

(48) トンネル覆工応力の推定法に関する考察

近畿大学理工学部 久武 勝保
地崎工業(株) 村上 敏夫
(株)阪急電鉄 上久保 裕介

Considerations on Tunnel Lining Stresses Back-Analyzed by Convergence Data

Masayasu Hisatake Kinki University
Toshio Murakami Chizaka-Kogyo Co., Ltd.
Yusuke Kamikubo Hankyu-Dentetu Co., Ltd.

Abstract

In order to assess lining stability by estimating its stresses with a small number of field measurements of displacements, two formulations are theoretically proposed. The formulations are as follows; (1) The one formulation is derived from making sum of external forces acting on the lining minimum. (2) The another formulation is derived from making the lining energy minimum.

The accuracy of results obtained by the two formulations are investigated through parametric study on several types of measurement model of two dimensional elastic lining.

1. 緒 論

多くのトンネル工事現場では日常的にA計測が行われるが、しかしその結果から覆工応力が推定されるのはまれであり、計測に要する時間・費用が有効に活かされているとは言い難い実状にある。その原因は、A計測のような少ない変位数から覆工の応力状態を精度よく推定する逆解析手法が開発されていないことに起因している。この様な逆解析手法の開発は、現在、A計測が工事現場に十分浸透している実状や、その計測頻度・時間・費用の多さから考えると、急務の研究課題であると言えよう。

本研究は、上記の認識から、通常行われるトンネルA計測変位を用い、覆工の応力、ひずみ、変位を逆解析してトンネルの安定性を評価する逆解析手法を提示し、その妥当性を検討したものである。以下では、まず、A計測程度の少ない計測変位数を用いて、(1) 覆工外面に作用する外力の自乗和が最小である解、(2) 覆工に蓄えられるエネルギーが最小である解、を理論的に見つけた方法を示す。次に、弾性覆工に種々の外力が作用する場合について、2次元有限要素法(FEM)により数値シュミレーションを行い、両者の精度について考察を加える。

2. 逆解析手法のFEM定式化

覆工に蓄えられるエネルギーが最小であるような外力組合せを求める定式化では、覆工外力の作用位置やトンネル内面で外力は作用しない、といった境界条件を考慮しなくても覆工応力の逆解析は可能であり、またその精度は決して悪くはない¹⁾。しかし、覆工外力の推定値は実際と全く異なることに注意しなければならない。以下では、このような境界条件も考慮にいった逆解析手法を示すこととする。

2. 1 外力の自乗和が最小となる場合の定式化

今、 u 、 f 、 K を節点変位、節点力、剛性マトリックスとして、覆工の剛性方程式を以下の様に表しておく。

$$\begin{Bmatrix} f* \\ f i \\ f o \\ f c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u* \\ u i \\ u o \\ u c \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに、添字 $*$ 、 i 、 o は以下の通りである。

$*$ ：覆工内面節点の内、計測節点を表す ($f* = 0$)。

i ：外力の作用しない節点 (上記節点を含まない) を表す ($f i = 0$)。

o ：外力が作用する節点を表す ($f o \neq 0$)。

c ：変位を拘束する節点を表すが、必ずしも完全変位拘束ではないとする ($f c \neq 0$)。

上式の上から3式は、以下のように表すことが出来る、

$$\begin{Bmatrix} f* - K_{14} u c \\ f i - K_{24} u c \\ f o - K_{34} u c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u* \\ u i \\ u o \end{Bmatrix} \quad (2)$$

これより、変位は

$$\begin{Bmatrix} u* \\ u i \\ u o \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ f o \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} K_{14} u c \\ K_{24} u c \\ K_{34} u c \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに、 $[L]$ は柔性マトリックスである。上式より、

$$u* = L_{13} f o - U*$$

$$u i = L_{23} f o - U i$$

$$u o = L_{33} f o - U o$$

(4)

ただし、

$$U* = [L_{11}K_{14} \ L_{12}K_{24} \ L_{13}K_{34}] u c$$

(5)

$$U i = [L_{21}K_{14} \ L_{22}K_{24} \ L_{23}K_{34}] u c$$

(6)

$$U o = [L_{31}K_{14} \ L_{32}K_{24} \ L_{33}K_{34}] u c$$

(7)

式(5)を満足し、 $f o$ の自乗和 P を最小にする $f o$ は、ラグランジェの未定乗数 λ を用いて P を表し、

$$P = f o^T f o - \lambda^T (L_{13} f o - U* - u*) \quad (8)$$

P を最小にする $f o$ 、 λ を求めればよい。そこで $f o$ 、 λ による P の偏微分をそれぞれ求めて0と置くと、

$$2 f o - L_{13}^T \lambda = 0 \quad (9)$$

$$-L_{13} f o + U* + u* = 0 \quad (10)$$

式(9)、(10)より、 $f o$ が求められる。

$$\lambda = 2 [L_{13}L_{13}^T]^{-1} \{U* + u*\} \quad (11)$$

$$f o = L_{13}^T [L_{13}L_{13}^T]^{-1} \{U* + u*\} \quad (12)$$

2. 2 覆工に蓄えられるエネルギーが最小となる場合の定式化

覆工に蓄えられるエネルギー E は次式で表され、

$$E = f o^T (L 33 f o - U o) / 2 - \lambda^T (L 13 f o - U^* - u^*) \quad (13)$$

この場合についても、上記と同様にして

$$f o = L 33^{-1} L 13^T [L 13 L 33^{-1} L 13^T]^{-1} \{U^* + u^*\} \quad (14)$$

3. 提案逆解析法の検証及び考察

覆工モデルと覆工外面に作用さす荷重モデルを仮定し、順解析より変位および最大せん断応力をあらかじめ計算しておき、それを真値とみなす。次に上記で得られた覆工内面変位の内、幾つかをトンネル計測値としこれを本逆解析法に入力して節点変位、最大せん断応力を求め、これと真値とを比較することとする。荷重条件を図-1に、解析で用いる覆工モデルを図-2に示す。またトンネル内面での変位計測は、図-3に示す様に計測点数の異なる9種類のタイプで実施されるものとし、1計測点につき鉛直、水平の2変位成分が得られるものとする。ただし、覆工の弾性係数は $1.0 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ 、ポアソン比は 0.15 とした。

3. 1 節点変位の逆解析結果

図-4は、図-3に示す計測タイプ3の場合について、荷重ケース3での覆工内面節点変位の逆解析精度をみたものである。荷重ケース1、2の場合もほぼ同程度の精度であった。ここに、 U 、 V は水平と鉛直方向の変位である。また $F^2 \min$ 、 $EG \min$ はそれぞれ外力自乗和の最小化、及びエネルギー最小化の定式による逆解析結果である。これより、覆工外力の形状に拘らず、両定式化のいずれにおいても、通常のA計測程度の入力変位により、高い精度で変位が推定出来ることが理解できた。

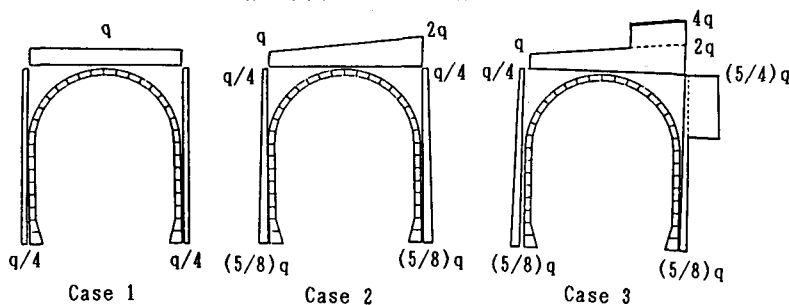


Fig.1 Loading conditions $q = 2 \text{ tf/m}^2$

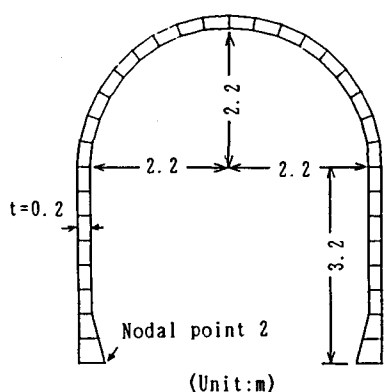


Fig.2 Lining model (Unit:m)

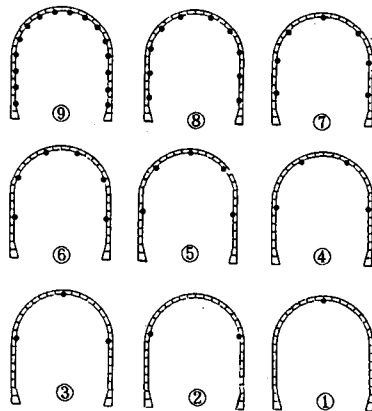


Fig.3 Types of displacement measurement

3. 2 応力の逆解析結果

図-5は、荷重ケース3の場合について、計測タイプ3、5での覆工内面最大せん断応力 S の逆解析精度をみたものである。応力は、変位を微分して求められるひずみから算定されるため、その逆解析は変位に比べて厳しい条件下で行われることになり、当然の事ながら、逆解析精度は変位の場合に比べて低下する。

図-6は、荷重ケース1、2、3の場合において、逆解析での入力変位数と、次式で定義する最大せん断

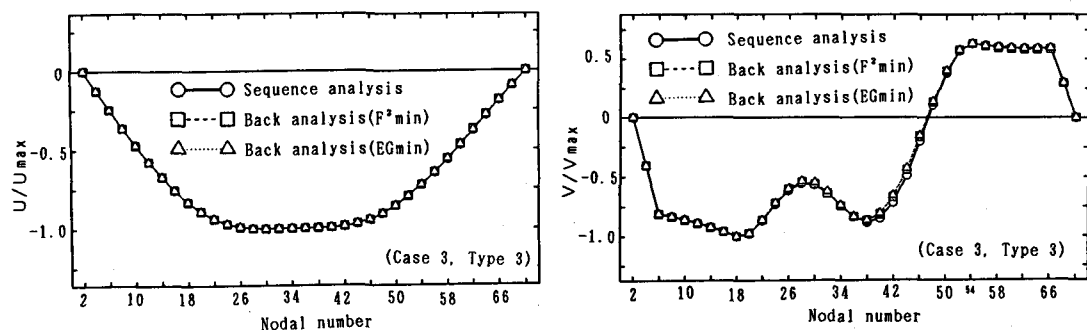


Fig.4 Comparison of displacements

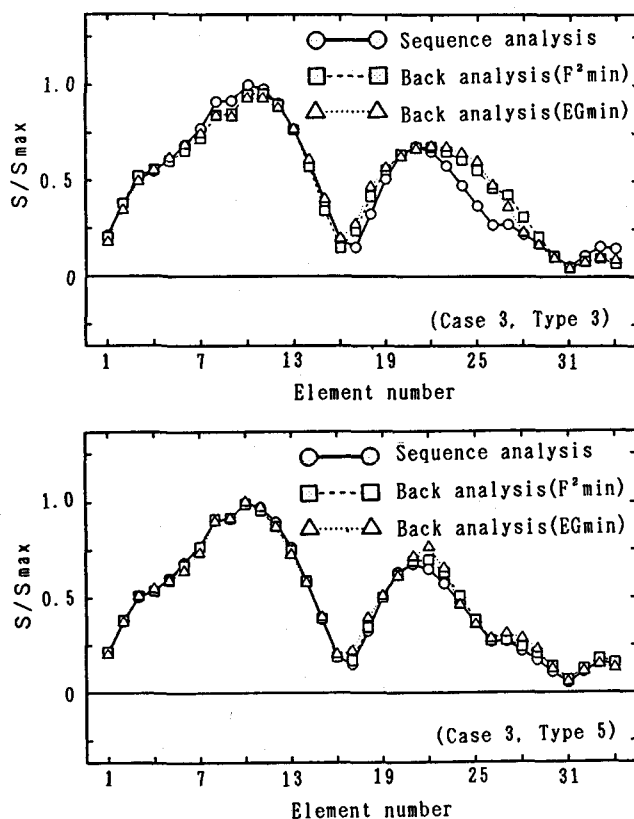


Fig.5 Comparison of stresses

応力の誤差について、両定式化の結果を比較して示したものである。

N

$$\text{誤差} = \sum_{i=1}^N \{ |S(i)_{\text{max}} - S(i)_{\text{max}}| / S(i)_{\text{max}} \} \times 100 / N \quad (\%)$$

i=1

ここに、NはFEMの全覆工要素数、 $S(i)_{\text{max}}$ は順解析から求められた覆工要素iの最大せん断応力、 $S(i)_{\text{max}}$ はその逆解析値である。図-6より、当然の事ながら、入力変位数の増大と共に誤差は小になるが、いずれの場合でも、外力自乗和を用いた定式化の方が、エネルギーを用いた定式化よりも逆解析精度は高い。また、外力自乗和を用いた定式化によれば、通常行われるA計測程度の入力変位数からでも、誤差は18%から23%程度であり、日常的な施工管理手法として本手法を現場に利用しても良いように思われる。

4. 結 論

本論文では、外力に関する境界条件を考慮して、A計測程度の少ない計測変位から覆工応力を一意的に求める逆解析手法を二つ提案し、その精度について種々検討したものである。結論を列挙すれば以下の通りである。

1) 計測変位数が少ない場合には、その変位を生じさす様な覆工外力の組合せは無数に考えられるが、その中から(1)覆工に作用する外力の自乗和が最小である様な外力組合せを見つける定式化及び、(2)覆工に蓄えられるエネルギーが最小である様な外力組合せを見つける定式化、の二つを用いた未定定数法を利用して有限要素法により示した。

2) 変位の逆解析においては、両定式化共少ない入力変位数で高精度の逆解析結果の得られる事が確認できた。

3) 応力の逆解析では、外力自乗和最小化による定式化の方がエネルギー最小化の定式化よりも高い精度を与えるようである。しかし、応力逆解析では、変位の微係数が関係することから、A計測程度の3点・6変位成分の入力では、本モデルにおいて20%前後の誤差が生じるが、A計測のような日常的な施工管理手法として本手法を現場に利用しても良いように思われる。

参考文献

- 1) 久武他：トンネルA計測変位による覆工応力の推定：第22回岩盤力学に関するシンポジウム、pp.16-20, 1990。

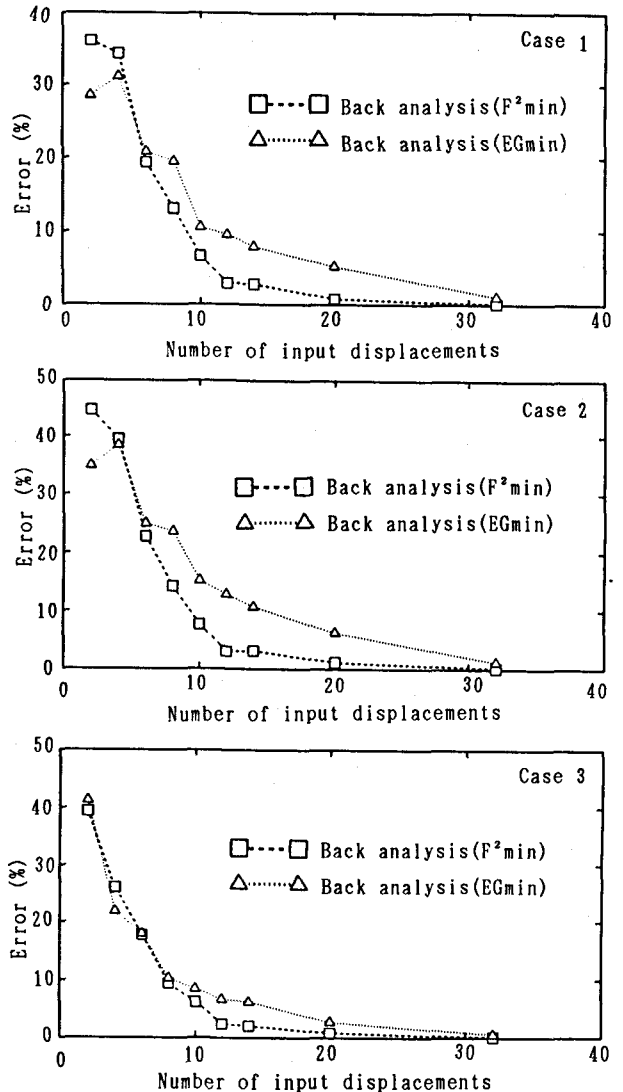


Fig. 6 Error of results by back analyses