

(72) 中空埋設型計測装置による 異方性弾性岩盤の応力測定理論

山梨大学工学部 正 員 平 島 健 一
日本国土開発㈱ 正 員 佐久間彰三
日本国土開発㈱ 正 員 菊 地 慎 二
山梨大学大学院 学生員 ○松 田 武

Theoretical Analysis of Hollow Inclusion Cell
Instrument for Measuring In-Situ Stresses of Anisotropic Rock.

Ken-ichi HIRASHIMA, Yamanashi University
Shozo SAKUMA, Shinji KIKUCHI, JDC Coporation
Takeshi MATSUDA, Graduate Student, Yamanashi Univ.

Abstract

The theoretical analysis of a triaxial hollow inclusion cell by using of a stress relief method is presented under the assumption of anisotropic elastic rocks with arbitrary elastic constants. The analytical expressions are shown for the cases of three-dimensional stress system with the consideration of any finite overcoring diameter around a concentric pilot hole of the cell. Some numerical results are shown by graphical representation.

1. はじめに

著者らは、最近、円形断面のボアホール内に剛性を有する円柱状ないし円筒状の計測装置を内蔵した計器を設置した場合の等方性岩盤の三次元地山応力状態の測定理論を発表した^{1, 2)}。本論文では、対象岩盤を異方性弾性媒体とした場合にそれらの理論を拡張した理論解析結果を記述する。

2. 解析理論

三次元異方性体内に円筒状埋設物がある場合を考える。

いま簡単のために面内と面外問題を別々に考え、測定が可能のようにボアホールの孔径 R_0 に比して、充分遠方より面内の一様応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 、および面外一様応力成分 τ_{xz}, τ_{yz} が作用する場合を考えると、Fig.1 のように異方性岩盤部分(Matrix)および計測器部分(Inclusion)の二つの部分から構成されることになる。この問題を解析するために次のように考える。すなわち、Fig.2 に示したように三次元異方性弾性体内の円形孔($r=R_0$)の周縁に以下の一般的な外荷重応力が作用すると仮定する。

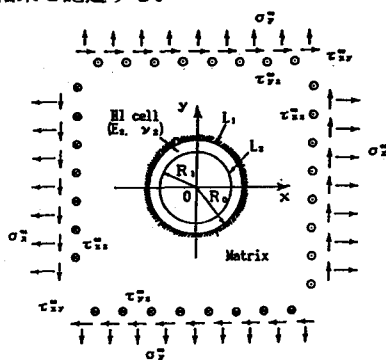


Fig.1 Geometry of hollow inclusion cell and rock under applied initial stress components at infinity.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r = f(\theta) &= \frac{1}{2} f_0 + \sum_{n=1} \{ f_n \cos(n\theta) + \hat{f}_n \sin(n\theta) \}, \\ \tau_{r\theta} = g(\theta) &= \frac{1}{2} g_0 + \sum_{n=1} \{ g_n \cos(n\theta) + \hat{g}_n \sin(n\theta) \}, \\ \tau_{rz} = h(\theta) &= \frac{1}{2} h_0 + \sum_{n=1} \{ h_n \cos(n\theta) + \hat{h}_n \sin(n\theta) \}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

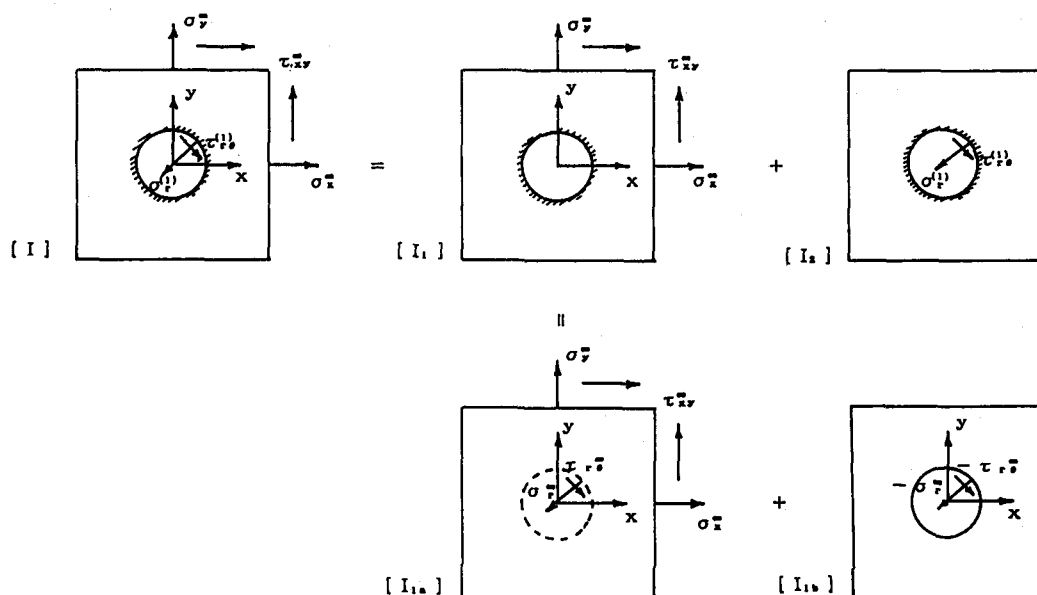


Fig.2 Anisotropic elastic body with a circular borehole under in-plane stresses at infinity, and their subproblem.

Fig.2 の [I_{1a}] 系は、円形孔が存在しない様な固体系であり、この系の仮想上の円孔縁 (r=R₀) に作用する応力は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(1)} &= \frac{1}{2} (\sigma_x^{\infty} + \sigma_y^{\infty}) + \frac{1}{2} (\sigma_x^{\infty} - \sigma_y^{\infty}) \cos 2\theta + \tau_{xy}^{\infty} \sin 2\theta, \\ \tau_{r\theta}^{(1)} &= \frac{1}{2} (\sigma_y^{\infty} - \sigma_x^{\infty}) \sin 2\theta + \tau_{xy}^{\infty} \cos 2\theta, \\ \tau_{rz}^{(1)} &= \tau_{xz}^{\infty} \cos \theta + \tau_{yz}^{\infty} \sin \theta. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

式(2)の符号を変えたものを r=R₀ の孔縁上に作用させれば [I_{1b}] 系となり、[I₂] 系とこれらを重ね合わせることもできるので、[I₂] 系を解けばよいことになる。そこで、異方性弾性体内の応力、変位を求める必要があるが、その一般公式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^{(1)} &= 2\text{Re}[\mu_1^2 \phi_1(z_1) + \mu_2^2 \phi_2(z_2)], \quad \sigma_y^{(1)} = 2\text{Re}[\phi_1(z_1) + \phi_2(z_2)], \\ \tau_{xy}^{(1)} &= -2\text{Re}[\mu_1 \phi_1(z_1) + \mu_2 \phi_2(z_2)], \quad \tau_{yz}^{(1)} = -2\text{Re}[\phi_3(z_3)], \quad \tau_{xz}^{(1)} = 2\text{Re}[\mu_3 \phi_3(z_3)], \\ u^{(1)} &= 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 p_k \phi_k(z_k), \quad v^{(1)} = 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 q_k \phi_k(z_k), \quad w^{(1)} = 2\text{Re} \sum_{k=1}^3 r_k \phi_k(z_k), \end{aligned} \right\} \dots \dots (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \phi_k(z_k) &= \sum_{n=1} \Gamma_{kn} \zeta^{-n}, & \phi_k(z_k) &= -\frac{1}{I_k} \sum_{n=1} n \Gamma_{kn} \zeta^{-(n+1)}, \\ \Delta \Gamma_{1n} &= \mu_2 \bar{\alpha}_n - \bar{\beta}_n, & \Delta \Gamma_{2n} &= -\mu_1 \bar{\alpha}_n + \bar{\beta}_n, & \Delta \Gamma_{3n} &= (\mu_2 - \mu_1) \bar{\gamma}_n, \\ \Delta &= \mu_2 - \mu_1, & I_k &= \frac{R_0}{2} \{ (1 - i \mu_k) - (1 + i \mu_k) \zeta_k^{-2} \}. \end{aligned} \right\} \cdots (4)$$

上式中の特性根 μ_k 次式で計算される。すなわち、座標 x, y が弾性主軸の方向と一致している場合の面内に関連する特性根 μ_1, μ_2 次式：

$$a_{11} \mu^4 + (2 a_{12} + a_{66}) \mu^2 + a_{22} = 0. \cdots \cdots \cdots (5)$$

から求めることができ、また面外に関する根 μ_3 は

$$a_{55} \mu^2 + a_{44} = 0. \cdots \cdots \cdots (6)$$

を解いて得られる。ここに、 a_{ij} は弾性コンプライアンスである。それから、次のことが成立する。

$$\left. \begin{aligned} 2\operatorname{Re}[\phi_1(z_1) + \phi_2(z_2)] &= R_0 \{ Y_n d\theta, \\ 2\operatorname{Re}[\mu_1 \phi_1(z_1) + \mu_2 \phi_2(z_2)] &= -R_0 \{ X_n d\theta, \\ 2\operatorname{Re}[\phi_1(z_1)] &= -R_0 \theta \{ Z_n d\theta. \end{aligned} \right\} \cdots \cdots \cdots (7)$$

上式の右边を次のように置くことにする。

$$\left. \begin{aligned} -R_0 \{ X_n d\theta &= -R_0 \{ (-\hat{\sigma}_r \cos \theta + \hat{\tau}_{r\theta} \sin \theta) d\theta \\ &\equiv \beta_0 + \sum_{n=1} (\beta_n e^{in\theta} + \bar{\beta}_n e^{-in\theta}), \\ R_0 \{ Y_n d\theta &= R_0 \{ (-\hat{\sigma}_r \sin \theta - \hat{\tau}_{r\theta} \cos \theta) d\theta \\ &\equiv \alpha_0 + \sum_{n=1} (\alpha_n e^{in\theta} + \bar{\alpha}_n e^{-in\theta}), \\ -R_0 \theta \{ Z_n d\theta &= R_0 \theta \{ \hat{\tau}_{rz} d\theta \equiv \gamma_0 + \sum_{n=1} (\gamma_n e^{in\theta} + \bar{\gamma}_n e^{-in\theta}). \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (8)$$

式(5)の係数 $\alpha_0, \alpha_n, \beta_0, \beta_n, \gamma_0, \gamma_n$ を整理すれば、最終的に次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 0, & \alpha_1 &= -\frac{R_0}{4} \{ (f_0 - \hat{g}_2 + f_2 - 2 \sigma_y^x) - i(g_0 + g_2 + f_2 + 2 \tau_{xy}^x) \}, \\ \alpha_n &= -\frac{R_0}{4n} \{ (-\hat{g}_{n+1} - \hat{g}_{n-1} + f_{n+1} - f_{n-1}) - i(g_{n+1} + g_{n-1} + f_{n+1} - f_{n-1}) \}, \\ \beta_0 &= 0, & \beta_1 &= \frac{R_0}{4} \{ (g_0 - f_2 - g_2 - 2 \tau_{xy}^x) - i(f_0 + f_2 - \hat{g}_2 + 2 \sigma_x^x) \}, \\ \beta_n &= -\frac{R_0}{4n} \{ (f_{n+1} + f_{n-1} + g_{n+1} - g_{n-1}) + i(f_{n+1} + f_{n-1} - \hat{g}_{n+1} + \hat{g}_{n-1}) \}, \\ \gamma_0 &= 0, & \gamma_1 &= -\frac{R_0}{2} \{ (\hat{h}_1 - \tau_{yz}^x) + i(h_1 - \tau_{xz}^x) \}, & \gamma_n &= \frac{R_0}{2n} \{ \hat{h}_n + i h_n \}. \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (9)$$

Inclusion は等方等質の線形弾性体と仮定すると、応力、変位は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
\sigma_r^{(2)} &= 2A_0 + B_0 r^{-2} \\
&\quad - \sum_{n=1}^{\infty} \{ (n-2)(n+1)A_n r^n + n(n+1)B_n r^{-n-2} + n(n-1)C_n r^{n-2} + (n+2)(n-1)D_n r^{-n} \} \cos(n\theta) \\
&\quad - \sum_{n=1}^{\infty} \{ (n-2)(n+1)\hat{A}_n r^n + n(n+1)\hat{B}_n r^{-n-2} + n(n-1)\hat{C}_n r^{n-2} + (n+2)(n-1)\hat{D}_n r^{-n} \} \sin(n\theta), \\
\sigma_{\theta}^{(2)} &= 2A_0 - B_0 r^{-2} \\
&\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \{ (n+2)(n+1)A_n r^n + n(n+1)B_n r^{-n-2} + n(n-1)C_n r^{n-2} + (n-2)(n-1)D_n r^{-n} \} \cos(n\theta) \\
&\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \{ (n+2)(n+1)\hat{A}_n r^n + n(n+1)\hat{B}_n r^{-n-2} + n(n-1)\hat{C}_n r^{n-2} + (n-2)(n-1)\hat{D}_n r^{-n} \} \sin(n\theta), \\
\tau_{r\theta}^{(2)} &= C_0 r^{-2} \\
&\quad + \sum_{n=1}^{\infty} n \{ (n+1)A_n r^n - (n+1)B_n r^{-n-2} + (n-1)C_n r^{n-2} - (n-1)D_n r^{-n} \} \sin(n\theta) \\
&\quad - \sum_{n=1}^{\infty} n \{ (n+1)\hat{A}_n r^n - (n+1)\hat{B}_n r^{-n-2} + (n-1)\hat{C}_n r^{n-2} - (n-1)\hat{D}_n r^{-n} \} \cos(n\theta), \\
\tau_{r_z}^{(2)} &= A_0 r^{-1} + \sum_{n=1}^{\infty} n (A_n r^{n-1} - B_n r^{-n-1}) \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} n (-\hat{A}_n r^{n-1} + \hat{B}_n r^{-n-1}) \sin(n\theta), \\
\tau_{\theta_z}^{(2)} &= - \sum_{n=1}^{\infty} n (A_n r^{n-1} + B_n r^{-n-1}) \cos(n\theta) - \sum_{n=1}^{\infty} n (\hat{A}_n r^{n-1} + \hat{B}_n r^{-n-1}) \sin(n\theta), \\
u_z^{(2)} &= \frac{1}{G_2} \{ A_0 \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n r^n - B_n r^{-n}) \cos(n\theta) - \sum_{n=1}^{\infty} (\hat{A}_n r^n + \hat{B}_n r^{-n}) \sin(n\theta) \}.
\end{aligned} \tag{10}$$

上式中で、面内と面外の係数は、個別に求めることができることに注意しなければならない。そして、境界条件は、以下のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned}
\sigma_r^{(1)} &= \sigma_r^{(2)}, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^{(2)}, \quad \tau_{r_z}^{(1)} = \tau_{r_z}^{(2)}, \quad u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, \quad u_{\theta}^{(1)} = u_{\theta}^{(2)}, \quad u_z^{(1)} = u_z^{(2)}, \\
&\quad \text{at } r = R_0 \\
\sigma_r^{(2)} &= \tau_{r\theta}^{(2)} = \tau_{r_z}^{(2)} = 0, \quad \text{at } r = R_1
\end{aligned} \right\} \dots (11)$$

したがって、式(3), (10), (11) から求められる連立一次方程式を解き、各係数を定めれば応力、変位が得られることになる。

3. 数値計算

数値計算例として、面内問題の一軸で応力が作用した場合、すなわち、初期地山応力 σ_z が作用した時の Inclusion の応力、変位を簡単に示すことにする。

Fig. 3 は、異方性弾性係数比 E_x/E_y をパラメータに取り、1.0 (等方性)、2.0、5.0 と変化させ $\nu_{xy} = 0.25$ 、Inclusion 弾性係数 $E_2 = 3.0 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu_z = 0.40$ と設定し、 $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ まで Inclusion の応力 $\sigma_r^{(2)}$ をプロットしたものである。この図を見ると、異方性弾性係数比 E_x/E_y が大きくなるにつれ、応力が小さくなっていることが分かる。

また、Fig. 4 も同様に $u_z^{(2)}$ をプロットしたものであり、やはり、同じ様な傾向を示している。

$$\sigma_x^{(2)} / \sigma_x^0$$

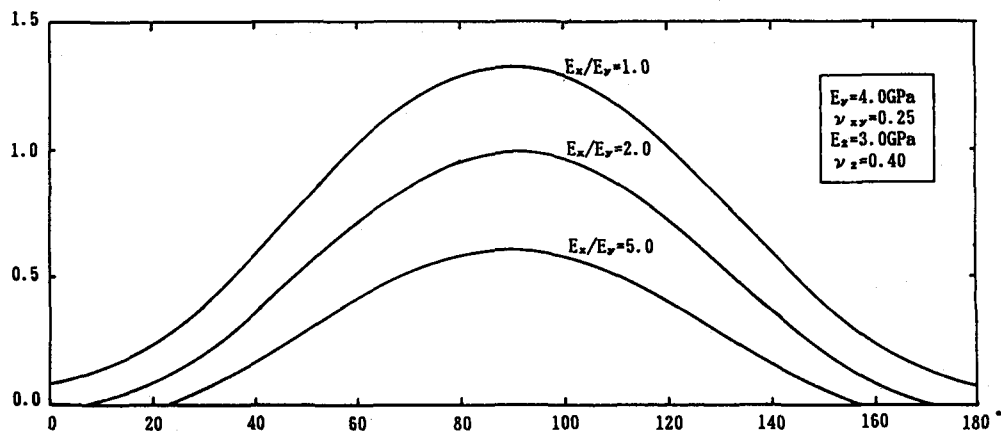


Fig.3 Distribution of $\sigma_x^{(2)}$ in the inclusion for the case of $E_x/E_y=1.0$ (Isotropic), 2.0 & 5.0 under the applied stress σ_x^0 .

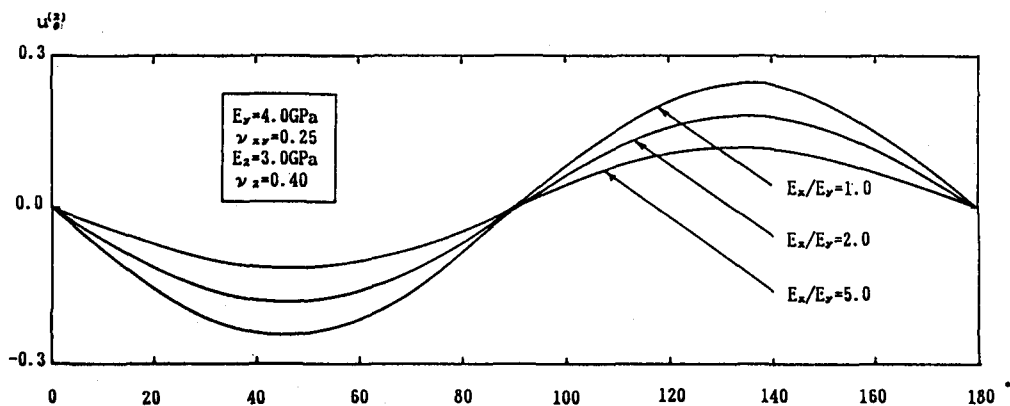


Fig.4 Distribution of $\sigma_y^{(2)}$ in the inclusion for the case of $E_x/E_y=1.0$ (Isotropic), 2.0 & 5.0 under the applied stress σ_x^0 .

4. 結 言

本論文では円筒状の埋設型計測装置を用いる場合の異方性岩盤に対する定量的な解析理論を組み立てていく上での第一歩であり、岩盤初期応力測定を実施する際のオーバーコアリングは今検討中である。

5. 参考文献

- 1) 平島・佐久間・菊地・松田, “円柱状埋設型計測装置を用いた地山応力測定結果に及ぼす接着層、すべりおよびオーバーコアリング径の影響の理論解析”, 土木学会論文集, 第424号/Ⅲ/14 pp.207 ~ 216, 1990.
- 2) 平島・佐久間・菊地・松田, “三次元地山応力測定のための中空埋設型計測装置の理論解析” (土木学会論文集投稿中)