

## (19) トンネル周辺地盤の特性曲線に関する一考察

西松建設株式会社 正会員 ○北川 隆  
埼玉大学工学部 正会員 吉中 龍之進  
埼玉大学工学部 稲垣 大介

### Ground Characteristic Curve Around Rock Tunnel

Takashi KITAGAWA, Nishimatsu Construction Co. LTD.  
Ryunoshin YOSHINAKA, Saitama University  
Daisuke INAGAKI, Saitama University

#### Abstract

The prediction of stress change and displacement of ground around tunnel is one of the most important subjects to succeed rational and economical excavation works. The ground characteristic curve is one of the most reasonable and convenient methods to evaluate such movements. The authors have introduced Hoek & Brown's method and also used Mohr & Coulomb's linear failure criterion instead of non-linear criterion. Relationships between parameters of linear and non-linear criterion are examined. The calculations are executed under some basic assumptions. The results are compared to show relatively accurate figures in case that all parameters are reasonably selected which are very important subjects.

#### 1. 緒言

トンネルや地下空洞を掘削すると一般に周辺地盤には応力変化とそれに伴なう変形が生じる。特に軟岩地盤では、塑性領域が発生して大きな変位を伴なうことが多い。したがって、これらの応力変化や変位を予測することが出来れば、それに見合う支保の設計を行ない、合理的、経済的な施工が可能となる。

トンネル周辺地盤の特性曲線 (Ground Characteristic Curve)は、このような応力変化や変位を知る一つの手法であり、多くの研究者によって取り上げられている。古くは Rabcewicz<sup>1)</sup>、Kastner<sup>2)</sup> に始まり、Ladanyi<sup>3)</sup>、Egger<sup>4)</sup>、Hoekら<sup>5)</sup>などの研究が続き、最近では進行性破壊を考慮した Kaiser<sup>6)</sup>、応力-ひずみ関係の非線形性と拘束圧依存性を考えた久武ら<sup>7)</sup>などの研究があげられる。著者らは Hoek & Brown の提倡する特性曲線法に着目し、いくつかの研究成果を報告<sup>8)~10)</sup>してきた。しかし、Brown らは岩石試料を用いた試験結果に基づく非線形破壊基準を採用しているため、式が繁雑であり、しかも我国の岩盤に適用する場合、パラメーターの決定に際して、十分な裏付けデータが得にくいという難点がある。

そこで本研究では、Brown らの非線形破壊基準を Mohr & Coulomb の線形破壊基準に置き換えた理論展開を試み、両基準のパラメーターの相互関係について考察を加え、両基準による計算結果の比較を行なった。

#### 2. 破壊基準

Hoek ら<sup>5)</sup>は数多くの岩石試験結果から、経験的な非線形破壊基準を次式のように定めた。

$$\sigma_\theta = \sigma_r + (m \sigma_c \sigma_r + s \sigma_c^2)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\sigma_\theta$ 、 $\sigma_r$  : 最大、最小主応力、 $\sigma_c$  : インタクトロックの一軸圧縮強度、 $m$ 、 $s$  : ピーク強度に対する岩盤の材料定数である。 $m = m_r$ 、 $s = s_r$  とすると式(1)は残留強度に対する破壊基準式となる。材料定数  $m$ 、 $s$ 、 $m_r$ 、 $s_r$  は、岩盤分類と岩盤の種類に応じて定めることができる<sup>8)</sup>。

一方、Mohr & Coulomb のピーク破壊基準は周知のように次式で表わされる。

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \sigma_r + 2c \cdot \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\phi$ ：内部摩擦角、 $c$ ：粘着力である。 $\phi = \phi_r$ 、 $c = c_r$  とすると式(2)は残留強度式となる。

ピーク強度については、図-1に示すように非線形基準曲線の $\sigma_r = \sigma_{re}$  における接線で線形近似とした。この時の $m$ 、 $s$  と  $\phi$ 、 $c$  の関係は次式のようである。なお $\sigma_{re}$ 、 $p_0$ について後述するが、 $\sigma_c/p_0$  と  $\sigma_{re}/p_0$  との関係は文献<sup>5), 10)</sup>によると図-2のように定められる。

$$\phi = 2 \cdot \tan^{-1} \left[ 1 + \frac{m}{2} \left( \frac{\sigma_c}{p_0} \right) \left\{ m \left( \frac{\sigma_c}{p_0} \right) \left( \frac{\sigma_{re}}{p_0} \right) + s \left( \frac{\sigma_c}{p_0} \right)^2 \right\}^{-1/2} \right]^{1/2} - \frac{\pi}{2} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{c}{p_0} = \frac{1 - \sin \phi}{2 \cos \phi} \cdot \left\{ m \left( \frac{\sigma_c}{p_0} \right) \left( \frac{\sigma_{re}}{p_0} \right) + s \left( \frac{\sigma_c}{p_0} \right)^2 \right\}^{1/2} - \frac{\sigma_{re}}{p_0} \cdot \tan \phi \quad \dots \dots \dots (4)$$

一方、残留強度については図-1に示すように、応力範囲  $0 \leq \sigma_r/p_0 \leq \sigma_{re}/p_0$  で最小二乗法を用いて非線形曲線を線形近似した。結果を図-3、4に示す。

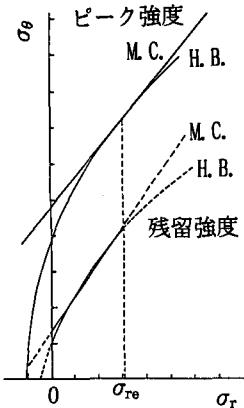


図-1 Hoek & Brown 基準とMohr & Coulomb基準

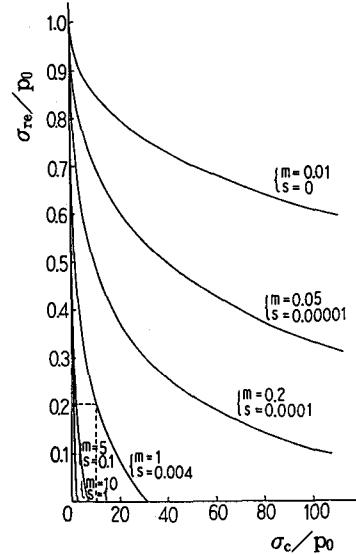


図-2  $\sigma_c/p_0 \sim \sigma_{re}/p_0$

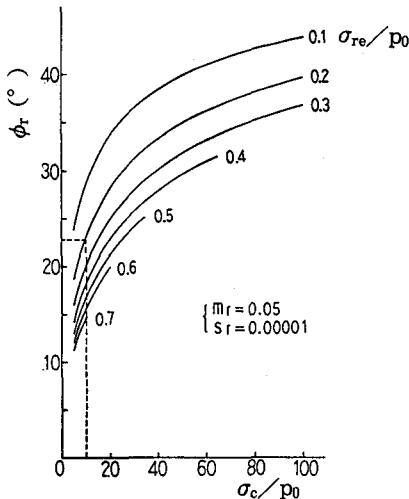


図-3  $\sigma_c/p_0 \sim \phi_r$

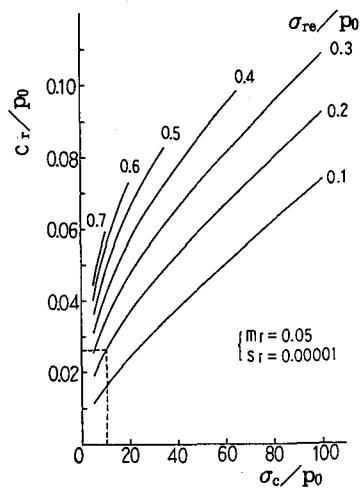


図-4  $\sigma_c/p_0 \sim c_r/p_0$

### 3. 特性曲線

図-5に示すように、静水圧状態の初期応力場 $p_0$ 内にある半径 $r_i$ の円形空洞を仮定する。地盤は等方、等質の弾塑性体とし、半径方向の等分布支保圧 $p_i$ がある臨界値 $p_{icr}$ を下まわると空洞周辺に半径 $r_e$ の塑性域が発生すると考える。

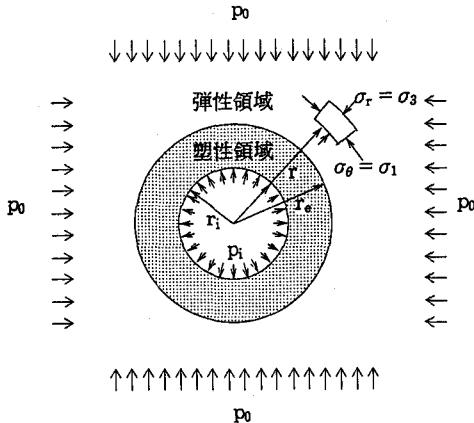


図-5 トンネルのモデル

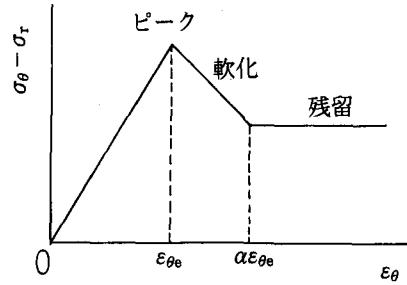


図-6 ひずみ軟化型応力-ひずみ関係

これらの前提と平面ひずみを仮定すると、軸対称問題となりその釣合微分方程式は次式となる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} = 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $\sigma_\theta$ : 円周方向主応力、 $\sigma_r$ : 半径方向主応力、 $r$ : 半径である。

なお、以下の理論展開においては、応力-ひずみ関係は図-6に示すひずみ軟化型、塑性体積ひずみ（ダイレイタンシー）は図-7に示すトリ・リニア型とする。

弾塑性境界 $r = r_e$ において $\sigma_r = \sigma_{re}$ 、 $r = \infty$ において $\sigma_r = p_0$ という境界条件を用いて式(5)を解くと弾性領域においては次式となる。

$$\sigma_\theta = p_0 + (p_0 - \sigma_{re}) \left( \frac{r_e}{r} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\sigma_r = p_0 - (p_0 - \sigma_{re}) \left( \frac{r_e}{r} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\epsilon_{\theta e} = \frac{1+\nu}{E} (p_0 - \sigma_{re}) \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\epsilon_{re} = -\frac{1+\nu}{E} (p_0 - \sigma_{re}) \quad \dots \dots \dots (9)$$

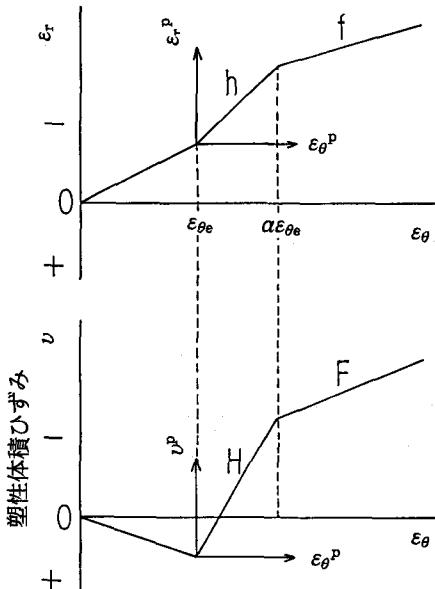


図-7 塑性体積ひずみ関係

ここに、 $\epsilon_{\theta e}$ 、 $\epsilon_{re}$ : 円周、半径方向ひずみ、 $E$ : 弾性係数、 $\nu$ : ポアソン比である。

式(2)および式(6)、(7)より、 $r = r_e$ における主応力差は次式となる。

$$\sigma_{\theta e} - \sigma_{re} = \frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \sigma_{re} + 2c \cdot \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} = 2(p_0 - \sigma_{re}) \quad \dots \dots \dots (10)$$

したがって、式(10)より、

$$p_{\text{recr}} = \sigma_{\text{re}} = (1 - \sin \phi) p_0 - c \cdot \cos \phi \quad \dots \dots \dots (11)$$

ひずみ軟化領域の任意のひずみにおける応力は、 $\epsilon_0 = \epsilon_{\theta_0}$  における  $\tan \phi$ 、c の値が  $\epsilon_0 = \alpha \epsilon_{\theta_0}$  における  $\tan \phi_r$ 、c の値まで線形減少すると仮定すれば、次式で表わされる。

ここに、

$$\tan \bar{\phi} = \tan \phi + (\tan \phi_r - \tan \phi) \cdot \frac{\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{\theta_0}}{(\alpha - 1)\varepsilon_{\theta_0}} \quad \dots \quad (13)$$

$$\bar{c} = c + (c_r - c) \cdot \frac{\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{\theta_0}}{(\alpha - 1)\varepsilon_{\theta_0}} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

塑性領域を図-8に示すような多くの薄い環状リングに分割し、各境界での応力とひずみの関係から順々に繰り返し計算を行なって応力と変位を求める。すなわち、初期条件として次式を与える。

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{\theta(1)} = (1 + \nu)(p_0 \sin \phi + c \cdot \cos \phi) / E \\ \varepsilon_{r(1)} = -(1 + \nu)(p_0 \sin \phi + c \cdot \cos \phi) / E \\ \sigma_{r(1)} = \sigma_{re} = (1 - \sin \phi)p_0 - c \cdot \cos \phi \\ \sigma_{\theta(1)} = 2p_0 - \sigma_{r(1)} \\ \tan \phi_{(1)} = \tan \phi \\ c_{(1)} = c \\ \lambda(1) = r_{(1)} / r_e = 1 \end{array} \right. \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

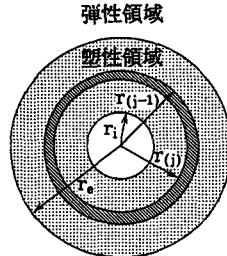


図-8 塑性領域の環状リング

表-1 計算例の条件と計算結果

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{\theta(j)} = \varepsilon_{\theta(j-1)} + d\varepsilon_{\theta(j)} \\ \varepsilon_{r(j)} = \varepsilon_{r(j-1)} - h \cdot d\varepsilon_{\theta(j)} \\ \lambda(j) = \frac{2\varepsilon_{\theta(j-1)} - \varepsilon_{r(j-1)} - \varepsilon_{r(j)}}{2\varepsilon_{\theta(j)} - \varepsilon_{r(j-1)} - \varepsilon_{r(j)}} \cdot \lambda(j-1) \\ u(j) = -\varepsilon_{\theta(j)} \cdot r(j) \\ \sigma_{r(j)} = \frac{1 - 2ak}{1 + 2ak} \cdot \sigma_{r(j-1)} - \frac{4\bar{c}_a ak \cot \bar{\phi}_a}{1 + 2ak} \\ \sigma_{\theta(j)} = \frac{1 + \sin \bar{\phi}_{(j)}}{1 - \sin \bar{\phi}_{(j)}} \cdot \sigma_{r(j)} + 2\bar{c}_{(j)} \frac{\cos \bar{\phi}_{(j)}}{1 - \sin \bar{\phi}_{(j)}} \end{array} \right. \quad \dots \quad (16)$$

| パラメーター                                | ケース①           | ケース②         | ケース③         |              |
|---------------------------------------|----------------|--------------|--------------|--------------|
| $E/P_0$                               | 250            | 500          | 1000         |              |
| $\nu$                                 | 0.25           | ←            | ←            |              |
| $r_i$ (m)                             | 5.3            | ←            | ←            |              |
| $f$                                   | 1.2            | ←            | ←            |              |
| $h$                                   | 2.0            | ←            | ←            |              |
| $\alpha$                              | 2.0            | ←            | ←            |              |
| $m$                                   | 1.0            | ←            | 0.2          |              |
| $s$                                   | 0.004          | ←            | 0.0001       |              |
| $m_r$                                 | 0.05           | ←            | 0.01         |              |
| $s_r$                                 | 0.00001        | ←            | 0            |              |
| $\sigma_c/P_0$                        | 5              | 10           | 20           |              |
| $\phi$ (°)                            | 29.1           | 37.8         | 26.4         |              |
| $c/P_0$                               | 0.206          | 0.225        | 0.199        |              |
| $\phi_r$ (°)                          | 15.2           | 23.2         | 13.5         |              |
| $c_r/P_0$                             | 0.028          | 0.026        | 0.026        |              |
| $r$                                   | 0.995          | 0.991        | 0.995        |              |
| $u_i/r_i$ (%)<br>(at $\alpha_i = 0$ ) | H. B.<br>M. C. | 8.88<br>8.28 | 0.33<br>0.36 | 7.57<br>4.25 |

ここに

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{\sin \bar{\phi}_a}{1 - \sin \bar{\phi}_a} \\ k = \frac{r_{(j-1)} - r_{(j)}}{r_{(j-1)} + r_{(j)}} \\ \tan \bar{\phi}_a = \frac{1}{2} (\tan \bar{\phi}_{(j-1)} + \tan \bar{\phi}_{(j)}) \\ \bar{c}_a = \frac{1}{2} (\bar{c}_{(j-1)} + \bar{c}_{(j)}) \end{array} \right. \quad \dots \quad (17)$$

繰り返し計算の途中で  $\varepsilon_{\theta(j)} > \alpha \cdot \varepsilon_{\theta(1)}$  が成立した場合には、それ以降の  $\varepsilon_{\theta(j)}$  は次式で計算する。

$$\varepsilon_{r(j)} = \varepsilon_{r(j-1)} - f \cdot d\varepsilon_{\theta(j)} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

繰り返し計算は、 $\sigma_{r(j)}$  が支保圧  $p_i$  を下まわった時点で終了する。

#### 4. 計算例

特性曲線の計算例を表-1及び図-9に示す。

図-9の破線がHoek & Brown基準、実線がMohr & Coulombの基準で計算した特性曲線である。

なお、Hoek & Brown基準による特性曲線の計算手法は文献<sup>10)</sup>を参照されたい。両方の特性曲線の違いは、破壊基準における違いをそのまま反映していると考えられるが、Mohr & Coulomb基準を適用した場合も十分精度良く解が求められることが分かった。

#### 5. 結言

非線形破壊基準を線形破壊基準に置き換えた場合の特性曲線について、いくつか考察を加えた。その結果、次のような結論が得られた。

- (1) 破壊基準のパラメーターが結果に与える影響は大きく、その決定が重要である。
- (2) 非線形破壊基準の線形基準への置き換えは、考慮すべき応力範囲では非常に相関が高い。
- (3) Mohr & Coulomb基準のパラメーターを定めると、比較的簡単な手順で特性曲線の計算が可能である。
- (4) Mohr & Coulomb線形基準を用いて計算した場合でも、十分精度良く特性曲線が求められる。

#### 参考文献

- 1) Rabcewicz, L.v. : The New Austrian Tunnelling Method, Water Power, Nov. 1964-Jan. 1965.
- 2) Kastner, H. : Statik des Tunnel- und Stollenbaues, Springer-Verlag, 1971. (金沢弘訳: トンネルの力学、森北出版、1974.)
- 3) Ladanyi, B. : Use of the Long-Term Strength Concept in the Determination of Ground Pressure on Tunnel Linings, Proc. of the 3rd Congress of ISRM, Vol. 2, Part B, pp. 1150-1156, 1974.
- 4) Egger P. : トンネル支保工に及ぼす破壊後の岩盤の影響、トンネル技術協会、1978。
- 5) Hoek, E. and Brown, E.T. : Underground Excavations in Rock, The Institution of Mining and Metallurgy, London, England, 1980.
- 6) Kaiser, P.K. : A New Concept to Evaluate Tunnel Performance - Influence of Excavations Procedure, Proc. of the 22nd U.S. Symp. on Rock Mech., Cambridge, Mass., pp. 284-291, 1981.
- 7) Hisatake, M., Cording, E.T., Ito, T., Sakurai, S. and Phien-weja, N. : Effects of non-linearity and strength reduction of rocks on tunnel movements, Rock at Great Depth, Maury & Fourmaintraux(eds), Balkema, Rotterdam, 1989.
- 8) 北川 隆： 岩盤分類と岩盤-支保相互作用解析、第19回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集、pp. 281-285、1987。
- 9) 北川 隆、一條俊之、曾我誠意：岩盤分類と特性曲線に関する一考察、土木学会第42回年次学術講演会講演概要集第3部、1987。
- 10) 北川 隆、吉中龍之進、稻垣大介：軟岩トンネルにおける特性曲線の解釈と適用、第8回岩の力学国内シンポジウム講演論文集、pp. 255-260、1990。

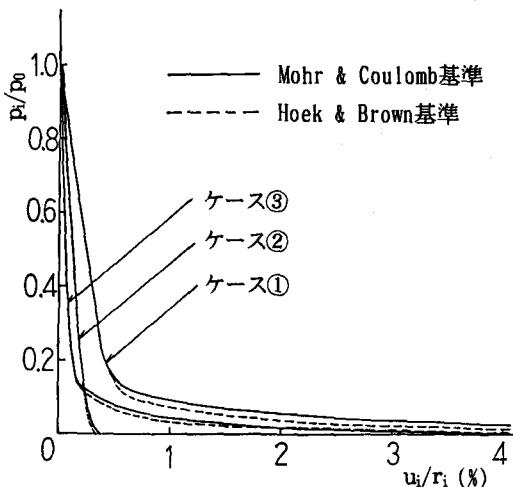


図-9 特性曲線の計算例