

(19) 潜熱を考慮した多層系地盤の熱伝導解析

㈱フジタ技術研究所 正会員 ○姚 義久 門田俊一

Heat Conduction Analysis in a Multilayered Rock System
relating to the Latent Heat of the Rock considered

Yao Yi Jeou ; Kadota Shunichi

Technical Research Institute FUJITA CORPORATION

Abstract

For storing Liquefied Natural Gas, the finite element method(FEM) has been commonly used to analyze the temperature distribution around a cooled underground opening excavated in rock mass. On the other hand, the finite divided element method(FDEM) has been also proposed by Inada and Shigenobu for the same purpose.

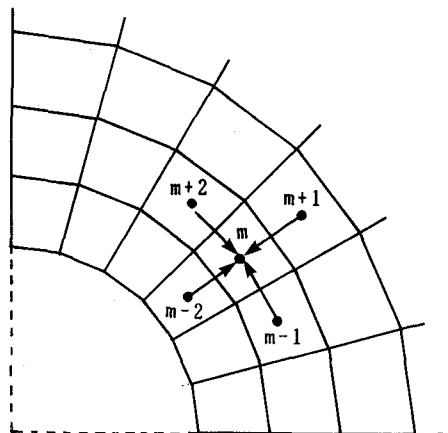
This paper explains the FDEM principle for two-dimensional problem relating to multilayered rock system as well as the latent heat of the rock considered. Numerical methods are carried out to clarify the accuracy. The results obtained by FDEM are compared and discussed with the results obtained by FEM and laboratory test.

1. まえがき

液化天然ガスの岩盤内空洞貯蔵や凍結工法の適用等に関連して、種々の空洞周辺の低温時熱伝導解析が実施されてきたが、これらの解析では差分法や有限要素法が多用されている。一方、稲田¹⁾らは、長方形、三角形等要素分割法を用いた空洞周辺岩盤の低温時温度分布の解析法を提案している。本論文では、四角形と三角形を混合した要素分割法を用いて、潜熱を考慮した多層系地盤を対象とした場合の岩盤空洞周辺の低温状態における熱伝導解析手法を示すと共に従来の有限要素法に従う解析結果との比較や実験値との比較を通じて解析精度を検討した。

2. 潜熱を考慮した要素分割法による凍結解析²⁾

2次元熱伝導を考えるため、要素を図-1のように分割し、要素の重心を代表点とする。重心 m に着目し、それをとりまく要素の重心を $m-2$ 、 $m-1$ 、 $m+1$ 、 $m+2$ とする。任意の時刻 n および Δt 時間後における要素 m の温度をそれぞれ $U_{m,n}$ 、 $U_{m,n+1}$ とすると、 Δt 時間内に各辺を通過して、要素 m に入る熱量 $Q_{m,n}$ は、図面に直角方向の長さを1として、フーリエの法則より次のように表される。



$$Q_{m,n} = k_{m-2,m} \frac{U_{m-2,n} - U_{m,n}}{d_{m-2,m}} \ell_{m-2,m} \Delta t$$

図-1 二次元凍結解析モデル

$$\begin{aligned}
& + k_{m-1, m} \frac{U_{m-1, n} - U_{m, n}}{d_{m-1, m}} \ell_{m-1, m} \Delta t \\
& + k_{m+1, m} \frac{U_{m+1, n} - U_{m, n}}{d_{m+1, m}} \ell_{m+1, m} \Delta t \\
& + k_{m+2, m} \frac{U_{m+2, n} - U_{m, n}}{d_{m+2, m}} \ell_{m+2, m} \Delta t
\end{aligned} \quad (1)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
k_{m-2, m} &= \frac{2 k_{m-2} k_m}{k_{m-2} + k_m}, & k_{m-1, m} &= \frac{2 k_{m-1} k_m}{k_{m-1} + k_m} \\
k_{m+1, m} &= \frac{2 k_{m+1} k_m}{k_{m+1} + k_m}, & k_{m+2, m} &= \frac{2 k_{m+2} k_m}{k_{m+2} + k_m}
\end{aligned}$$

k_{m-2} 、 k_{m-1} 、 k_{m+1} 及び k_{m+2} はそれぞれ要素 $m-2$ 、 $m-1$ 、 $m+1$ 、 $m+2$ の熱伝導率であるが、これらは各要素が未凍結領域にあるか、または凍結領域にあるかによって異なる値を用いる。 $\ell_{m-2, m}$ 、 $\ell_{m-1, m}$ 、 $\ell_{m+1, m}$ 、 $\ell_{m+2, m}$ は要素 m の各辺の長さであり、 $d_{m-2, m}$ 、 $d_{m-1, m}$ 、 $d_{m+1, m}$ 、 $d_{m+2, m}$ はそれぞれ要素 $m-2$ 、 $m-1$ 、 $m+1$ 、 $m+2$ と要素 m の重心間距離である。

また、 Δt 時間内に m から出る熱量 $Q_{m, out} = 0$ であるため、 m に消耗される熱量 ΔQ_m は m 内の温度低下に費やされるから、熱バランス式を作ると次式となる。

$$\Delta Q_m = Q_{m, out} - Q_{m, in} = -Q_{m, in} = c_m \rho_m A_m (U_{m, n} - U_{m, n+1}) \quad (2)$$

これより

$$U_{m, n+1} = U_{m, n} - \frac{\Delta Q_m}{c_m \rho_m A_m} = U_{m, n} - \frac{\Delta Q_m \alpha_m}{k_m A_m} \quad (3)$$

ただし、 c_m 、 ρ_m 、 A_m 、 α_m はそれぞれ要素 m の比熱、密度、面積および熱拡散率である。

次に要素 m の容積 ($A_m \times 1$) の岩石の凍結潜熱を L_x とすると、 L_x は次式で与えられる。

$$L_x = 79.5 w \rho_d A_m \quad (4)$$

ここに、 w 、 ρ_d はそれぞれ岩石の含水比、乾燥密度を表す。

ここで式 (3) を計算するとき、次のような仮定条件を満たさなければならない。

① 熱源のところに初期潜熱として L_x を与える。

② 岩石の凍結温度を $U_f = 0^\circ\text{C}$ とすると、 $U_{m, n} > U_f$ のときには、式 (3) に従うが、 $U_{m, n} \leq U_f$ のときには、 Δt 時間毎に ΔQ_m を積算していき、この値を次式とする。

$$L_{sm} = \sum_t [\Delta Q_m] \quad (5)$$

③ $L_{sm} > L_x$ のときには、式 (3) に従うが、 $L_{sm} \leq L_x$ のときには、 $U_{m, n+1} = 0^\circ\text{C}$ とする。

④ $L_{sm} < 0$ のときには、 $L_{sm} = 0$ とする。

一方、潜熱を無視した場合の解析は、上記と同様な手法より次式が得られる。

$$\begin{aligned}
U_{m, n+1} &= U_{m, n} + \frac{\alpha}{A_m} \Delta t \times \\
& \left[\frac{U_{m-2, n} - U_{m, n}}{d_{m-2, m}} \ell_{m-2, m} + \frac{U_{m-1, n} - U_{m, n}}{d_{m-1, m}} \ell_{m-1, m} + \right. \\
& \left. \frac{U_{m+1, n} - U_{m, n}}{d_{m+1, m}} \ell_{m+1, m} + \frac{U_{m+2, n} - U_{m, n}}{d_{m+2, m}} \ell_{m+2, m} \right]
\end{aligned} \quad (6)$$

3. 温度分布の解析結果および考察

3. 1 単層系地盤の解析例

ここでは、図-2に示すように凝灰岩で構成される均質岩盤中に直径2mの円形空洞を設けた場合を想定して解析モデルとする。境界条件は $U_1 = U_2 = \dots = U_{18}$ を熱源として、 -162°C とし、初期条件は、熱源を除いて全領域一様に 15°C とした。

式(3)より計算した結果を図-3に示す。計算に用いた時間間隔は $\Delta t = 720\text{sec}$ であり、物理的性質及び熱物性値は次のとおりである。

$$w = 20\%, \rho_a = 1.54 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{凍結前の熱伝導率 } k_u = 0.0010 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec } ^\circ\text{C}$$

$$\text{凍結後の熱伝導率 } k_f = 0.0012 \text{ cal/cm} \cdot \text{sec } ^\circ\text{C}$$

$$\text{凍結前の熱拡散率 } \alpha_u = 0.0028 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

$$\text{凍結後の熱拡散率 } \alpha_f = 0.0031 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

式(3)を用いて温度分布を計算するとき、精度上問題となるのは要素の面積(A)、時間間隔(Δt)と熱物性値(k と α)の相互関係であるが、熱源近隣のところに要素を小さく取ったほうが精度は良くなる。また、要素を狭い長方形よりも近似正方形としたほうが良い精度が得られる。

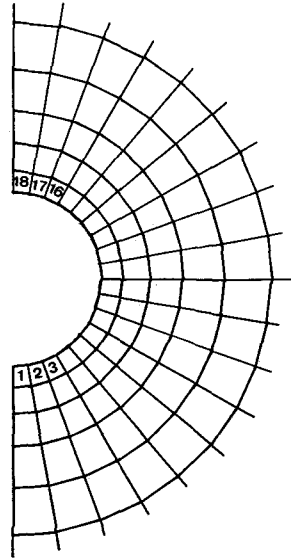


図-2 単層系地盤の解析モデル

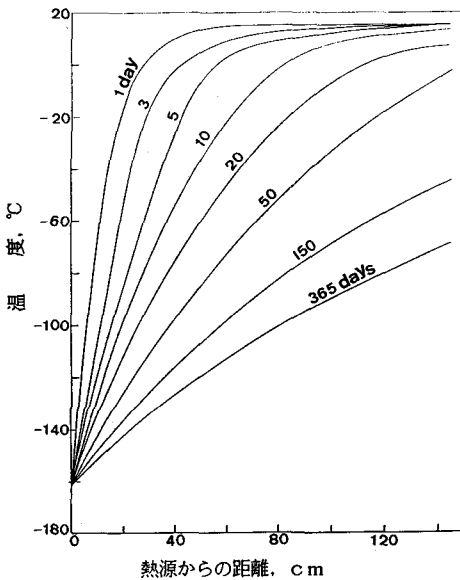


図-3 単層系地盤の解析結果

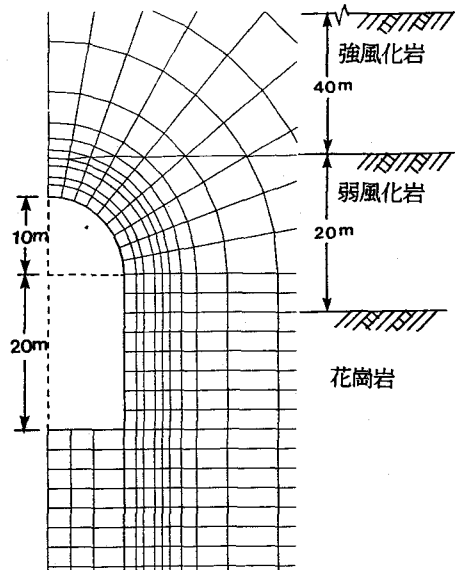


図-4 多層系地盤の解析モデル

また、計算精度を確認するために、式 (3) の仮定条件に基づいて、含水比 $w=0$ 、 $k_f=k_u=0.0010\text{cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot^{\circ}\text{C}$ および $\alpha_f=\alpha_u=0.0028\text{cm}^2/\text{sec}$ にした場合と理論解³⁾ による計算結果を比較したところ、両者の結果は良く一致することが分かった。

3. 2 多層系地盤の解析例

多層系地盤に対する計算手法の解析精度を検証するために、潜熱を無視した場合の比較解析を有限要素法を用いて行なった。図-4 に示すように、花崗岩を中心に構成される岩盤中に空洞を設けた場合を想定し、解析モデルとする。境界条件と初期条件は上記の単層系地盤の場合と同一である。計算に用いた時間間隔は $\Delta t=0.5\text{ hr}$ であり、物理的性質及び熱物性値は表-1 に示す通りである。解析結果を図-5 (a)、(b) に示したが、両解析法による計算結果は良い一致を示した。

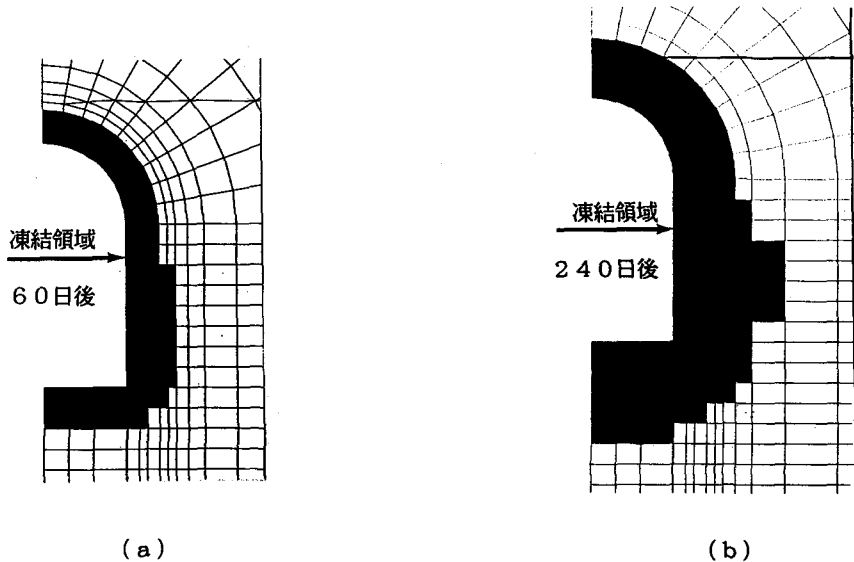


図-5 多層系地盤の解析結果

表-1 解析に用いる地盤の物理的性質及び熱物性値

層別	凍結前 熱伝導率 k_u kcal/m.hr. $^{\circ}\text{C}$	凍結後 熱伝導率 k_f kcal/m.hr. $^{\circ}\text{C}$	凍結前 比熱 c_u kcal/kg $^{\circ}\text{C}$	凍結後 比熱 c_f kcal/kg $^{\circ}\text{C}$	密度 ρ kg/m 3	含水比 w , %	乾燥密度 ρ_d kg/m 3
強風化岩	0.360	0.432	0.19	0.17	1850	20	1542
弱風化岩	1.044	1.188	0.28	0.22	2170	8	2009
花崗岩	2.628	2.772	0.21	0.18	2630	2	2578

4. 実測値による解析精度の検証

4. 1 供試体の寸法及び実験方法

実験に使用した供試体は30cm立方の凝灰岩であり、その物理的性質は表-2 に示すとおりである。実験は次のとおりである。

上記の供試体の中央に直径3.8cm、深さ15 cm の滑らかな孔を開け、孔以外はすべて断熱材で供試体を覆う(図-6)。この供試体の温度を室温30℃に保ち、これを初期条件とする。次にこの孔に瞬間的に液体窒

素を入れ、孔壁面より1、2、3、5、7 cm、深さ 7.5 cm の各位置での温度分布の経時変化を測定する。

表－2 凝灰岩の物理的性質

供試体 状態	含水比 %	飽和度 %	密度 g/cm³	真比重
気乾状態	3.43	14.24	1.591	2.446
湿潤状態	22.75	93.41	1.888	

4. 2 実験結果と解析結果の比較

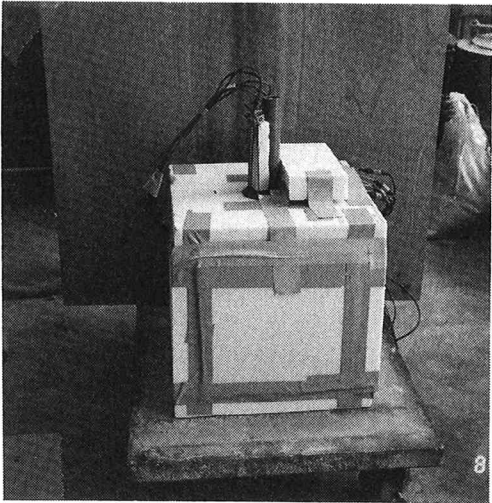
凝灰岩の気乾状態の結果を示す。ここで、熱物性値は3.1で用いた値とした。この値を用いた要素分割法による解析結果と実験結果の比較を図一7に示す。これより短時間の場合、両者は比較的合うが、時間が長くなるに従い、実験値は計算値から徐々に乖離する傾向にある。この差異は熱物性値の温度依存性による非線形性に起因するものと考えられる。

5. まとめ

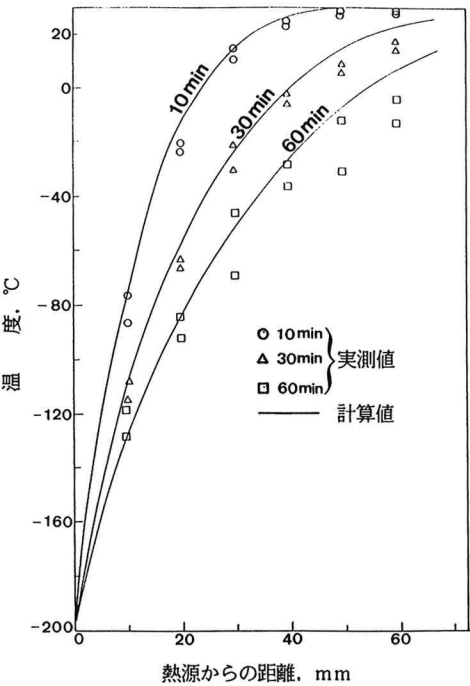
要素分割法を用いて多層系地盤の熱伝導解析手法を提案し、有限要素法や実験値との比較解析を実施したところ、両者はいずれも良く一致することから、提案した手法の精度が検証できた。要素分割法の利点は有限要素法より計算時間が大幅に短縮できることにある。今後は、この利点を生かし、種々の地盤材料における熱伝導解析に適用して行く予定である。

参考文献

- 1) 稲田善紀・重信純：液化天然ガスを地下岩盤内空洞に貯蔵した場合の空洞周辺の温度分布，日本鉱業会誌，99,1141,pp.179～185,1983.
- 2) 姚義久・門田俊一・古賀重利・鎌田正孝：要素分割法による岩盤の熱伝導解析について，土木学会岩盤力学委員会，第22回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp.521～525,1990.
- 3) Carslaw,H.S.and Jaeger,J.C.:Conduction of heat in solids, 2nd edition ,Oxford, pp.335,1980.



図－6 実験状況



図－7 実験結果と解析結果