

(69) 軟岩や土質地盤の大変形解析のための流動要素法 (FLEM) の開発

鳥取大学工学部 木山英郎

鳥取大学工学部 藤村 尚

鳥取大学工学部 西村 強

A Proposal of FLEM for Large-deformation-to-Flow Problems

Hideo KIYAMA, Tottori University

Hisashi FUJIMURA, Tottori University

Tsuyoshi NISHIMURA, Tottori University

Abstract

In this paper, a numerical method named FLEM (Flow-Element Method) will be described. The authors have developed the method to analyze large deformation and flow problems in geomechanics.

The processes of making a element stiffness matrix and calculating nodal forces are the same to FEM (a global stiffness matrix is not formed). Each node has a virtual mass representing the masses of the surrounding elements, and under unbalanced nodal forces each node displaces along a direction of nodal force vector according to the equation of motion. FLEM adopts the explicit time-marching solution scheme in solving the equation of motion. This process is the same to DEM, so it may be said that FLEM is a practical method coupling DEM with FEM necessarily.

It should be emphasized that FLEM analysis does not need large matrix computations and complex lagrangian coordinate expressions.

1. はじめに

岩盤や地盤に対し、弾性・塑性あるいは粘性を考慮した変形挙動の解析はこれまでに有限要素法 (FEM) を利用した手法が検討されてきた。しかし、大容量のマトリックスを必要とすること、また、大変形解析を行うためには、複雑なラグランジュ座標の導入が必要となることがその難点として挙げられる。一方、これまでに実施してきた個別剛体要素法 (DEM) によれば、基礎式である運動方程式を陽形式時間差分にして要素毎に用いるため、大容量のマトリックスを要しないこと、時々刻々の要素座標系を用いているためラグランジュ座標の導入の必要がない等の利点がある。しかしながら、DEMは、剛体要素の集合・離散によって全体の大変形を表現するため、隣接要素が連続したままで変形・流動するような場合には適用できない。

そこで、DEMの基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かし、各要素の自由な大変形を許しながら要素間の連続性を保持し、全体としての大変形から流動までを解析できる手法 (流動要素法, Flow-Element-Method, FLEMと呼ぶことにする) を提案する (基本原理はCundallのFLAC(1988)を参考にした)。その特徴は、要素分割や要素の構成則に従った節点力の誘導はFEMの手法を用い、これによって生じる節点力の不平衡は、質量を有する節点 (隣接要素の質量を各節点に負す) が、節点力の不平衡を解消する方向に運動方程式にしたがって、運動する過程をDEMと同様の時間差分により解析するところにある。本文では、FLEMの原理について概説するとともに、簡単な解析例を示す。

2. FLEMの概要

図-1に示すように四角形ABCD(要素番号 j , 要素内節点番号 Q)が $A'B'C'D'$ に変形するに対して, 節点変位 $(\Delta u_Q, \Delta v_Q)^j$ から, 要素剛性による拘束力を節点力 $\Delta F_{xQ}^j, \Delta F_{yQ}^j$ として算定する.

$$\begin{bmatrix} \Delta F_{xQ}^j \\ \Delta F_{yQ}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_Q \\ \Delta v_Q \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここに, K^j は要素剛性マトリックスであり, B を節点変位ひずみマトリックス, D を弾性マトリックスとすると次式で与える.

$$K^j = B^T D B \quad (2)$$

つぎに, たとえば, 節点 C (全体節点番号 i)が関与している全ての要素 j について上記節点力の和をもとめる.

$$\Delta F_{xi} = \sum_j \Delta F_{xQ}^j \quad \Delta F_{yi} = \sum_j \Delta F_{yQ}^j \quad (3)$$

節点 C はこの節点に関与する要素 j の質量の $1/4$ ずつが集められた質量 m_i を有する質点として次の運動方程式を満たしながら運動する.

$$\begin{aligned} m_i \ddot{u}_i + \eta \dot{u}_i + \Delta F_{xi} &= m_i g_x \\ m_i \ddot{v}_i + \eta \dot{v}_i + \Delta F_{yi} &= m_i g_y \end{aligned} \quad (4)$$

ここに g_x, g_y は重力加速度の成分, η は減衰定数である.

式(4)において, 加速度を未知数に見立てて, 要素毎に陽形式差分で解き, これより数値積分によって, 速度, 変位増分を求め新たな節点位置を決定する手順はDEMと同様である. 以上の過程を図-2にフローチャートにして示す.

減衰力は, 要素そのものの運動ではなく, 質点としての節点の運動に関与するものであり, 減衰係数の算定にあたっては, 注目節点に対する剛性マトリックスの各項絶対値の和を関与する要素すべてについて求め, その値 K に対する臨界値 $2\sqrt{mk}$ を1つの目安として用いることにした. また, 時間増分についても従来のDEMにおけると同様

$$\Delta t < 2 \sqrt{\frac{m}{K}}$$

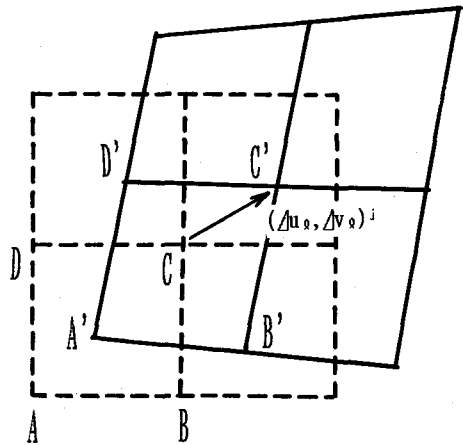


図-1 要素の変形

を基準に決定することにした。

3. 解析例

開発したプログラムでは、四辺形平面ひずみ要素（あるいは平面応力要素）を用い、4 節点・4 積分点要素を標準（最高3x3=9積分点可能）としている。

図-3は、節点数18、要素数10の簡単な解析モデルを示している。要素は1辺は4cm、積分点数4の平面ひずみ要素であり、解析領域は8(cm)x20(cm)である。解析では、境界条件としてab上の節点はすべてX,Y方向に固定、c、d点についてはX方向のみ固定を与え、さらに、cd上に等分布荷重pを作用させることにより変形状態を求める。pは各節点に等価な集中荷重に換算、振り分けられ、節点不平衡力として取り込まれる。静的な安定状態が存在する場合、解析終了時に、拘束節点では外荷重に対する反力が節点不平衡力として出力され、その他の節点での力は0に収束している。自重を考慮する場合も同様で、節点に与えられた質量に対する重量を初期不平衡力として取り込むことになる。表-1には解析定数を示している。この解析では、F L E Mで所期の大変形を表現できるかどうかを検討すること、および節点運動方程式を陽形式の時間差分で解く際従来のD E Mにおける経験を基に時間増分、減衰係数を決定したが、適切かつ十分であったかどうか検討

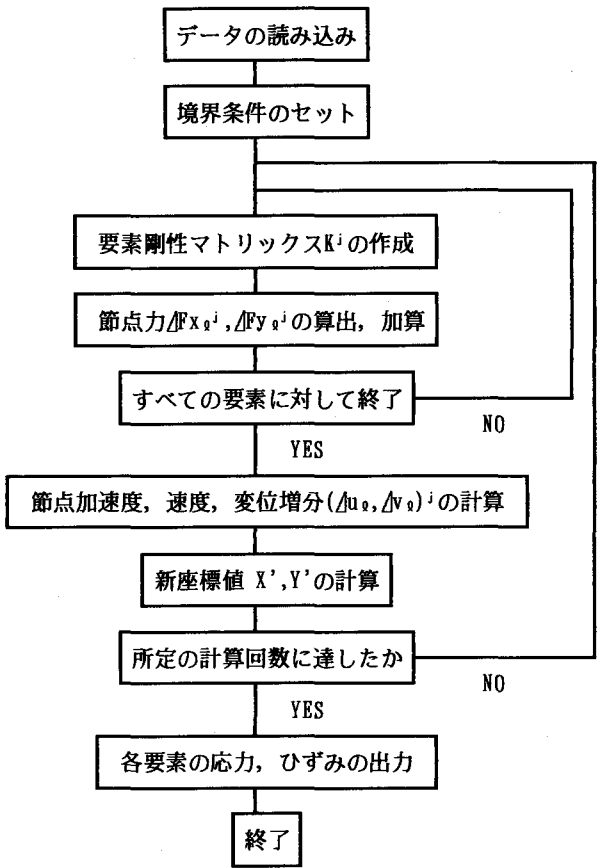


図-2 解析フローチャート

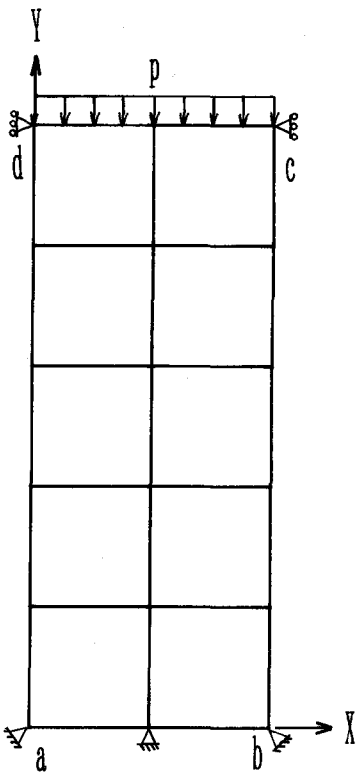


図-3 解析モデル

表-1 解析定数

Young's modulus	$E = 100 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$
Density	$\rho = 2.65 \text{ (g/cm}^3\text{)}$
Poisson's ratio	$\nu = 0.3$
Cohesion	$c = 10 \text{ (gf/cm}^2\text{)}$
Angle of internal friction	$\phi = 30^\circ$
time step	$\Delta t = 1.0 \times 10^{-4} \text{ (sec)}$

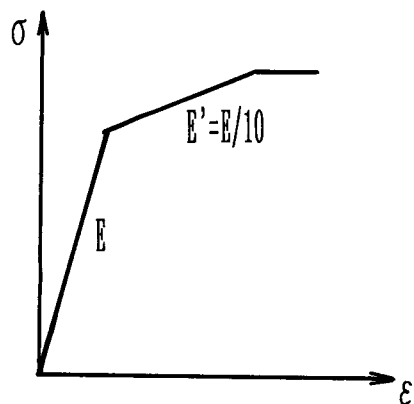


図-4 剛性の変化

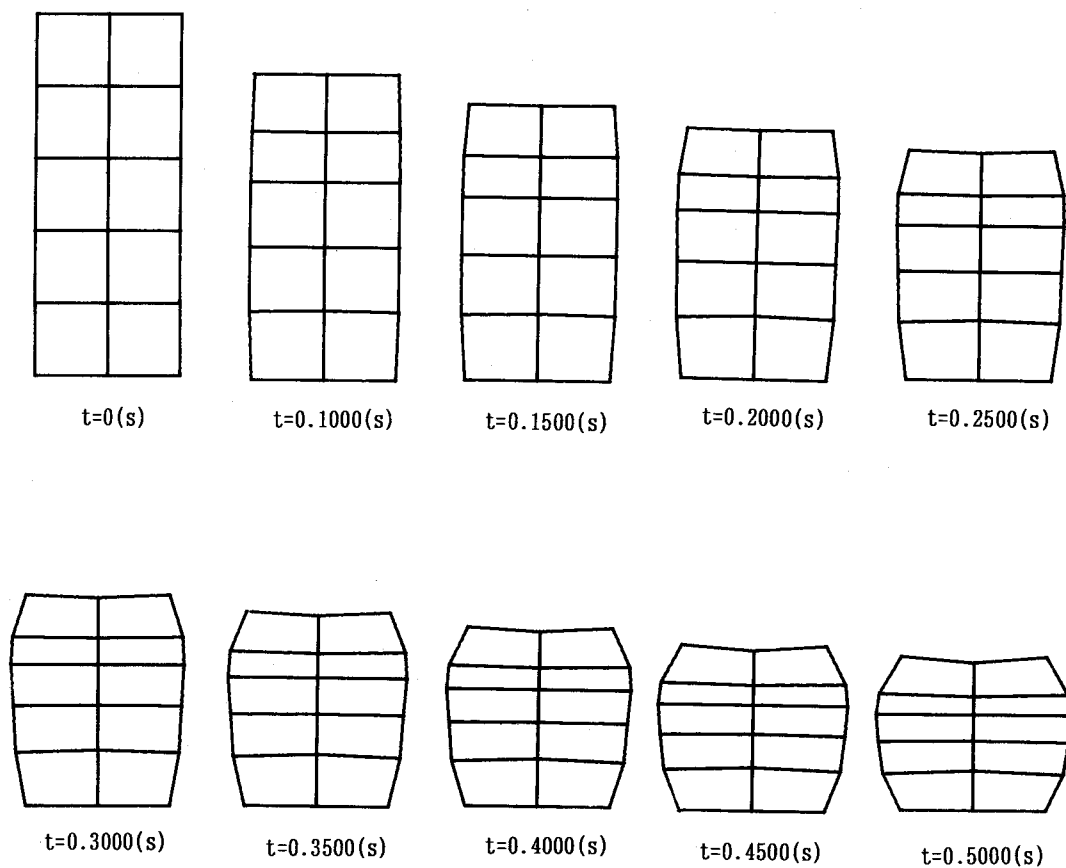


図-5 解析結果

項目の一つである。

図-5は $p=20\rho$ (gf/cm²)としたときの経時変化を示したものである。この荷重強度はcd上に要素10個分、すなわち解析領域の全重量を載荷したことに相当するものである。各積分点においてモール・クーロンの規準に対する安定度（破壊接近度の逆数）を求め、1点でも安定度が1を下回った点があれば、その要素のヤング率をその次のStepから1/10に、その都度低下させて実施した。ヤング率を5段階にわたって低下させ、最終的には、初期（表-1）の1/10000となるよう仮定した。これは、図-4に示すように、安定度が1を下回ったとき以降のひずみ増分に対するヤング率を1/10に低下させることで、ひずみ硬化～完全塑性を表現する。図-5をみると、まず、上部で変形が生じ、時間の経過とともに、下部へ伝わり、中央部がはらみ出すように変形して行く様子が表れている。この解析を通じて、減衰定数、時間増分等は従来のDEMとほぼ同じ考えで処理できることが確認された。

大容量のマトリックス計算が必要ないため、数100の節点数の解析をパーソナルコンピュータで行うことも可能であるが、この程度の節点数をこなすのに演算1000Step（表-1に示した時間増分で実時間0.1秒）に約30分程度要している。

4. あとがき

本文で示した流動要素法は、有限要素法と個別要素法を合目的に組み合わせた新しい解析法である。前節で示したように、時間の経過とともに、生じる大変形を逐次追跡することが可能である。また大容量のマトリックス計算を行う必要がないため、パソコンレベルでもかなりの要素数をこなすことが可能である。今後、解析法のさらなる検討を行っていく予定である。なお、本研究の一部は、文部省科学研究費（一般(c)-0155 0389、代表者木山英郎）の補助を得ている。