

(74) 岩盤の力学モデルとその挙動特性

山梨大学工学部 正員 〇川上哲太郎

山梨大学工学部 正員 平嶋 健一

清水建設 正員 町田泰法

A Mechanical Model of Rock Mass and Its Behaviour

Tetsutaro KAWAKAMI, Yamanashi University

Ken-ichi HIRASHIMA, Yamanashi University

Yasunori MACHIDA, Shimizu Construction

Abstract

In the framework of continuum mechanics, there are some mechanical models to describe continuous behaviours as well as discontinuous behaviours of cleavage and slip in rock mass.

In this paper, a model of rock mass introduced the anisotropic parameters in constitutive relation which have been proposed by Sakurai¹⁾, is applied to analyse the mechanical behaviours of excavated tunnel, rock-bolt (rock-anchor) in ground or rock slope. The results of rock-bolt problems by this model are shown by use of the analytical solutions of two dimensional elasticity.

1. はじめに

通常、岩盤を対象とした問題、たとえば岩盤内のトンネル、地下空洞、岩盤上のダム、構造物などの諸施設あるいは岩盤斜面の安全性の予測は、その崩壊に到るまでの変位やひずみ等が相対的に小さいため、安全性を評価するための前駆現象の量的把握が土質性基盤を対象としたものに比較してより困難な面を持っている。また、たとえ変位やひずみが計測されたとしても、その安全性の予測や評価は必ずしも容易ではない。その理由は大別して

①岩盤を構成する材料の物性が不連続性を含めて複雑多岐にわたっている。

②変位、ひずみの計測結果からの逆解析手法が岩盤問題の多くの部門において、必ずしも確立されていない。

③数値解法としての非線形 F E M 解析法ないし、個別要素法 (Cundall 法) などの岩盤特性を組み入れた解析法が実務レベルで利用できる程度にまで発達していない。

といった事項などが挙げできる¹⁾。ここでは、ひとまず上記の①の材料物性の問題に焦点を当て、著者の一人が従来より取り扱ってきた一般的な異方性体とした場合の成果²⁾を特殊化し、岩盤問題の安定性・安全性の評価のための解析モデルの基本的特徴について検討を行ったものである。

2. 岩盤問題に対する力学モデル

(1) 異方性パラメータ

岩盤はその構成履歴の多様性から非常に複雑であり、その不連続面の存在の有無、形態、配置等により多

岐にわたる。ここではトンネル周辺や岩盤斜面の不連続体的挙動を連続体力学の流れのなかで把握するため、桜井らによる異方性パラメータを導入した岩盤の力学モデルに沿って検討することを目標とする。

桜井らは2次元の直交異方性弾性体の構成式を出発点にして幾つかの特殊な関係を設定することにより、通常の等方性のものから剥離やすべりといった不連続面を取り入れた応力-ひずみ関係を表現しようとしている³⁾。本論文において用いる記号については桜井らのものとは異なり、以降の記述に便利のように多少変更する。

まず、次のような一般的な構成関係式から出発する。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z + a_{16}\tau_{xy}, \quad \varepsilon_y = a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z + a_{26}\tau_{xy}, \\ \varepsilon_z &= a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{33}\sigma_z + a_{36}\tau_{xy}, \quad \gamma_{xy} = a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + a_{36}\sigma_z + a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここでは、最も一般的な異方性のうちから、通常用いられる直交異方性体を対象とし、その主弾性係数 E_1 、 E_2 、 E_3 の方向がそれぞれ座標軸 x 、 y 、 z と一致する場合を考える。このとき、上式の a_{ij} は次の値をとることになる。

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{E_1}, \quad a_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad a_{33} = \frac{1}{E_3}, \quad a_{66} = \frac{1}{G}, \quad a_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2}, \\ a_{13} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1} = -\frac{\nu_{31}}{E_3}, \quad a_{23} = -\frac{\nu_{23}}{E_2} = -\frac{\nu_{32}}{E_3}, \quad a_{16} = a_{26} = a_{36} = 0. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

式(1)の構成式で平面応力の仮定(i.e. $\sigma_z = 0$)を設定すれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{16}\tau_{xy}, \quad \varepsilon_y = a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{26}\tau_{xy}, \\ \gamma_{xy} &= a_{16}\sigma_x + a_{26}\sigma_y + a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

また、平面ひずみの仮定(i.e. $\varepsilon_z = 0$)を設定するものとすれば、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \beta_{11}\sigma_x + \beta_{12}\sigma_y + \beta_{16}\tau_{xy}, \quad \varepsilon_y = \beta_{12}\sigma_x + \beta_{22}\sigma_y + \beta_{26}\tau_{xy}, \\ \gamma_{xy} &= \beta_{16}\sigma_x + \beta_{26}\sigma_y + \beta_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$\beta_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{13}a_{j3}}{a_{33}}, \quad a_{ij} = a_{ji}, \quad (i, j=1, 2, 6) \dots\dots\dots (5)$$

いま、簡単のため2次元の直交異方性体で、 x 方向と z 方向(奥行方向)の弾性特性が同じであるような場合、すなわち xz 面が等方性面であるような横等方性体の場合を考える。このとき、次式が成立する。

$$E_1 = E_3, \quad \nu_{13} = \nu_{31} = \nu_1, \quad \nu_{21} = \nu_{23} = \nu_2, \quad \nu_{12} = \nu_{32} = \frac{E_1}{E_2}\nu_2 \equiv e\nu_2, \quad (e = E_1/E_2) \dots\dots (6)$$

この場合で、 z 方向に平面ひずみであるとして式の変形を行なうと最終的に次の関係が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E_1}{\Delta} \{ (1 - e\nu_2^2) \varepsilon_x + \nu_2(1 + \nu_1) \varepsilon_y \}, \\ \sigma_y &= \frac{E_2}{\Delta} \{ e\nu_2(1 + \nu_1) \varepsilon_x + (1 - \nu_1^2) \varepsilon_y \}, \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{G} \gamma_{xy} = \frac{1}{mG_0} \gamma_{xy}, \quad \Delta = (1 + \nu_1)(1 - \nu_1 - 2e\nu_2^2). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 G_0 は等方性としたときの基準的なせん断弾性係数で、

$$G_0 = \frac{E_2}{2(1+\nu_2)}, \quad \dots\dots\dots (8)$$

である。式(6)、(7) で導入した異方性パラメータ e 、 m は次式で定義される。

$$e = E_1/E_2, \quad m = G/G_0. \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(7) の平面ひずみ状態を仮定した構成式は桜井・谷河の論文³⁾ で採用されたものと基本的に一致している。桜井・谷河によれば、上記の構成式(7) で以下のような特定のパラメータを採用することにより、幾つかの不連続的挙動を近似的に表わせることになる。

- (A) $e=m=1.0$, $\nu_1 = \nu_2 \equiv \nu$ のとき、通常の等方性体の応力-ひずみ関係。
 - (B) $e>1.0$, $m=1.0$, $\nu_2 = 0$ のとき、はく離を表現する応力-ひずみ関係。
 - (C) $e=1.0$, $m<1.0$ のとき、すべりを表現する応力-ひずみ関係。
- これらの性質をより具体的な岩盤問題に適用した例を以下に示す。

(2) 異方性岩盤におけるロックボルト問題

解析対象モデルとして図-1 に示されるような、異方性岩盤に設置されたロックボルトを考える。ここでは、ロックボルトをその軸方向に連続分布する集中力作用問題と仮定し、その場合のロックボルト周辺の応力および変位に関する厳密解を用いて解析を行う。

異方性弾性体内のある線に沿って連続分布する集中力が作用する場合、任意点における応力および変位は、2つの複素解析関数 $F(\zeta_1)$ および $G(\zeta_2)$ を用いて次式のように与えられる⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y &= \frac{4\gamma_1 F''(\zeta_1)}{(1+\gamma_1)^2} + \frac{4\overline{\gamma_1} F''(\overline{\zeta_1})}{(1+\overline{\gamma_1})^2} + \frac{4\gamma_2 G''(\zeta_2)}{(1+\gamma_2)^2} + \frac{4\overline{\gamma_2} G''(\overline{\zeta_2})}{(1+\overline{\gamma_2})^2}, \\ \sigma_y - i\tau_{xy} &= \frac{2\gamma_1 F''(\zeta_1)}{1+\gamma_1} + \frac{2\overline{\gamma_1} F''(\overline{\zeta_1})}{1+\overline{\gamma_1}} + \frac{2\gamma_2 G''(\zeta_2)}{1+\gamma_2} + \frac{2\overline{\gamma_2} G''(\overline{\zeta_2})}{1+\overline{\gamma_2}}, \\ \sigma_x - \sigma_y + 2i\tau_{xy} &= -\frac{4\gamma_1^2 F''(\zeta_1)}{(1+\gamma_1)^2} - \frac{4\overline{\gamma_1}^2 F''(\overline{\zeta_1})}{(1+\overline{\gamma_1})^2} - \frac{4\gamma_2^2 G''(\zeta_2)}{(1+\gamma_2)^2} - \frac{4\overline{\gamma_2}^2 G''(\overline{\zeta_2})}{(1+\overline{\gamma_2})^2}, \\ u_x - iu_y &= \frac{\delta_1 F'(\zeta_1)}{1+\gamma_1} + \frac{\rho_1 F'(\overline{\zeta_1})}{1+\overline{\gamma_1}} + \frac{\delta_2 G'(\zeta_2)}{1+\gamma_2} + \frac{\rho_2 G'(\overline{\zeta_2})}{1+\overline{\gamma_2}}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、上式中の複素係数 γ_1 、 γ_2 は次式に示される特性方程式の複素根として求められる。

$$S_{11}^2 \gamma^4 - 4S_{12}^2 \gamma^3 + 2(S_{11}^2 + 2S_{12}^2) \gamma^2 - 4S_{12}^2 \gamma + S_{22}^2 = 0. \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= 1/4(a_{11} + a_{22} + a_{66} - 2a_{12}), \quad S_{22} = 1/4(a_{11} + a_{22} - a_{66} - 2a_{12} + 2ia_{16} - 2ia_{26}), \\ S_{12} &= 1/4(a_{11} - a_{22} + ia_{16} + ia_{26}), \quad S_{12}^2 = 1/4(a_{11} + a_{22} + 2a_{12}). \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

ここで、上式中の弾性コンプライアンス a_{66} に対して式(2) および式(9) を代入し、異方性パラメータ m を導入する。すなわち、

$$a_{66} = 1/G = 1/mG_0, \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。さらに、複素係数 δ_k 、 ρ_k ($k=1,2$) はそれぞれ γ_k および S_{11} によって決定される⁴⁾。

複素解析関数 $F(\zeta_1)$ 、 $G(\zeta_2)$ は具体的に次式のように表わされる。

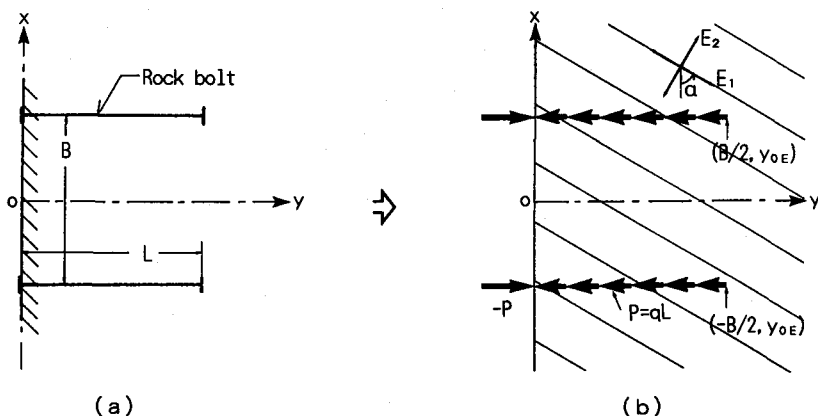


図-1 連続分布する集中力によるロックボルトのモデル化

$$\left. \begin{aligned} F(\{1\}) &= F_0(\{1\}) - \frac{1+\gamma_1}{\gamma_1-\gamma_2} \left\{ \frac{(1-\bar{\gamma}_1-\gamma_2)F_0(\{1\})}{1+\bar{\gamma}_1} + \frac{(1-\gamma_2-\bar{\gamma}_2)G_0(\{1\})}{1+\bar{\gamma}_2} \right\}, \\ G(\{2\}) &= G_0(\{2\}) + \frac{1+\gamma_2}{\gamma_1-\gamma_2} \left\{ \frac{(1-\gamma_1-\bar{\gamma}_1)F_0(\{2\})}{1+\bar{\gamma}_1} + \frac{(1-\gamma_1-\bar{\gamma}_2)G_0(\{2\})}{1+\bar{\gamma}_2} \right\}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} F_0(\{1\}) &= \int_0^{y_{0E}} f_0(\{1\}) dy_0 = \int_0^{y_{0E}} (H/2\pi) \{ (1+\gamma_1) (\{1\}-\{0_1\}) \} \ln \{ (1+\gamma_1) (\{1\}-\{0_1\}) \} dy_0, \\ G_0(\{2\}) &= \int_0^{y_{0E}} g_0(\{2\}) dy_0 = \int_0^{y_{0E}} (K/2\pi) \{ (1+\gamma_2) (\{2\}-\{0_2\}) \} \ln \{ (1+\gamma_2) (\{2\}-\{0_2\}) \} dy_0. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、

$$\zeta_k = x + i \left(\frac{(1-\gamma_k)}{(1+\gamma_k)} \right) y, \quad \zeta_{0k} = x_0 + i \left(\frac{(1-\gamma_{0k})}{(1+\gamma_{0k})} \right) y_0. \dots\dots\dots (16)$$

ここで、H、Kは荷重状態により決定される複素係数である。また、式(15)の積分は解析的に積分可能であるが、その具体的な表現は紙面の都合上省略する。

3. 数値計算例

異方性パラメータ e 、 m を導入した円形、楕円形トンネル周辺の応力、変位分布の計算例については、文献2)の他に幾つかの代表的な場合を求めているが、ここでは、前節で述べた異方性岩盤におけるロックボルト問題に関する数値計算結果を示す。図-2 (a) ~ (c) は、ロックボルトを1本設置した場合 (図-2 (a)) と、 $B/L=0.5$ 、 1.0 の間隔で2本設置した場合 (図-2 (b), (c)) における最大せん断応力の分布状態を示したものである。この計算例では、異方性パラメータは $e=1.0$ 、 $m=1.0$ (各図上部 (この場合、岩盤は完全な等方性である。)) および 0.2 (各図下部) とし、弾性主軸の方向は $\alpha=0^\circ$ と設定した。また、いずれの場合もロックボルトはその軸に沿った連続的な等分布集中力と仮定して計算を行った。

図2-(b) と (c) を見てみると、すなわち、ロックボルトの設置間隔の違いによる最大せん断応力の分布状態の比較をすると、設置間隔が広い場合 ($B/L=1.0$) には、ロックボルト間の中央付近に最大せん断応力が小さい領域が現われているのがわかる。言い換えれば、設置間隔が広がると、ロックボルトによる締めつけ効果が低い領域が、ロックボルト間に発生することを示しているといえる。

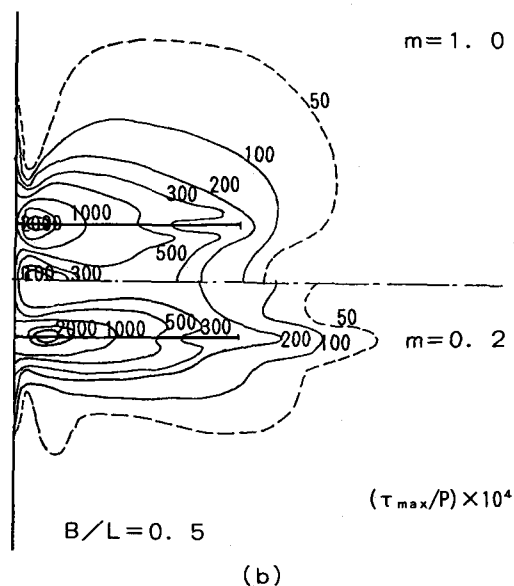
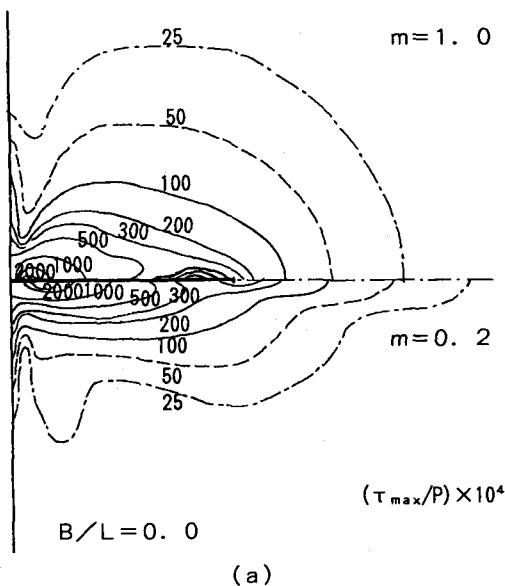
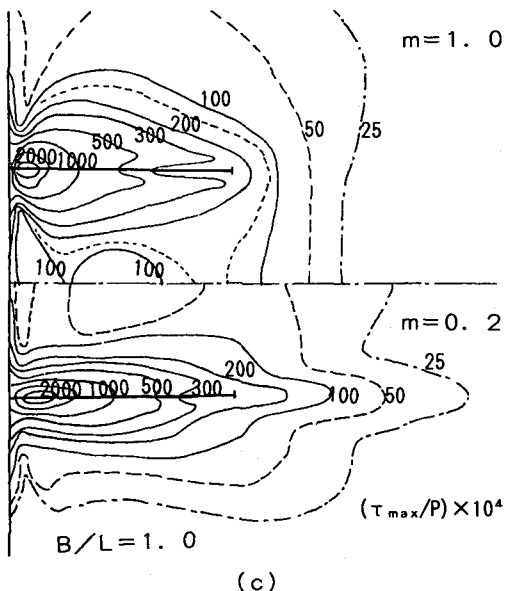


図-2 ロックボルト設置による最大せん断応力の分布

4. おわりに

本論文では、一般的な異方性体における異方性パラメータ $e (= E_1 / E_2)$ に加え、岩盤の不連続性による影響を簡便に解析に取入れるためのもうひとつの異方性パラメータ $m (= G / G_0)$ を導入し、その解析過程を示すとともに、適用例として、異方性岩盤に設置されたロックボルト問題を取りあげ、数値計算例を通して、本解析法の実例を示したものである。

また、本解析法は、例えばトンネル掘削問題や、NATMトンネルにおけるロックボルトの効果の評価等の問題に対して、容易に適用可能である。



参考文献

- 1) 桜井春輔：斜面における変位計測と結果の評価，第22回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集，pp.532-533，1990。
- 2) 丹羽義次，平嶋健一：異方性弾性地山に開削した水平坑道周辺の重力による応力状態，土木学会論文報告集，第182号，pp.31-39，1970。
- 3) 桜井春輔，谷河正也：岩盤の不連続面の影響を考慮した大規模地下空洞の変位計測結果の逆解析，土木学会論文集，第403号／VI-10，pp.75-84，1989。
- 4) Green, A.E. & Zerna, W. : "Theoretical Elasticity" Oxford, pp.202-212, 322-337, 1968。