、これに対応する位置 $\zeta_k (= \rho_k e^{i\theta_k})$ が決定できる。この ζ_k を用いて式(7)、(6)および式(3)から応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ を求めれば、これらは Σ_2 の仮想境界上での応力値となる。[II] 上記[I]で求めた応力成分に、 Σ_2 の孔の境界での半径方向直応力 $\sigma_r = -p'$ 、接線せん断応力 $\tau_{\theta\theta} = 0$ を満たすように重ね合わせを行って新たに複素応力関数 $\Phi_k(z_0)$ を求めれば、図-3(b)の状態の任意点での応力および変位が決定できる。

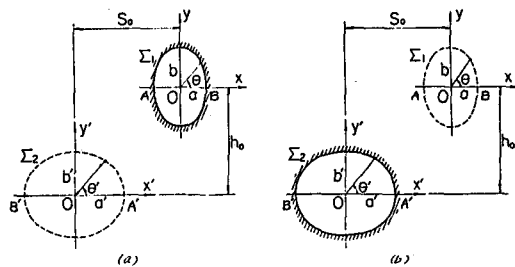


図-3 任意の大きさの2楕円孔の位置と座標系

ただし、上述の[I]および[II]の結果を重ね合わせれば、楕円孔 Σ_2 の境界上での境界条件は満足されるが Σ_1 の境界における境界条件はそこなわれる。そこで再び Σ_1 の境界における境界条件を満足するように、上述[II]の操作を図-3(a)の状態のものに適用する。以下、同様の操作を順次おのおのの楕円孔周縁での応力値 $\sigma_{\theta}, \tau_{\theta\theta}$ が作用荷重に比して十分に小さくなるまで繰り返して計算し、それぞれの段階で得られた値を重ね合わせれば、求めるべき双設トンネルの応力および変位分布が得られる。

3. 弾性厳密解に基づく双設トンネルの逆解析法

逆解析手法には、逆定式化法と直接定式化法があるが、ここでは前節において示された双設楕円孔を有する2次元異方性弾性体の厳密解を用いた、直接定式化法について示す。

まず、同定すべきパラメータとしては図-1に示すように、①弾性係数 E_1 、②弾性係数の比 E_1/E_2 、③最大主応力 σ_{θ_1} 、④主応力比 $\sigma_{\theta_2}/\sigma_{\theta_1}$ 、⑤最大主応力の方向 ϕ とする。なお、弾性主軸の方向 α は切羽の目視観察等による節理・層理の状態よりある程度類推でき、またポアソン比については結果に与える影響が小さいことから、いずれも既知量として与えることにした。

入力データは次のように取り扱う。例えば、内空変位計測を孔壁面A,B,C点に計測ピンを設置して実施したものとすると、これより、A-B,A-C,B-C各測線で測定された変位量を $\Delta L_{AB}, \Delta L_{AC}, \Delta L_{BC}$ とし、これらを元の測線長で除した値を見掛けのひずみとして次式のように定義する。

$$\varepsilon_{AB} = \Delta L_{AB} / L_{AB}, \quad \varepsilon_{AC} = \Delta L_{AC} / L_{AC}, \quad \varepsilon_{BC} = \Delta L_{BC} / L_{BC} \quad \dots\dots\dots (11)$$

さらに、次式のように見掛けのひずみの正規化を行い、これをひずみ比と呼ぶことにする。

$$\left. \begin{aligned} & \varepsilon_{BC} / \varepsilon_{AB}, \quad \varepsilon_{AC} / \varepsilon_{AB} \quad (\varepsilon_{AB} > \varepsilon_{AC} \text{ の場合}) \\ & \varepsilon_{BC} / \varepsilon_{AC}, \quad \varepsilon_{AB} / \varepsilon_{AC} \quad (\varepsilon_{AB} < \varepsilon_{AC} \text{ の場合}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

本研究では、計測結果より上式を用いて得られるひずみ比を入力データとして用いる。

A,B,C各点の変位 u, v は、式(3)より前述の同定パラメータを適宜与えることにより容易に算定することができるから、式(12)で定義される値は自動的に決定され、例えば ε^*_{AB} と表される。したがって、内空変位計測および厳密解より求められるひずみ比の値が、次式の条件を満足するまで各パラメータを変化させながら繰り返し計算を行うことによって、最適なパラメータを同定することができる。

$$(\varepsilon_{AB} - \varepsilon^*_{AB})^2 + (\varepsilon_{AC} - \varepsilon^*_{AC})^2 + (\varepsilon_{BC} - \varepsilon^*_{BC})^2 < \varepsilon_{\theta r}^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $\varepsilon_{\theta r}$ は許容誤差を表す。

以上の方法により直接定式化法の逆解析が可能であるが、ここで注意しなければならない点は、式(3)で

与えられる変位には初期変位 (u^0_x, u^0_y) が含まれていることである。この初期変位はトンネル掘削以前に地山の初期応力によってすでに引き起こされた潜在的な変位であり、計測することは勿論できない。またこれ以外にも、切羽が到達する以前に、応力解放によって生じる変位の一部が切羽前方の地山内で発生することが知られている⁵⁾。筆者らの開発した解析プログラムでは、変位に関するこれらの測定不能量を考慮して計測結果と対比できるようにしている。なお、双設トンネルでは、後行トンネルを施工中に生じる変位を先行トンネル内に設置した計器で測定することが可能である。このような場合には、さらに精度のよい逆解析が可能となる。

4. 双設トンネルの解析例

前項までに述べた解析理論を用いて、ここでは2個の円形トンネルが近接施工される場合を例にとり、いくつかの解析結果を以下に示す。

解析モデルは、図-4に示すように半径1mの円形トンネルがまず右側に施工され、その後、1mの離隔距離を保って左側に同じ半径のトンネルが施工される場合を考える。

岩盤は異方性弾性体 ($E_2/E_1 = 1/2$, 弾性主軸の傾斜角 $\alpha = 0$) とし、x方向およびy方向からそれぞれ単位の圧縮応力 ($\sigma^0_x = \sigma^0_y = -1.0$) が同時に作用する場合について解析した。

なお、ここでは便宜上、トンネル半径および外荷重としていずれも単位の長さ

および荷重を与えているが、実際の計画に合わせて任意の大きさを左右それぞれのトンネルに個別に与えることや、外荷重を随時変更することも、本解析法では極めて容易である。

図-5に解析結果の一部を示す。ここでは応力解放によって生じる全弾性変位量について、最終状態での孔壁半径方向の変位 (u_r) を、解の対称性から半断面について表示した。また右側の先行トンネルについては、後行トンネルの施工による増分変位 (Δu_r) も示している。これらの結果から、近接施工される双設トンネルでは相互に強い影響を及ぼし合っていることが明らかである。例えば先行トンネルの増分変位 Δu_r について述べると、後行トンネルの掘削により、左側壁は地山側すなわち新しく掘削されるトンネル側に、また下端部（および頂部）では内空側にそれぞれ変化していることが分かる。壁面変位 u_r の分布から、後行トンネルについても同様のことが言える。ただし後行トンネルの壁面変位 u_r は、ここでは先行トンネルの掘削により生じる地中変位も含めて表示している。

図-6は上記と同様の解析モデルで、外荷重として $\sigma^0_x, \sigma^0_y, \tau^0_{xy}$ にそれぞれ単独に単位の引張り荷重を与え、弾性係数の比 (E_2/E_1) をパラメータとして変化させた場合の、先行トンネルにおける増分変位 Δu_r を示したものである。横軸はx軸から反時計回りに測った孔壁の位置を表す。この図からどの外荷重が作用した場合にも、異方性が強くなるにしたがって増分変位は大きくなっていることが分かる。また σ^0_x および σ^0_y に対しては、いずれも後行トンネルに最も近い壁面 ($\theta = 180^\circ$ の位置) で変位の増加が大きい。

実際の地山では主応力の大きさおよび方向によって、 σ^0_x, σ^0_y および τ^0_{xy} が組み合わさった形で作用することになる。したがって、計画中のトンネルに対して上記のようなグラフをパラメトリックに変えて作

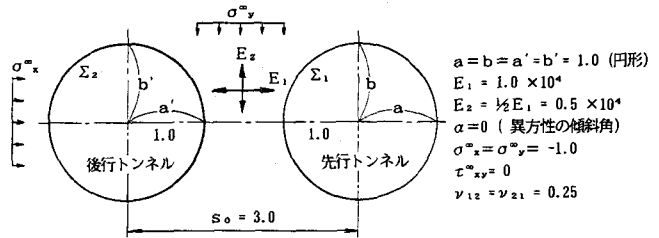


図-4 双設トンネルの解析モデル

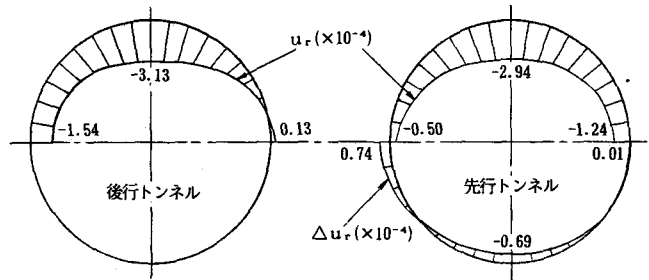


図-5 順解析の結果 (u_r および Δu_r)

成しておけば、これらを組み合わせることによりどのような荷重条件に対しても、これらのグラフから変位増分を求めることができる。

また図-6には代表的な計測ビンの設置位置としてA, B, Cの3点を表示しているが、この図から例えばA-B, A-C, B-C各測線の変位量 ΔL_{AB} , ΔL_{AC} , ΔL_{BC} を求めることも容易である。その結果、現場の計測変位に合致するようにパラメトリックに組み合わせを変えて、前項の式(13)を満たすように逆解析を実施すれば、未知の岩盤物性値および地中応力を算定することも可能となる。

5. むすび

ここでは、面内荷重が作用する2次元直交異方性弾性地山内に、円形または楕円形双設トンネルが施工される場合について、順解析法と逆解析法の理論的プロセスについて述べてきた。ここに示した解析法は、単一孔問題に対して理論的に閉じた型の厳密解が求まることに加え、計算時間が短く、トンネルの形状変化および離隔距離の変更などといった条件設定が極めて簡便にできるなどの特長がある。

現在のところトンネル覆工の剛性を直接解析の中に組み込むまでは至っていないが、間接的には図-1に示す内圧 p に換算することや、より厳密に力学定数の異なる材料(巻立)を理論的に取り込むことにより、その効果を評価できる見通しをもっている。またトンネル孔が任意形状の場合および面外荷重を考慮した準3次元解析への拡張も容易に行うことができる。これらについては別の機会に発表することにした。

参考文献

- 1) 平島健一, 浜野浩幹: 測定用の円柱状埋設物による異方性弾性地山の初期(変動)応力の解析理論, 土木学会論文集, 第406号, III-11, pp.175-184, 1989.
- 2) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫: 楕円形の等方性および異方性岩盤トンネルにおける変位計測の逆解析 土木学会第22回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp.11-15, 1990.
- 3) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫, 力間俊行: 弾性厳密解に基づく段階掘削を考慮した素掘り任意形状トンネル問題の順解析および逆解析, 土木学会論文集, 第439号, III-17, pp.17-26, 1991.
- 4) 平島健一, 川上哲太郎, 藤原紀夫, 山下幸夫: 弾性厳密解に基づく円形・楕円形トンネルを有する等方性および異方性岩盤の逆解析, 土木学会論文集, 第439号, III-17, pp.1-8, 1991.
- 5) 例えば, Yamashita, Y., Fujiwara, T.: An Example of Measurements on the Behavior of Oblate and Large Section Tunnel in Unconsolidated Ground, 2nd international symp. on FMGM, pp.871-880, 1987.

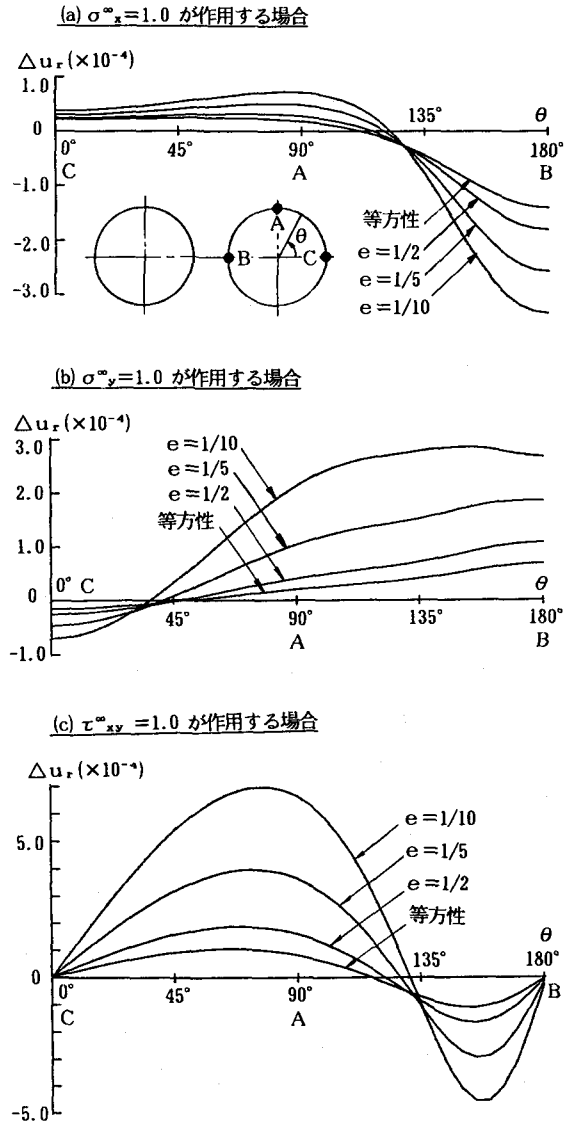


図-6 異方性と壁面変位との関係